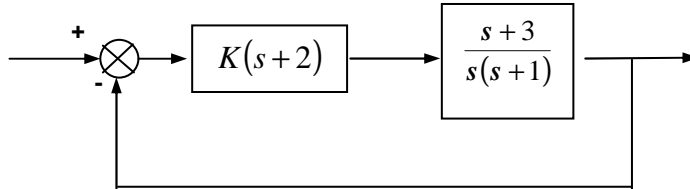


7. GAIA ERROEN LEKUA

7.1 ARIKETA

ondoko bloke-diagrama izanik:



a) Erroen lekua irudikatu eta azaldu zehatz-mehatz.

SOLUZIOA:

- 1) 2 polo lazo irekian= 2 adar
- 2) Adarrak 0 eta -1 hasten dira ($k=0$) eta amaitu -2 eta 3 zeroetan ($K=\infty$)
- 3) Ardatz errealekiko simetrikoa
- 4) Ardatz errealeko lekua: $[-3,-2]$ U $[-1,0]$
- 5) Ez daude asintotarik ($n-m=0$),
- 6) Beraz ez dago zentroiderik.
- 7) Irteera angeluak: jatorriko poloa 180° , -1 angelua 0° , -2 angelua 180° , -3 angelua 0°

$$\sum_{i=1}^m \angle(s_0 - z_i) - \sum_{i=1}^n \angle(s_0 - p_i) = -\pi$$

$$0 + 0 - (0 + \varphi) = -\pi \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$0 + 0 - (\varphi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = 0$$

$$0 + \varphi - (\pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$\varphi + \pi - (\pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = 0$$

8) $dK/ds=0 \rightarrow$

Ek. Karak: $1+G(s)H(s)=0 \Rightarrow K = \frac{-s(s+1)}{(s+2)(s+3)}$

$$\frac{dK}{ds} = \frac{d\left(-\frac{s^2 + s}{s^2 + 5s + 6}\right)}{ds} = 0 \rightarrow 4s^2 + 12s + 6 = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} sd = -0.63 \rightarrow \frac{1}{Kd} &= \left. \frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)} \right|_{s=-0.63} \rightarrow kd = 0.07 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} sc = -2.36 \rightarrow \frac{1}{Kd} &= \left. \frac{(s+2)(s+3)}{s(s+1)} \right|_{s=-2.36} \rightarrow kc = 14 \end{aligned} \right.$$

Hau da:

Dispersio puntua = - 0.63 eta dagokion irabazpena K=0.07

Elkargune puntua = -2.36 eta dagokion irabazpena K=14.

9) ardatz irudikariko ebaketak, lazo itxiko T. F:

$$Glc(s) = \frac{k(s+2)(s+3)}{(k+1)s^2 + (5k+1)s + 6k}$$

R-Hen irizpidea erabiliz:

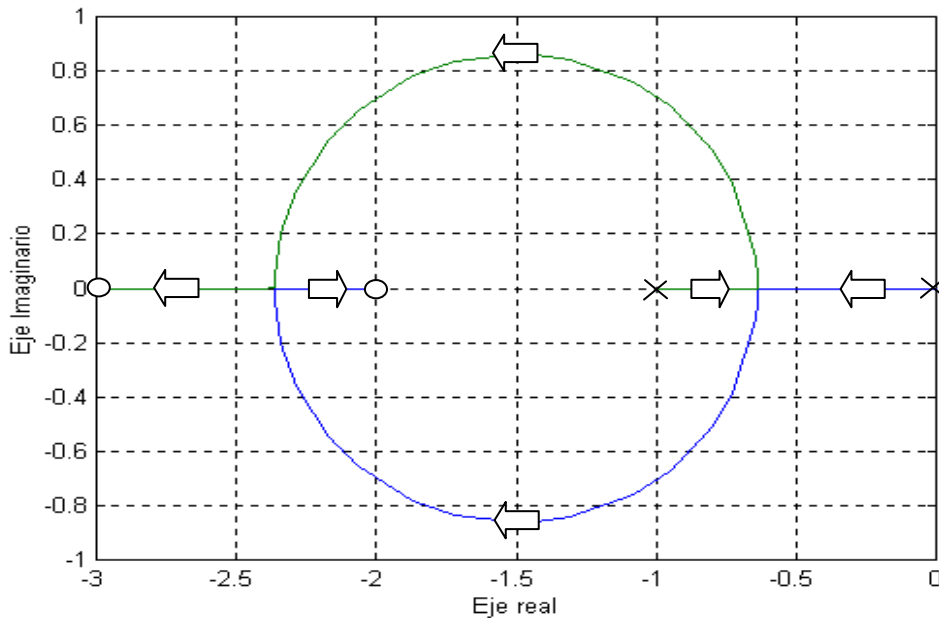
a) Beharrezko baldintza: $k > -1$ y $k > -1/5$ y $k > 0 \rightarrow k > 0$

b) Baldintza nahikoa:

