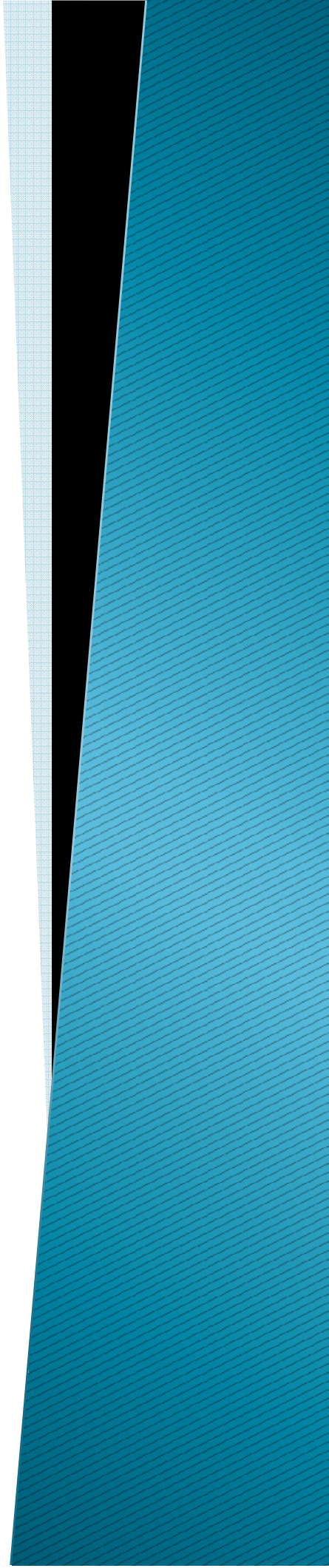


7. Gaia

Erroen lekua



7. Gaia Erroen lekua

1. Erroen lekua: definizioa
2. Moduluaren eta argumentuaren baldintzak
3. Erroen Lekuaren eraikuntza

7. Gaia

Erroen lekua

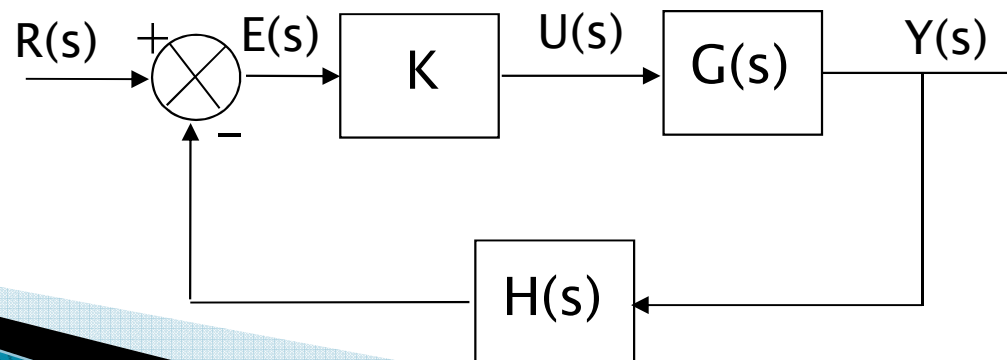
Definizioa

Sistema baten erantzun iragankorra lazo itxiko poloen (ekuazio karakteristikoaren erroak) kokapenarekin zuzenean erlazionaturik dago.

BAINA, ekuazio karakteristikoaren erroak “mugitzen” dira lazo irekiko sistemaren irabazpena aldatzen denean (kontroladorea doitzera koan gertatzen dena). Beraz, oso garrantzitsua da jakitea s planoan nola mugitzen diren lazo itxiko poloak irabazpena aldatzen denean.

Horretarako, Walter R. Evansek 1950an metodo bat diseinatu zuen:

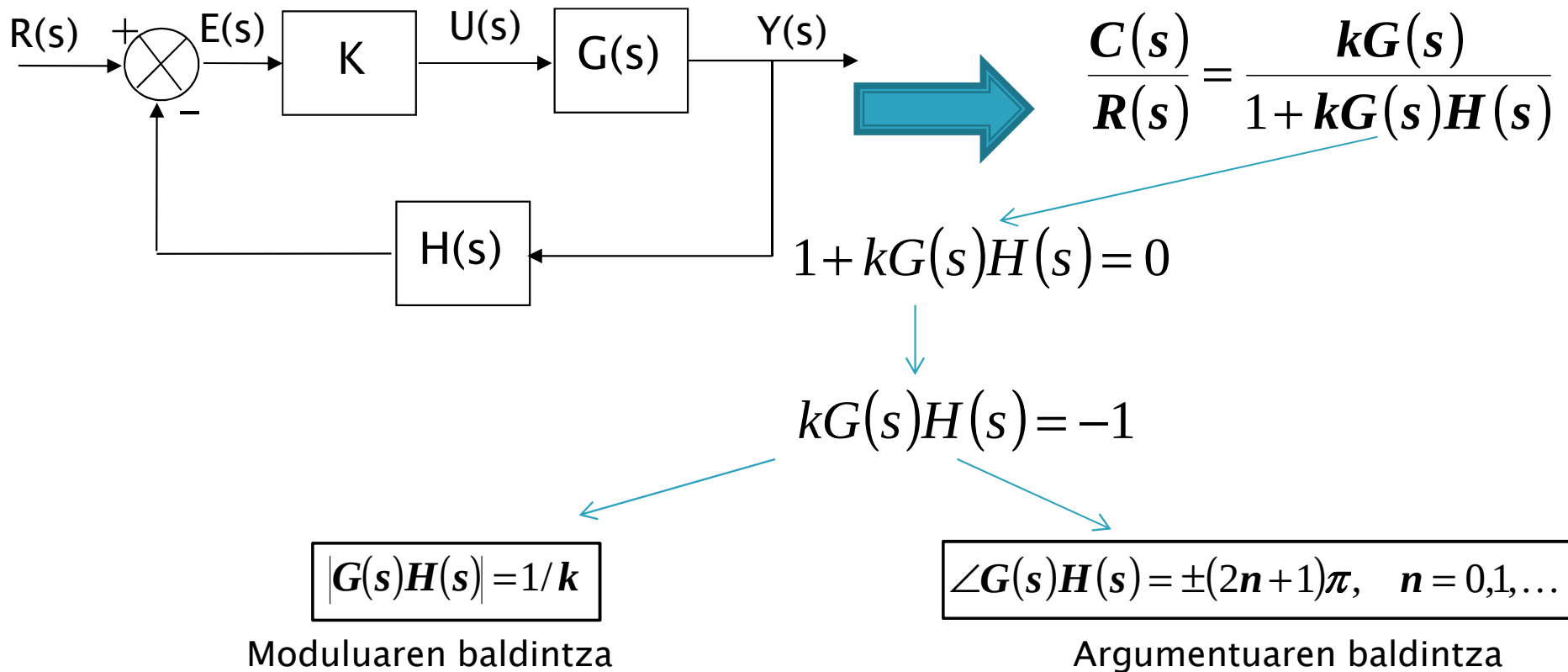
Erroen Lekua Lazo itxiko poloen (x) bilakaera adierazten duen grafikoa, lazo irekiko irabazpena (k) 0tik ∞ -ra aldatzen denean (lazo irekiko T . funtziotik abiatuta).



7. Gaia Erroen lekua

Moduluaren eta argumentuaren baldintzak

Demagun ondoko sistema berrelikatua:



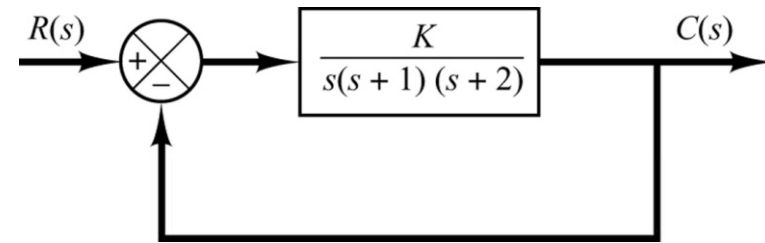
Aurreko bi baldintzak betetzen dituen S planoko edozein puntu Erroen lekuko puntu bat izango da eta ondorioz Lazo itxiko transferentzi funtzioaren poloak izango dira.

