

CINEMÁTICA DE MECANISMOS

Ejercicio 8

Temas 1 y 4

Itziar Martija López

Maidier Loizaga Garmendia

Departamento de Ingeniería Mecánica

Mekanika Ingeniaritza Saila



ÍNDICE

Enunciado

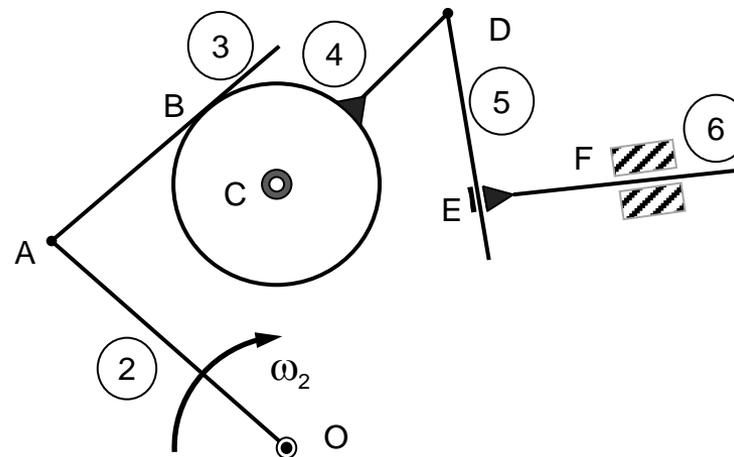
1. Obtención de los grados de libertad
2. Análisis de velocidades
3. Análisis de aceleraciones



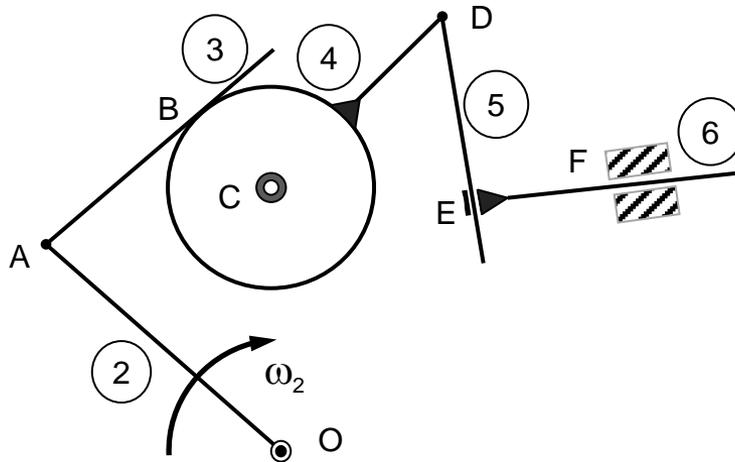
Enunciado

Para el mecanismo de la figura, en la posición mostrada, sabiendo que la barra de entrada se mueve con velocidad angular constante ω_2 , y que en el contacto entre las barras 3 y 4 (punto B) hay movimiento de rodadura pura obtener:

1. Los grados de libertad en el mecanismo de la figura.
2. Obtener las velocidades de los puntos y elementos indicados.
3. Obtener las aceleraciones de los elementos y puntos indicados.



1. Obtención de los grados de libertad



Para determinar el número de grados de libertad aplicamos el criterio de Grübler: en un mecanismo plano tendremos tres grados de libertad (gdl) por cada elemento, menos el fijo ($N-1$), y cada par de clase I restringirá 2 grados de libertad, y un par de leva, de clase II, restringirá 1 gdl.

Elementos $N=6$

Pares $P I=4+2=6$

- Pares de rotación=4 : (O); (A); (C); (D)
- Pares prismáticos=2 : (E); (F)

Pares $P II=1$ y una restricción adicional por rodadura pura.

$$G=3(N - 1) - 2*PI - PII=3*5 - 2*6 - 1 - 1 \text{ (rod)}= 15 - 12 -1-1=1 \text{ gdl}$$



