CINEMÁTICA DE MECANISMOS

Ejercicio 7

Temas 1, 2 y 4

Itziar Martija López

Maider Loizaga Garmendia

Departamento de Ingeniería Mecánica

Mekanika Ingeniaritza Saila

ÍNDICE

Enunciado

1 Obtener los grados de libertad en el mecanismo de la figura justificando los tipos de pares que observas.

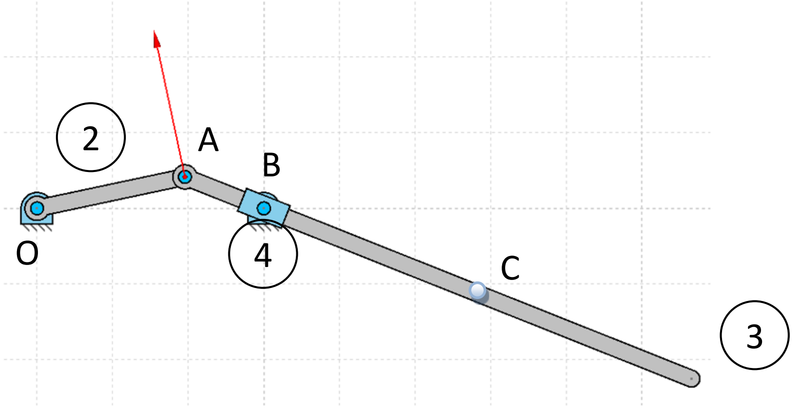
2 El mecanismo está formado por las barras 2 y 3. El elemento 3 se aloja en el casquillo 4:

   a. Determinar si los elementos 2, 3 y 4 son manivela, balancín o biela.

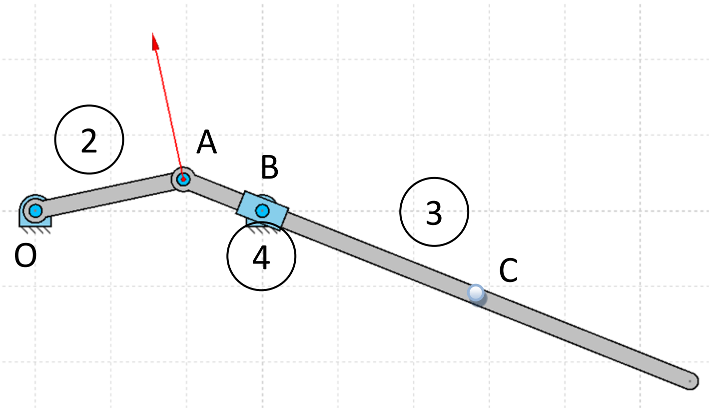
   b. Obtener todos los polos de rotación para la posición indicada.

3. Sabiendo que el punto A se mueve con una velocidad de módulo constante en sentido antihorario, y empleando los polos obtenidos, obtener las velocidades lineales de los puntos indicados (B_3 y C, gráficamente). Deducir las velocidades angulares de los elementos.

4. Obtener las aceleraciones de los elementos y puntos indicados.



1. Obtención de los grados de libertad



Para determinar el número de grados de libertad aplicamos el criterio de Grübler: en un mecanismo plano tendremos tres grados de libertad (gdl) por cada elemento, menos el fijo (N-1), y cada par de clase I restringirá 2 grados de libertad, y un par de leva, de clase II, restringirá 1 gdl.

Elementos N=4

Pares P I=3+1=4

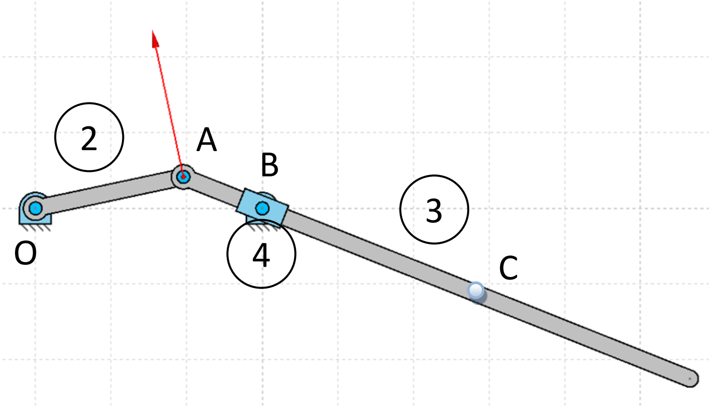
- Pares de rotación=3 : (O); (A); 1-4 (B)
- Pares prismáticos=1: 3-4 (B)

Pares P II=0

G=3(N-1)-2*PI-PII=3*3-2*4= 9-8=1 gdl

2. Análisis estructural

a. Determinar si los elementos 2, 3 y 4 son manivela, balancín o biela.
b. Obtener todos los polos de rotación para la posición indicada.