S^2	$k+1$	$6k$
S^1	$5k+1$	
S^0	$6k$	

K > 0 sistema **egonkorra**. EZ DAGO EBAKETARIK

Erroen lekua:



Azalpena:

$0 < K < 0.07$, 2 polo erreal beraz irteera esponentziala (sarrera maila unitatea denean- 1. ordenako sistema)

$0.07 < K < 14$, 2 polo konplexu konjokatuak beraz irteera azpimoteldua (2. Ordenako sistema)

$K > 14$, 2 polo erreal beraz irteera esponentziala (sarrera maila unitatea denean- 1. ordenako sistema)

b) K -ren balio-tartea aurkitu sistema egonkorra izateko

SOLUZIOA:

Erroen lekua ikusita $K > 0$ denean sistema egonkorra da (ikus 9. Puntua).

7.2 ARIKETA

Ondoko lazo irekiko transferentzi funtzioa izanik:

$$kGH = \frac{k(s+1)^2}{s^2(s+3)(s+7)}$$

Erroen lekua irudikatu eta azaldu.

SOLUZIOA:

- 1) 4 polo lazo irekian= 4 adar
- 2) Adarrak hasi 0 puntuan (bikoitza) , -3 an eta -7 an ($k=0$) eta amaitu -1 an (bikoitza) eta $n-m=2$ asintotetan ($K=\infty$)
- 3) Ardatz errealekiko simetrikoa
- 4) Ardatz errealeko lekua: $[-7,-3]$

5) $(n-m)=2$ asintota, angeluak

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}, \quad k = 0, 1, \dots, n-m-1$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2}; \quad \theta_1 = \frac{3\pi}{2} = \frac{-\pi}{2}$$

6) Zentroidea:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n-m} = \frac{-7-3-0-0-(-1-1)}{2} = -4$$

7) Irteera angeluak: jatorriko polo bikoitzetik $+90^\circ$ eta -90° , -3 angelua 180° , -7 angelua 0°

$$\sum_{i=1}^m \angle(s_0 - z_i) - \sum_{i=1}^n \angle(s_0 - p_i) = -\pi$$

$$0 + 0 - (0 + 0 + \varphi + \varphi) = -\pi \Rightarrow \varphi = \pi/2$$

Eta simetriagatik: $\varphi = -\pi/2$

$$\varphi + \varphi - (0 + 0 + \pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = \pi/2$$

Eta simetriagatik -1: $\varphi = -\pi/2$

$$\pi + \pi - (0 + \varphi + \pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$\pi + \pi - (\varphi + \pi + \pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = 0$$

8) $dK/ds=0 \rightarrow$

$$\text{Ek. karakt.: } 1+KG(s)H(s)=0 \Rightarrow K = \frac{-s^2(s+3)(s+7)}{(s+1)^2}$$

$$\frac{dK}{ds} = \frac{d\left(\frac{-s^2(s+3)(s+7)}{(s+1)^2}\right)}{ds} = \frac{s(4s^4 + 16s^3 + 44s^2 + 72s + 42)}{(s^2 + 2s + 1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow s(4s^4 + 16s^3 + 44s^2 + 72s + 42) = 0$$

Dispersio-puntuak:

$s=0$: jatorrian ($K=0$)

$s=-1$ zeroan ($K=\infty$)

$s=-1.1 \pm 1.78j$ ez adauke Erroen lekuan

$s=-4.78$ erroen lekuan,

dagokion k-ren balioa:

$$\text{moduluaren baldintza: } |KG(s)H(s)| = 1$$

$$K = \left| \frac{-s^2(s+3)(s+7)}{(s+1)^2} \right|_{s=-4.78} = 6.32$$

Hau da:

-4.78 dispersio-puntua eta dagokion k-ren balioa: $K=6.32$

9) Ardatz irudikariko ebaketak, ekuazio karakteristikoa:

$$1 + kGH(s) = 0 \rightarrow s^4 + 10s^3 + (21 + k)s^2 + 2ks + k = 0$$

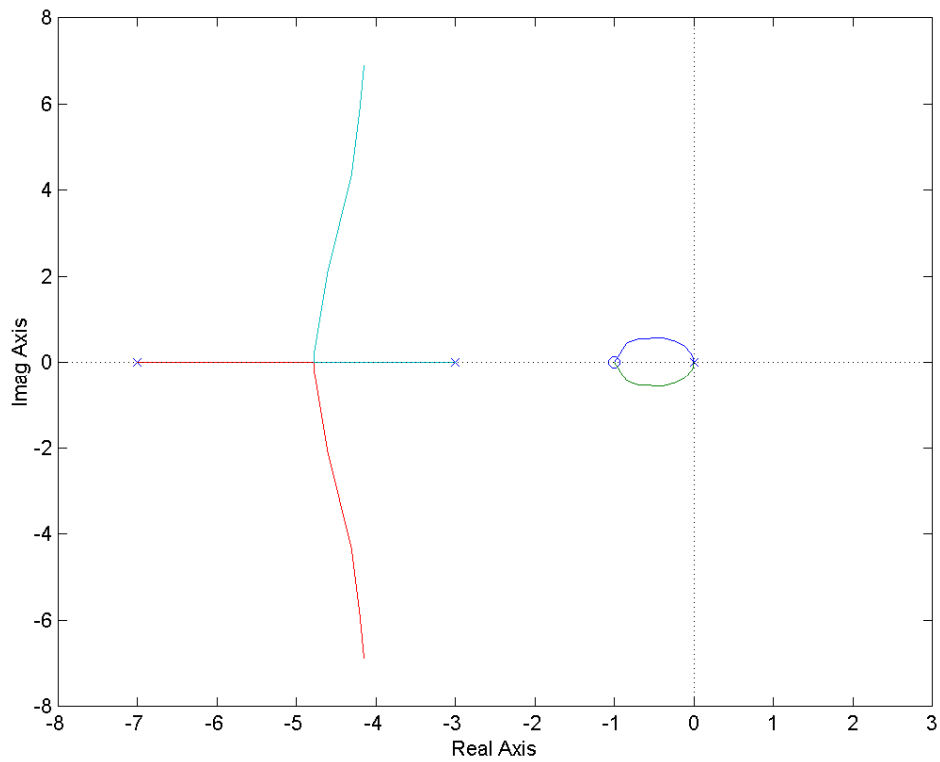
R-Hen irizpidea erabiliz:

a) Beharrezko baldintza: $K > 0$

b) Baldintza nahikoa:

S^4	1	$21+k$	k
S^3	10	$2k$	
S^2	$21+8k/10$	k	
S^1	$10k(420+6k)/210+6k$		
S^0	k		

$K > 0$ sistema **egonkorra**. EZ DAGO EBAKETARIK



7.3 ARIKETA

Ondoko lazo irekiko sistemaren Erroen Lekua irudikatu. Aztertu sistemaren egonkortasuna:

$$kGH(s) = \frac{k(s+1)(s+2)}{s^2(s+4)}$$

SOLUZIOA:

- 1) 3 polo lazo irekian= 3 adar
- 2) adarrak hasten dira 0an (bikoitza) eta -4an (k=0) eta amaitu -1 eta -2 zeroetan eta n-m=1 asintotan (K=∞)
- 3) Ardatz errealeko simetrikoa
- 4) Ardatz errealeko lekua: $[-\infty, -4] \cup [-2, -1]$

5) (n-m)=1 asintota 180°

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}, \quad k = 0, 1, \dots, n-m-1$$

$$\theta_0 = \pi$$

- 6) Beraz ez dago zentroderik asintota bakarra dagoelako
- 7) Irteera angeluak: jatorriko polo bikoitzetik +90° eta -90°, -1ena angelua 180°, -2rena 0° eta -4rena 180°

$$\sum_{i=1}^m \angle(s_0 - z_i) - \sum_{i=1}^n \angle(s_0 - p_i) = -\pi$$

$$0 + 0 - (0 + \varphi + \varphi) = -\pi \Rightarrow \varphi = \pi/2$$

Eta simetriatik: $\varphi = -\pi/2$

$$0 + \varphi - (0 + \pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$\varphi + \pi - (0 + \pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\pi + \pi - (\varphi + \pi + \pi) = -\pi \Rightarrow \varphi = -\pi$$

8) $dK/ds=0 \rightarrow$

$$\text{Ek. karakt.: } 1 + KG(s)H(s) = 0 \Rightarrow K = \frac{-s^2(s+4)}{(s+1)(s+2)}$$

$$\frac{dK}{ds} = \frac{d\left(\frac{-s^2(s+4)}{(s+1)(s+2)}\right)}{ds} = \frac{s(s^3 + 6s^2 + 18s + 16)}{((s+1)(s+2))^2} = 0$$
$$\Rightarrow s(s^3 + 6s^2 + 18s + 16) = 0$$

Dispertsio-puntuak:

$s=0$: jatorrian ($K=0$)

$s=-2.31 \pm 2.5j$ ez daude Erroen lekuan

$s=-1.37$ erroen lekuan,

dagokion k -ren balioa:

moduluaren baldintza: $|KG(s)H(s)| = 1$

$$K = \left| \frac{-s^2(s+4)}{(s+1)(s+2)} \right|_{s=-1.37} = 21.2$$

Hau da:

Dispertsio punta = -1.37 eta dagokion irabazpena $K=21.2$

9) Ardatz irudikariko ebaketak, ekuazio karakteristikoa

$$1 + kGH(s) = 0 \rightarrow s^3 + (4 + k)s^2 + 3ks + 2k = 0$$

R-Hen irizpidea erabiliz:

- a) Beharrezko baldintza: $K > 0$
- b) Baldintza nahikoa:

S^3	1	3k
S^2	4+k	2k
S^1	$k(3k+10)/(4+k)$	
S^0	2k	

$K > 0$ sistema **egonkorra**. EZ DAGO EBAKETARIK