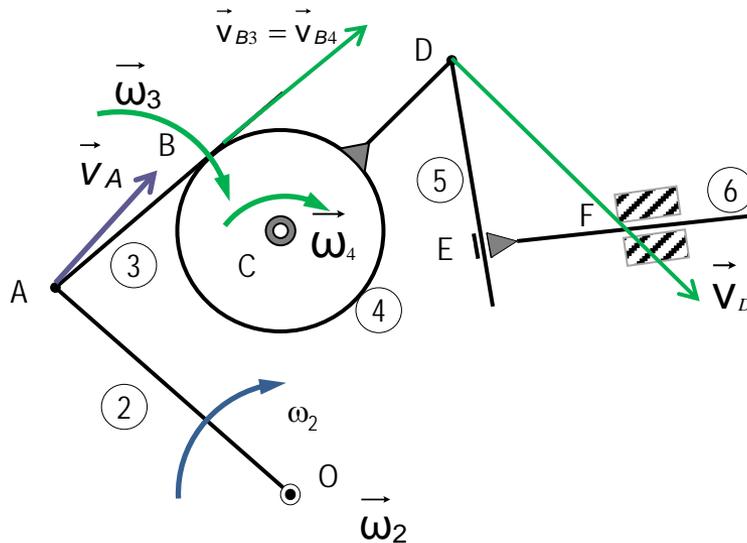
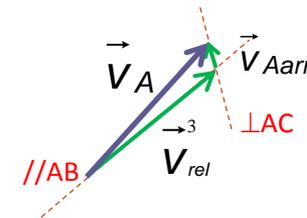
2. Análisis de velocidades

Para poder obtener el movimiento de la barra 3 debemos plantear un sistema de referencia que nos permita relacionar los movimientos de A y C con el elemento 3. Pondremos el sistema en C, girando con el elemento 3 y planteamos la velocidad de A. *SR en C* ($\vec{\omega}_3, \vec{\alpha}_3$)

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{arr3} + \vec{V}_{rel} = \vec{V}_{Aarr} + \vec{V}_r^3$$

$\omega_2 \overline{OA}$ $\perp OA$ \vec{V}_{arr3} \vec{V}_{rel} \vec{V}_{Aarr} $\perp AC$ \vec{V}_r^3 $\parallel AB$

$$\omega_3 = \frac{V_{Aarr}}{AC} \otimes$$



Para obtener ω_4 planteamos la condición de rodadura en B

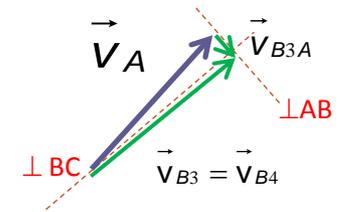
$$\vec{V}_{B3} = \vec{V}_{B4}$$

$$M \quad \omega_3 \overline{AB} \quad ?$$

$$V_A + V_{B3A} = V_{B4}$$

$\perp AB$ $\perp BC$

$$\omega_4 = \frac{V_{B4}}{BC} \otimes$$



Calculamos v_D

$$\omega_4 \overline{CD}$$

$$V_D$$

$\perp CD$

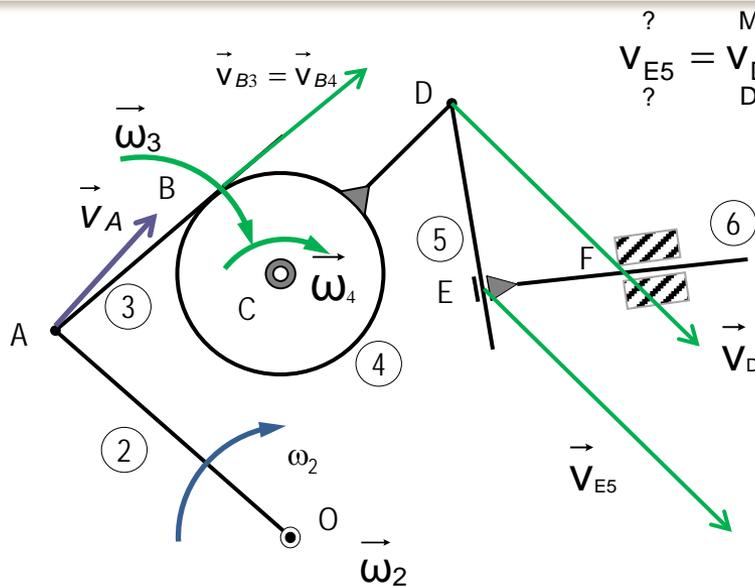


2. Análisis de velocidades

Analizamos el comportamiento de las barras 5 y 6. Están unidas por pares prismáticos. La barra 6 desliza sin girar sobre el elemento fijo. $\vec{\omega}_6 = \vec{0}; \vec{\alpha}_6 = \vec{0}$