7. Gaia Erroen lekua

Erroen Lekuaren eraikuntza

Demagun ondoko bloke-diagrama :

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}, \quad H(s) = 1$$



Irudikatu Erroen lekua

Sistema honetan moduluaren eta argumentuaren baldintza:

$$|G(s)| = 1/k; \quad \angle G(s) = \angle \frac{1}{s(s+1)(s+2)} = -\angle s - \angle(s+1) - \angle(s+2) = \pm(2k+1)\pi$$

ARAUAK:

I: Adar kopurua= Lazo irekiko T. F.aren polo kopurua

Adibidean: adar kopurua=3

II: Adarren irteera puntuak (K=0)= poloak eta helmuga puntuak (K=∞)= zeroak eta n-m asintota

Adibidean: irteera puntuak=(0,-1,-2) eta helmuga puntuak= 3(n-m) asintota

7. Gaia Erroen lekua

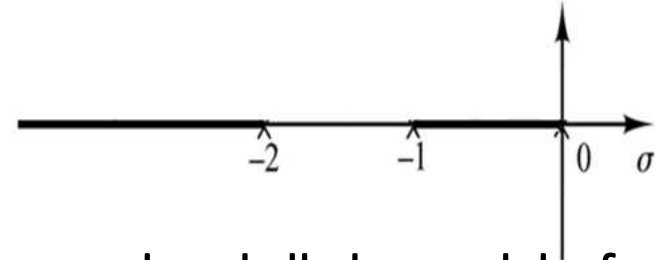
Erroen Lekuaren eraikuntza

III: Ardatz errealekiko simetria.

Poloak eta zeroak errealak edo irudikari konjokatuak izan daitezkeelako ardatz errealekiko simetrikoa izan behar da

IV: Ardatz errealeko lekua: ardatz errealeko s puntu bat erroen lekuan dago baldin eta soilik baldin bere eskumara dauden (polo+zero) kopurua bakoitia bada.

Adibidean: $s_0 \in (-\infty, -2] \cup [-1, 0]$



V: Asintotak: $n-m$ asintotak ardatz errealekin eratzen duten angeluen kalkulua, ondoko formula erabiliz kalkulatzen da:

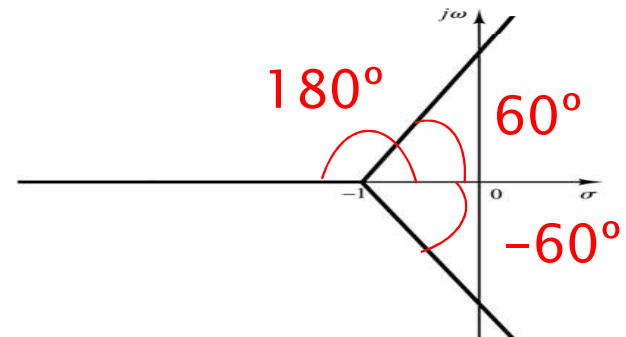
$$\vartheta_k = \frac{(2l+1)\pi}{n-m}, l = 0, 1, \dots, n-m-1$$

Adibidean:

$$\vartheta_0 = \frac{(2 \cdot 0 + 1)\pi}{3} = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$$

$$\vartheta_1 = \frac{(2 \cdot 1 + 1)\pi}{3} = \pi = 180^\circ$$

$$\vartheta_2 = \frac{(2 \cdot 2 + 1)\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} = -60^\circ$$



7. Gaia Erroen lekua

Erroen Lekuaren eraikuntza

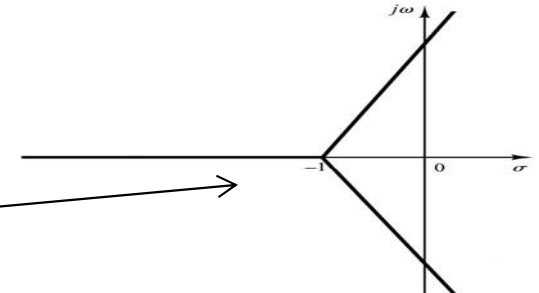
VI: Asintoten elkargunea edo zentroidea.

Ondoko formulekin kalkulatzen da:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n-m}$$

Adibidean

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n-m} = \frac{-1-2}{3} = -1$$



VII: Poloen irteera angeluak eta zeroen edo asintoten helmuga. Angelu hauek kalkulatzeko argumentuaren baldintza aplikatzen da polo/zero bakoitzari, suposatuz bere hurbileko puntu bat dela s_0 :