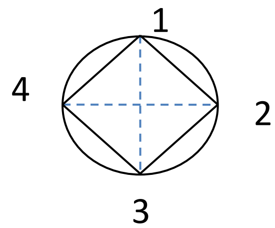
a.

La barra 2 puede dar (aparentemente) vueltas completas alrededor de O, punto fijo, luego será una manivela.

La barra 3 se mueve respecto a un centro instantáneo de rotación, luego será una biela.

El casquillo 4 oscila unido al elemento fijo por un par de rotación, luego será un balancín.

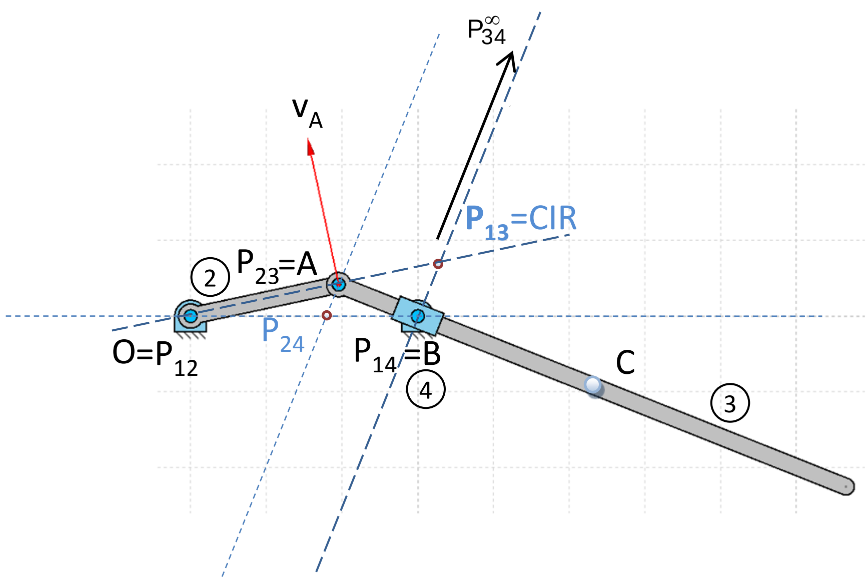
2. Análisis estructural



b. Mediante el diagrama del círculo obtenemos los polos

Polos primarios: P_{12}, P_{23}, $P_{14.}$ P_{34}^{∞}

Tenemos que obtener P_{13} y P_{24}



P13:

P_{12}, P_{23}
P_{34}^{∞} , P_{14}

En el círculo la cuerda 13 cierra los triángulos 1231 y 1431:

En el mecanismo, en la intersección de las líneas P_{12} –P_{23} y en P_{14} - P_{34}^{∞} tendremos el polo $\mathbf{P_{13}}$

P24:

P_{12}, P_{14}
P_{23} ,P_{34}^{∞}

En el círculo la cuerda 24 cierra los triángulos 1241 y 2342:

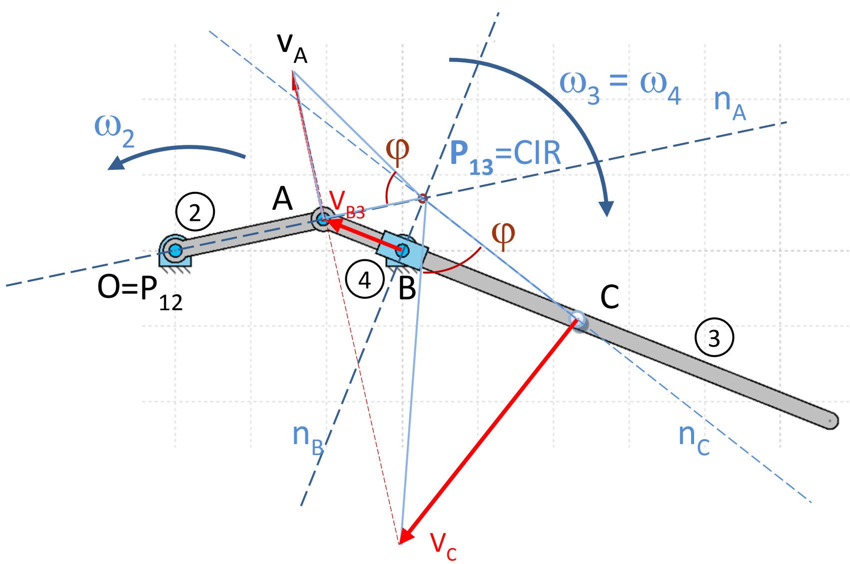
En el mecanismo, en la intersección de las líneas P_{12} – P_{14} y P_{23}- P_{34}^{∞} tendremos el polo $\mathbf{P_{24}}$

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

3. Análisis gráfico de velocidades

Conocemos las normales de las trayectorias de A, B_3 y C una vez que conocemos P_{13} . Tenemos en B dos puntos, B_3 y B_4. B_4 no se mueve, y B_3 tiene un movimiento relativo a B_4 puesto que el elemento 3 se traslada respecto al casquillo 4.

Al estar unidos los elementos 3 y 4 por un par prismático deben tener la misma velocidad (y aceleración) angular.



Conocidos P_{12} y la velocidad de A podemos deducir $\vec{\omega}_2$.

Conocidos P_{13} (CIR $_3$) y $\vec{v}_A$ deducimos $\vec{\omega}_3$.

$$\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_4 \qquad \omega_3 = \omega_4 = \frac{v_A}{PA} \otimes$$

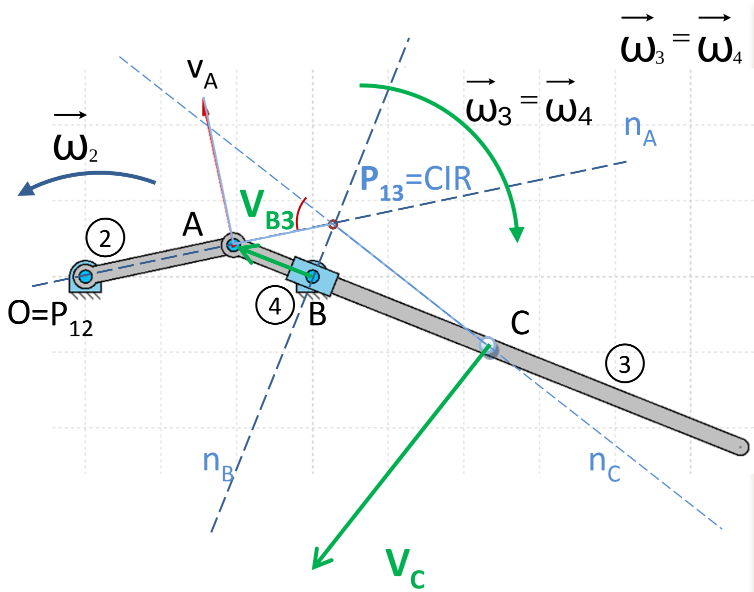
Llevando el ángulo φ a la normal en C obtenemos $\vec{v}_C$. Como A, B_3 y C están alineados, lo estarán también los extremos de sus velocidades. Uniendo el extremo de $\vec{v}_A$ y $\vec{v}_C$ encontramos el extremo de $\vec{v}_{B3}$ en la perpendicular trazada por B a la normal de B.

Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia
Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4. Análisis de aceleraciones

Para realizar el cálculo de aceleraciones empleamos el método de velocidades y aceleraciones relativas. Para ello es conveniente haber realizado previamente el análisis de las velocidades por el mismo método, para tener unos sistemas de referencia claramente definidos y así no cometer errores en los cálculos de aceleraciones relativas y de Coriolis.