Las barras 5 y 6 están unidas por un par prismático, luego también tienen igual velocidad y aceleración angular. $\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6 = \vec{0}; \vec{\alpha}_5 = \vec{\alpha}_6 = \vec{0}$

Hemos calculado la velocidad de D. Si planteamos el campo de velocidades de 5 para obtener \vec{V}_{E5}



$$\vec{V}_{E5} = \vec{V}_D + \vec{V}_{E5D} \Rightarrow \vec{V}_{E5} = \vec{V}_D$$

$$\vec{V}_D = \vec{V}_{E5}$$

Calculamos v_{E6} . Las velocidades de los puntos E_5 y E_6 son diferentes y relacionadas por un par prismático así que empleamos un sistema de referencia móvil situado en D y girando con $\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6 = \vec{0}; \vec{\alpha}_5 = \vec{\alpha}_6 = \vec{0}$ para plantear \vec{V}_{E6} . También observamos que la velocidad y aceleración de los puntos de la barra 6 deben ser paralelos a la dirección EF

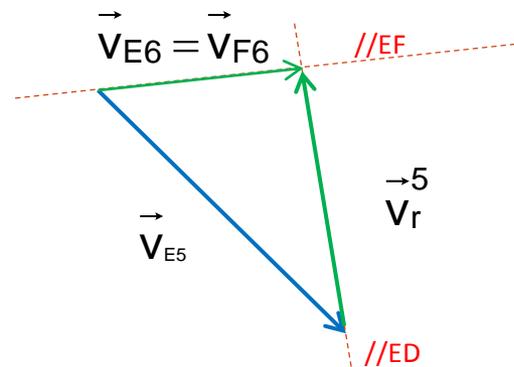
$$\vec{V}_{E6} \parallel EF = \vec{V}_{arr} + \vec{V}_{rel} = \vec{V}_{E5} + \vec{V}_r^5 \parallel ED$$



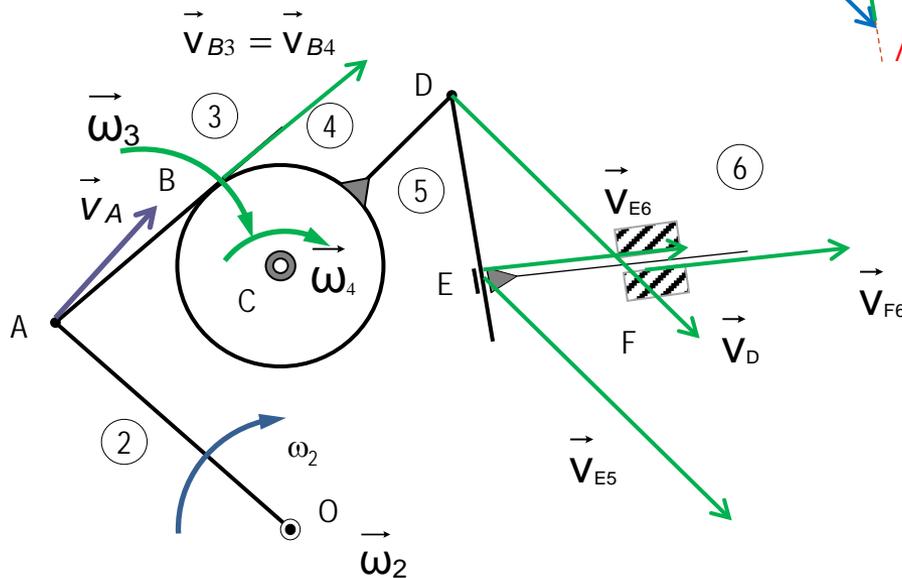
2. Análisis de velocidades

$$\vec{V}_{E6}^{\text{//EF}} = \vec{V}_{arr} + \vec{V}_{rel} = \vec{V}_{E5}^M + \vec{V}_{r}^{\text{//ED}}$$

$$\vec{V}_{F6}^{\text{//EF}} = \vec{V}_{E6}^M + \vec{V}_{FE}^0$$



$$\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6 = \vec{0}; \vec{\alpha}_5 = \vec{\alpha}_6 = \vec{0}$$