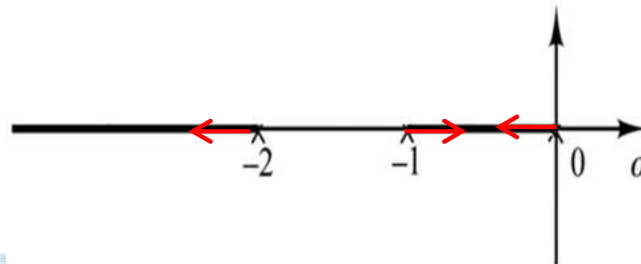
Adibidean:

$$\angle G(s) = \angle \frac{1}{s_0(s_0+1)(s_0+2)} = -\angle s_0 - \angle(s_0+1) - \angle(s_0+2) = \pm(2n+1)\pi$$

$$s_0 = 0 \Rightarrow -\angle 0 - \angle(0+1) - \angle(0+2) = \pm(2n+1)\pi \rightarrow -\varphi_0 - 0 - 0 = \pi \rightarrow \boxed{\varphi_0 = \pi}$$

$$s_0 = -1 \Rightarrow -\angle -1 - \angle(-1+1) - \angle(-1+2) = \pm(2n+1)\pi \rightarrow -\pi - \varphi_0 - 0 = -\pi \rightarrow \boxed{\varphi_0 = 0}$$

$$s_0 = -2 \Rightarrow -\angle -2 - \angle(-2+1) - \angle(-2+2) = \pm(2n+1)\pi \rightarrow -\pi - \pi - \varphi_0 = -\pi \rightarrow \boxed{\varphi_0 = \pi}$$



7. Gaia Erroen lekua

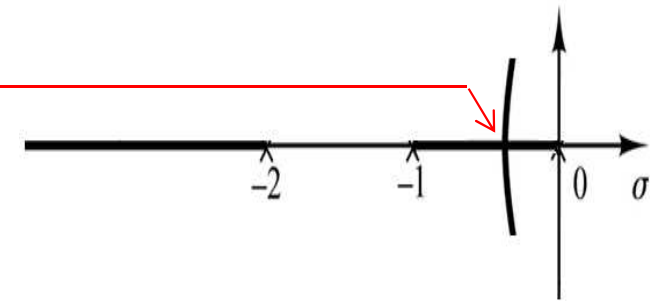
Erroen Lekuaren eraikuntza

VIII: Dispersio edo /eta elkargune puntua. Erroen lekua bitan edo gehiagotan banatzen den puntua. Ondoko formularekin kalkulatzen da:

Adibidean:

$$1 + kG(s)H(s) = 1 + \frac{K}{s(s+1)(s+2)} = 0 \Rightarrow K = -s(s+1)(s+2) \Rightarrow \frac{dK}{ds} = -(3s^2 + 6s + 2) = 0$$

$\Rightarrow s = -0.4226 \quad (K=0.3849) \in \text{LR (IV araua)} \Rightarrow \text{dispertsio puntua da}$
 $s = -1.5774 \quad (K=-0.3849) \notin \text{LR (IV araua)} \Rightarrow \text{EZ da dispertsio puntua}$



IV: Ardatz irudikariarekin ebaketa puntuak. k-ren balioa kalkulatzen da, lazo itxiko sistema kritikoki egonkorra izateko. Hau R-Hen erizpidea aplikatuz lortu daiteke (1º zutabeko elementu bat zero denean).

Adibidean:

$$1 + kG(s)H(s) = 0$$

$$s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

1ª zutabea = 0:

$$\Downarrow$$

$s^3 \quad 1 \quad 2 \quad -K=0 \Rightarrow 1 \text{ aldaketa } (+ \rightarrow 0) \Rightarrow 1 \text{ erro irud. (lazo Irekiko poloa } s=0).$

$s^2 \quad 3 \quad K \Rightarrow \boxed{K=6} \Rightarrow 2 \text{ aldaketa } (+ \rightarrow 0 \rightarrow +) \Rightarrow 2 \text{ erro irudikari hutsak}$

$$s \quad \frac{6-K}{3}$$

$$1 \quad K$$

Ekuazio laguntzailea askatzen da:

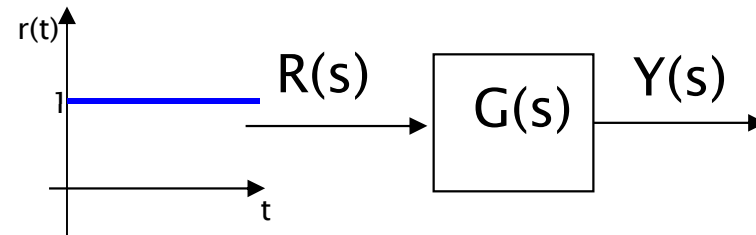
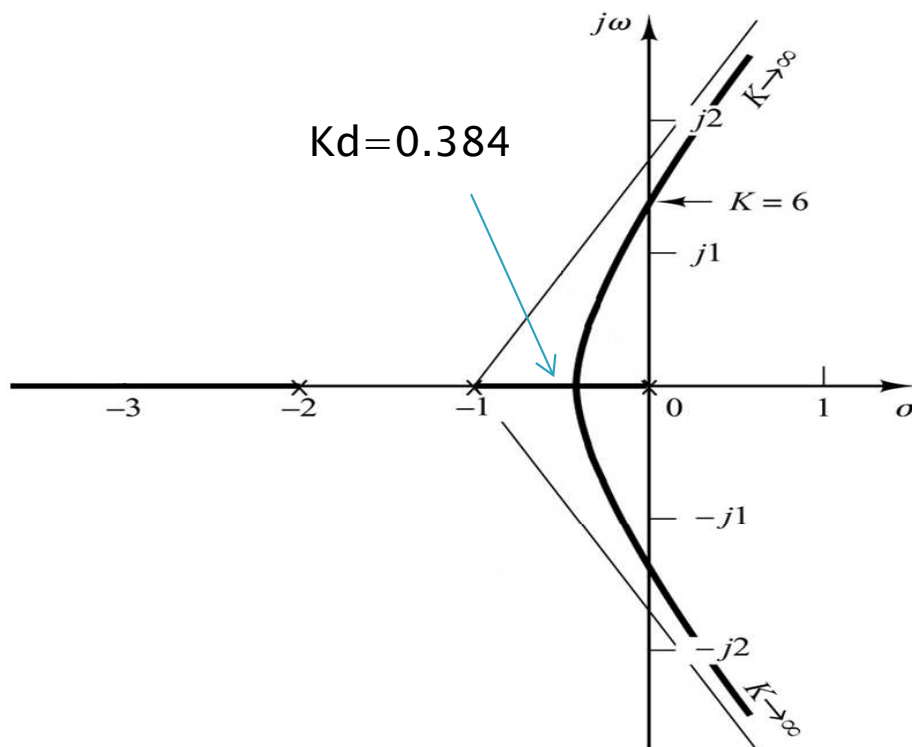
$$3s^2 + 6 = 0 \Rightarrow \boxed{s = \pm j\sqrt{2}} \quad \text{Ebaketak}$$

7. Gaia Erroen lekua

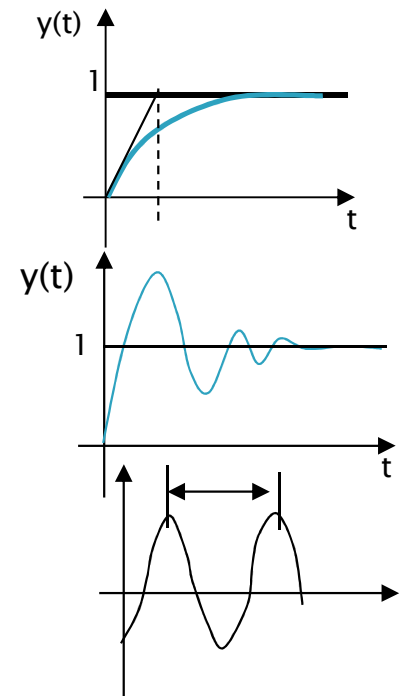
Erroen Lekuaren eraikuntza

Azkenik Erroen Lekua irudikatzen da:

Analisia:



- 1) $0 < k < k_d = 0.384$:
3 polo Errealak sistema gainmoteltzailea
- 2) $0.384 < k < 6$:
2 polo irudikari konjokatuak
Polo bat erreala
- 3) $K = 6$
2 polo irudikari hutsak
- 4) $K > 6$ **EZEGONKORRA**



7. Gaia Erroen lekua



This work is licensed under

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

You are free:

To Share — to copy, distribute and transmit the work

Under the following conditions:

Attribution — You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).

Noncommercial — You may not use this work for commercial purposes.

No Derivative Works — You may not alter, transform, or build upon this work.

With the understanding that:

Waiver — Any of the above conditions can be waived if you get permission from the copyright holder.

Public Domain — Where the work or any of its elements is in the public domain under applicable law, that status is in no way affected by the license.

Other Rights — In no way are any of the following rights affected by the license:

- Your fair dealing or fair use rights, or other applicable copyright exceptions and limitations;
- The author's moral rights;
- Rights other persons may have either in the work itself or in how the work is used, such as publicity or privacy rights: Some of the figures used in this work has been obtained from the Instructor Resources of *Modern Control Engineering*, Fifth Edition, Katsuhiko Ogata, copyrighted ©2010, ©2002, ©1997 by Pearson Education, Inc.

Notice — For any reuse or distribution, you must make clear to others the license terms of this work.