Debemos elegir un sistema de referencia (SR) adecuado para trabajar con el par prismático 3-4. Elegimos un SR ubicado en B_4 (punto fijo) y que gira con $\vec{\omega}_3, \vec{\alpha}_3$. Con ese SR planteamos la velocidad de A y la aceleración de A.



Velocidades: $SR\ en\ B_4(\vec{\omega}_3, \vec{\alpha}_3)$

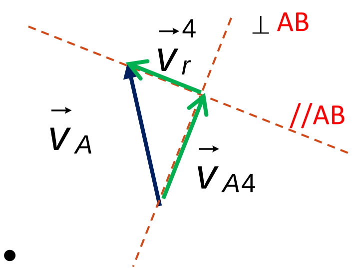
$$\underset{D}{\overset{M}{\vec{V}_A}} = \vec{V}_{arr} + \vec{V}_{rel} = \underset{\perp AB}{\overset{?}{\vec{V}_{A4}}} + \underset{//AB}{\overset{?}{\vec{V}_r^{\,4}}}$$

Se puede observar que

$$\vec{V}_{B3} = \vec{V}_r^{\,4}$$

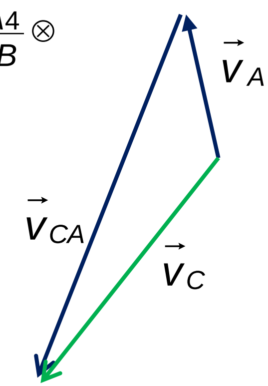
Si no hubiéramos calculado los polos, obtendríamos la velocidad de C planteando el campo de velocidades del elemento 3.

$$\underset{?}{\overset{?}{v_C}} = \underset{D}{\overset{M}{v_A}} + \underset{\perp AC}{\overset{\omega_3 AC}{v_{CA}}}$$



$$\omega_2 = \frac{v_A}{OA} \bullet$$

$$\omega_3 = \omega_4 = \frac{v_{A4}}{AB} \otimes$$



4. Análisis de aceleraciones

Abordamos el problema de aceleraciones con el mismo sistema de referencia que en velocidades. $SR\ en\ B_4(\vec{\omega}_3,\vec{\alpha}_3)$

Planteamos la aceleración de A con ese sistema de referencia

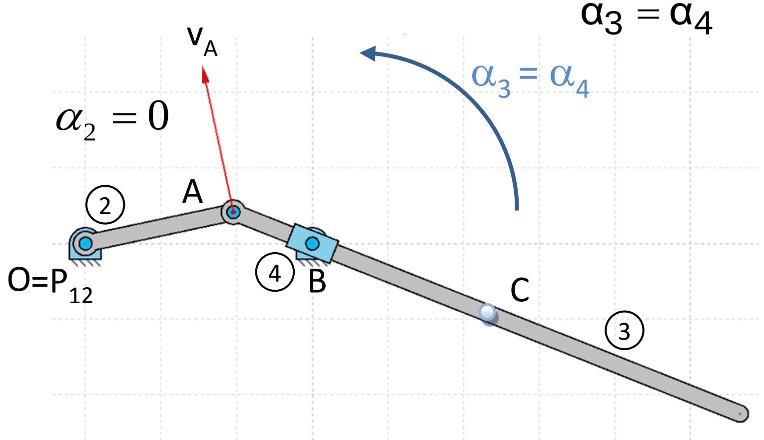
$$\vec{a}_{A}^{M/D} = \vec{a}_{arr} + \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{cor} =$$

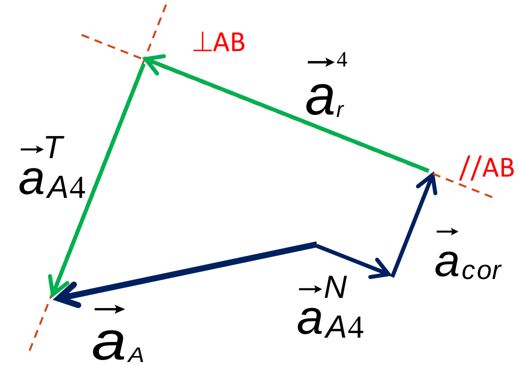
$$= \underset{//AB}{\overset{\omega_3^2\overline{AB}}{a_{A4}^{N}}} + \underset{\perp AB}{\overset{?}{a_{A4}^{T}}} + \underset{//AB}{\overset{?}{a_{r}^{4}}} + \underset{\perp AB}{\overset{2\vec{\omega}_3\times\vec{v}_{rel}}{a_{cor}}}$$

$$\underset{?}{\overset{?}{a_A}} = \underset{//OA}{\overset{\omega_2^2\overline{OA}}{a_A^N}} + \underset{\perp OA}{\overset{\alpha_2\overline{AC}}{a_A^T}} \xrightarrow{\alpha_2=0} \underset{?}{\overset{?}{a_A}} = \underset{//OA}{\overset{\omega_2^2\overline{OA}}{a_A^N}}$$