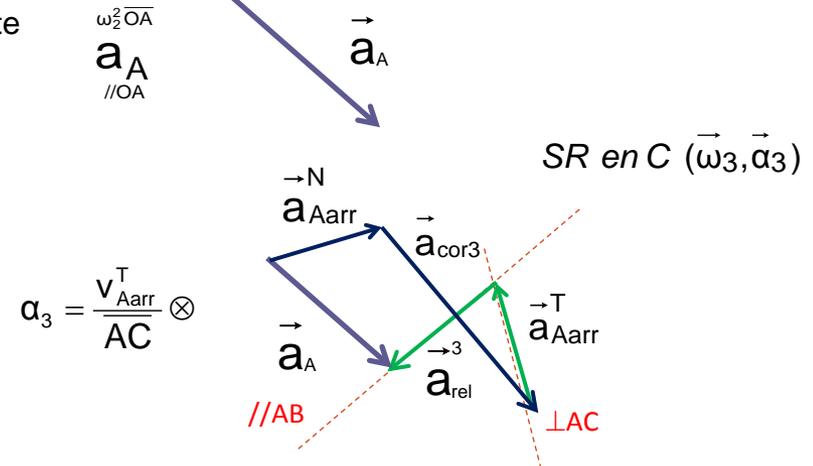
3. Análisis de aceleraciones

Por pertenecer a la barra 2 que gira con velocidad angular constante

Empleamos de nuevo el sistema en C, girando con el elemento 3 y planteamos la aceleración de A.

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{arr3} + \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{cor3} = \vec{a}_{Aarr}^N + \vec{a}_{Aarr}^T + \vec{a}_r^3 + \vec{a}_{cor3}$$

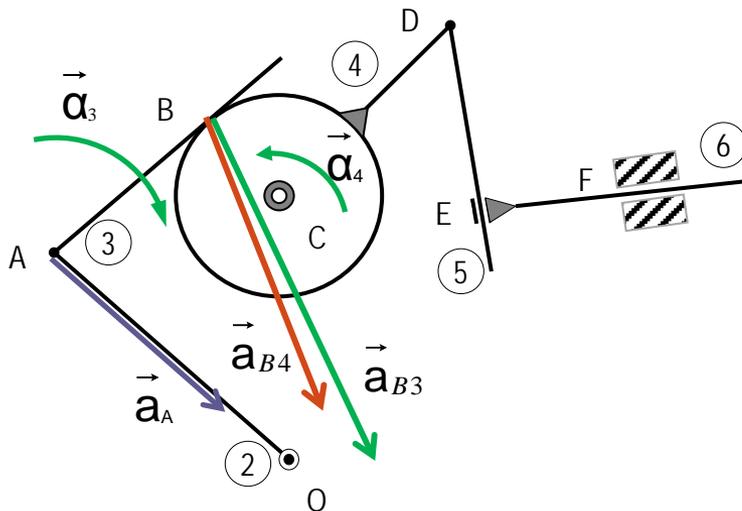
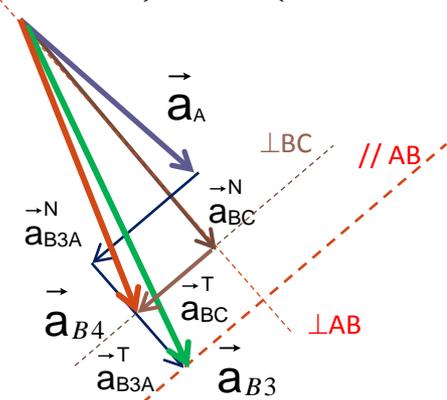
$\omega_2^2 \overline{OA}$ $\perp OA$ \vec{a}_A $\parallel OA$ $2\omega_3^2 \overline{AC}$ $\parallel AC$ \vec{a}_{Aarr}^N $\perp AC$ \vec{a}_{Aarr}^T $\parallel AC$ \vec{a}_r^3 $\parallel AB$ $2\omega_3 v_r^3$ $\perp AB$