$\vec{a}_A$

$\alpha_3 = \alpha_4$





$$\alpha_3 = \alpha_4 = \frac{a_{A4}^T}{AB}\ \bullet$$

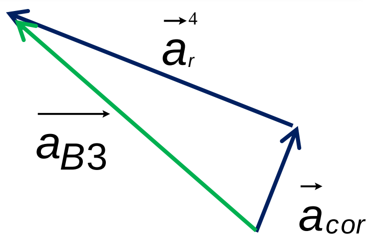
Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia

Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila

4. Análisis de aceleraciones

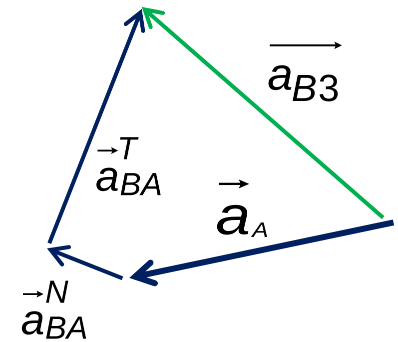
Podemos plantear la aceleración de B_3 con el sistema de referencia puesto en B_4.

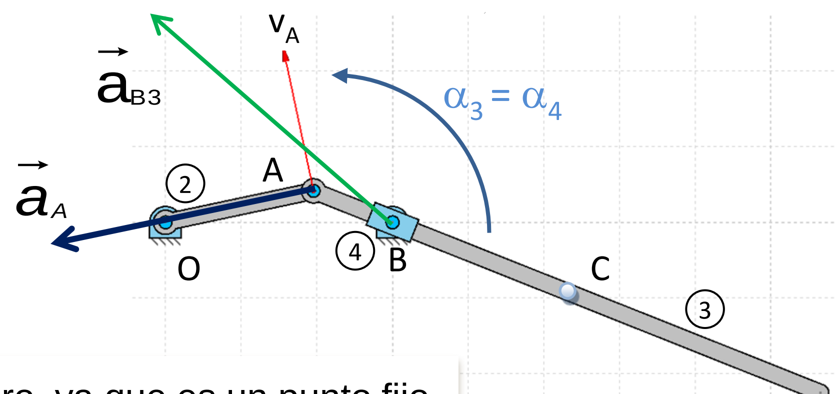
$$\underset{?}{\overset{?}{\vec a_{B3}}} = \underset{0}{\overset{0}{\vec a_{B4}}} + \underset{D}{\overset{M}{\vec a_r^{\,4}}} + \underset{D}{\overset{M}{\vec a_{cor}}}$$



También podríamos obtener la aceleración de B_3 por campo de aceleraciones, ahora que ya conocemos α_4

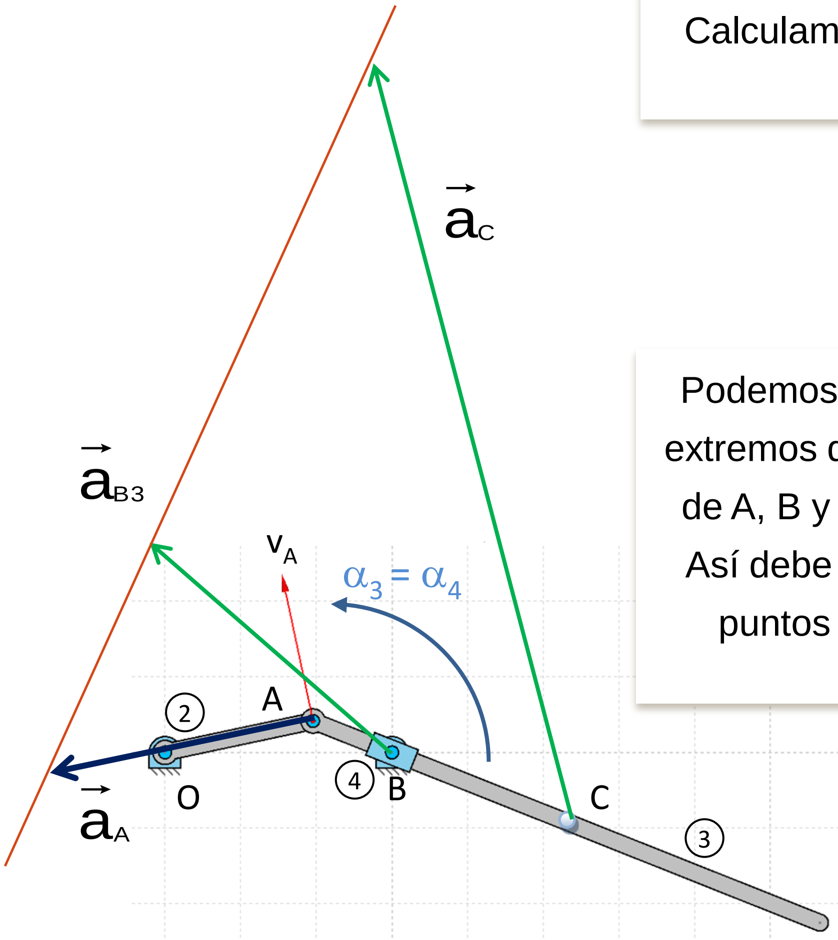
$$\underset{?}{\overset{?}{\vec a_{B3}}} = \underset{D}{\overset{M}{\vec a_A}} + \underset{//AB}{\overset{\omega_3^2 \overline{AB}}{\vec a_{BA}^N}} + \underset{\perp AB}{\overset{\alpha_3 \overline{AB}}{\vec a_{BA}^T}}$$





La aceleración de B_4 es cero, ya que es un punto fijo.

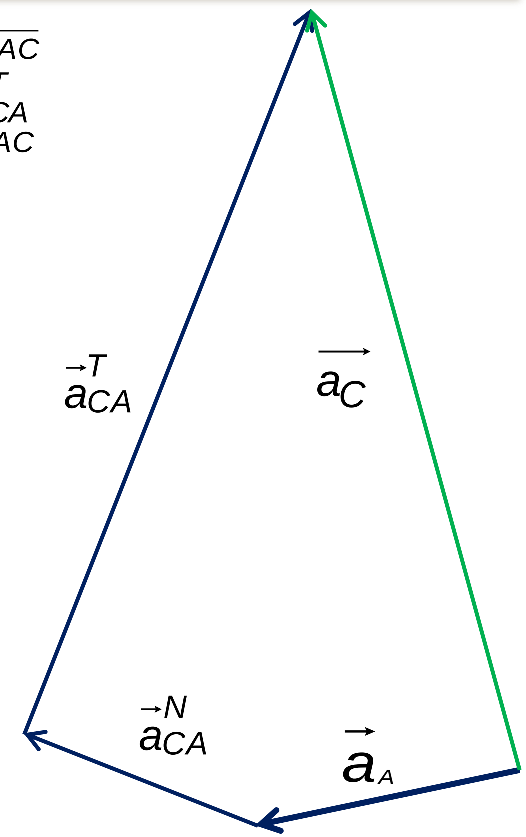
4. Análisis de aceleraciones



Calculamos la aceleración de C por campo de aceleraciones.

$$\underset{?}{\overset{?}{\vec{a}_C}} = \underset{D}{\overset{M}{\vec{a}_A}} + \underset{//AC}{\overset{\omega_3^2 \overline{AC}}{\vec{a}^N_{CA}}} + \underset{\perp AC}{\overset{\alpha_3 \overline{AC}}{\vec{a}^T_{CA}}}$$

Podemos observar como los extremos de las aceleraciones de A, B y C están alineadas. Así debe ser puesto que los puntos también lo están



Itziar Martija López
Maider Loizaga Garmendia

Departamento de Ingeniería Mecánica
Mekanika Ingeniaritza Saila