Para obtener α_4 planteamos la condición de rodadura en B

$$\vec{a}_{B3} = \vec{a}_{B4} \Rightarrow \begin{pmatrix} M & \omega_3^2 \overline{AB} & \alpha_3 \overline{AB} \\ \vec{a}_A + \vec{a}_{B3A}^N + \vec{a}_{B3A}^T \\ D & \parallel AB & \perp AB \end{pmatrix} \parallel AB = \begin{pmatrix} \omega_4^2 \overline{BC} & ? \\ \vec{a}_{BC}^N + \vec{a}_{BC}^T \\ \parallel BC & \perp BC \end{pmatrix} \parallel AB$$

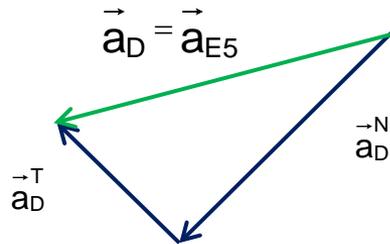
$$\alpha_4 = \frac{a_{BC}^T}{BC} \bullet$$



3. Análisis de aceleraciones

Planteamos la aceleración de D, conocidas la velocidad y la aceleración angular de 4.

$$a_D = \overset{?}{\omega_4^2 CD} \overset{?}{\parallel CD} + \overset{?}{\alpha_4 CD} \overset{?}{\perp CD}$$

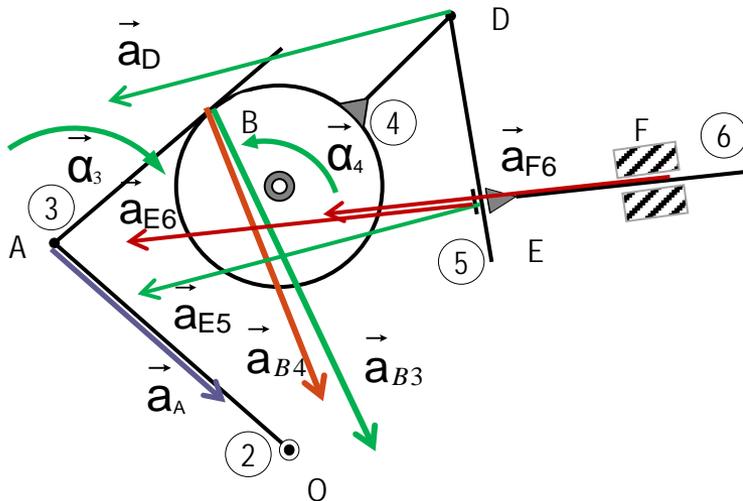


Como hemos explicado en el cálculo de velocidades

$$\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6 = \vec{0}; \vec{\alpha}_5 = \vec{\alpha}_6 = \vec{0}$$

La aceleración de E5 es igual a la de D

$$a_{E5} = \overset{?}{M} \overset{0}{D} + \overset{?}{D} \overset{0}{0} \Rightarrow \vec{a}_{E5} = \vec{a}_D$$



Calculamos a_{E6} . Empleamos el sistema de referencia móvil situado en D y girando con $\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6 = \vec{0}; \vec{\alpha}_5 = \vec{\alpha}_6 = \vec{0}$

La aceleración de los puntos de la barra 6 deben ser paralelos a la dirección EF

$$a_{E6} = \overset{?}{\parallel EF} \vec{a}_{arr} + \vec{a}_{rel} + \overset{0}{\text{cor5}} = \overset{?}{D} \vec{a}_{E5} + \overset{?}{\parallel ED} \vec{a}_r^5 + \overset{0}{\text{cor5}}$$

$$\vec{a}_{E6} = \vec{a}_{F6}$$

