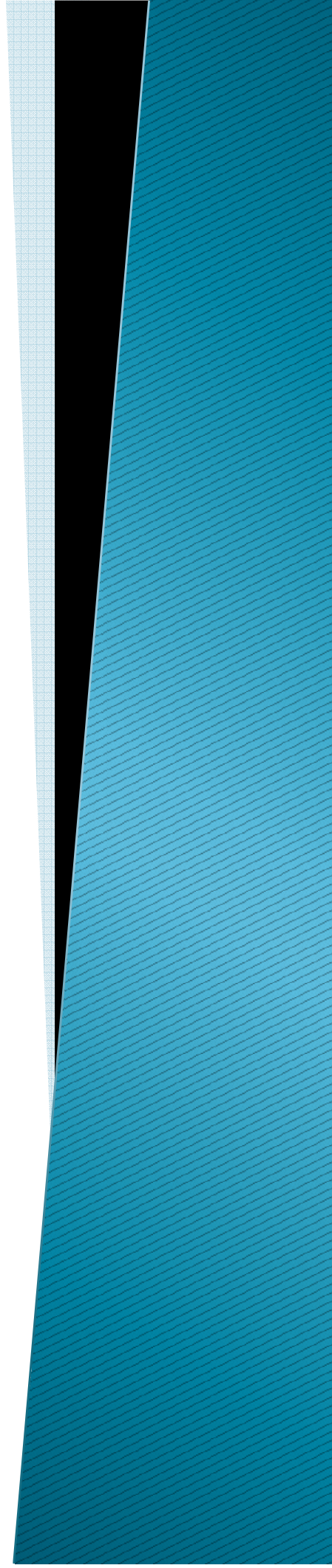


5. Gaia

Egonkortasuna kontrol-sistemetan



5. Gaia

Egonkortasuna kontrol-sistemetan

1. Egonkortasunaren definizioak
2. Routh-hurwitz-en irizpidea

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Egonkortasunaren definizioak

Egonkortasunaren definizioak:

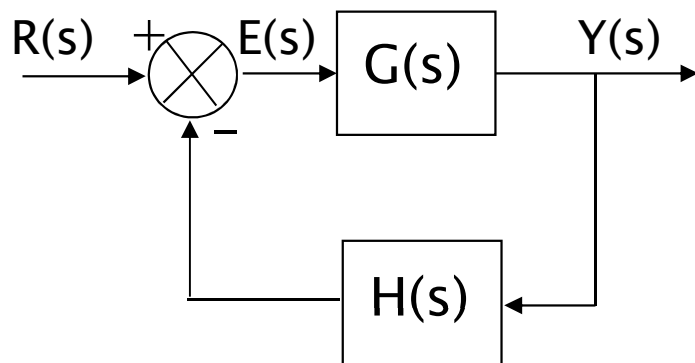
- 1) Sistema lineal bat egonkorra da, irteera mugatua bada sarrera mugatua denean (BIBO egonkortasun-irizpidea)
- 2) Sistema lineal bat egonkorra da, inpultso-erantzunaren modulua erabat integragarria denean. Hau da $\int_0^{\infty} |g(t)| < \infty$, edo gauza bera dena: Sistema lineal bat egonkorra da, inpultso-erantzuna zerorantz doanean $t \rightarrow \infty$ denean.
- 3) Sistema lineal bat egonkorra da, bere lazo itxiko transferentzia-funtzioaren polo guztiak s planoaren erdi-plano negatiboan daudenean.

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Egonkortasunaren definizioak

Berrelikatutako sistemen egonkortasuna sistema beraren izaerarekin erlazionaturik dago soilik. Hau da, ez dago sistemari aplikatzen zaion sarreraren menpe. Beraz **egonkortasuna sistema adierazten duen T. F.-an definitzen da, zehatzago bere poloen izaeran (positiboak edo negatiboak).**

Adibidea:



$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

$$H(s) = 1$$

Lazo irekian:

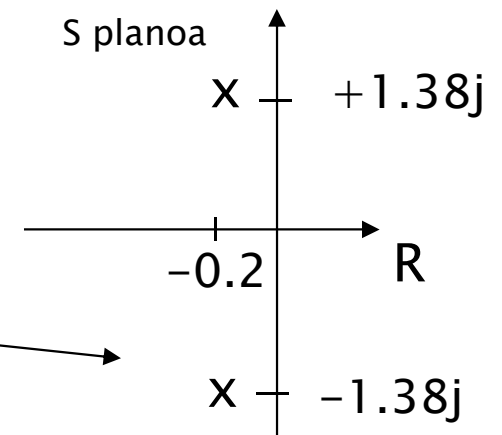
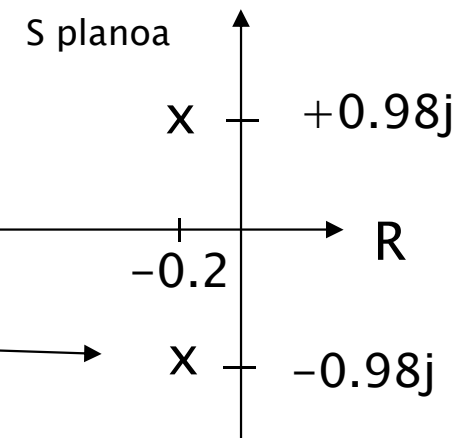
$$G_{LA}(s) = G(s)H(s) = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

Egonkorra

Lazo itxian:

$$G_{LC}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 2}$$

Egonkorra



5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurwitz-en irizpidea

Definizioa:

Hurwitz-en polinomioa: polinomioko **erro guztien** zati errealak hertsiki **negatiboa** denean, beraz **sistema bat egonkorra da** bere Transferentzia-funtzioaren **izendatzailea Hurwitz-en polinomioa** bada.

Demagun ondoko lazo itxiko T. F. daukana sistema:

$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}, \text{ non } a_i \text{ eta } b_i \text{ konstanteak eta } m \leq n,$$

Routh-Hurwitz-en irizpideak (R-H), sistemaren egonkortasun absolutuari buruz informazioa ematen du. Horretarako, s planoko erdi-plano **positiboan** dauden **polo kopurua** kalkulatzeko laguntzen du polinomioaren faktORIZAZIOA egitera behartu barik.

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurwitz-en irizpidea

Prozedura:

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

polinomio bat Hurwitz-ena izateko:

- Baldintza beharrezkoa:

$$a_i \in \mathbb{R} \quad \text{eta} \quad a_i > 0 \quad \forall i = 0, \dots, n$$

- Baldintza nahikoa:

Routh-Hurwitz-en taula

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	...
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	...
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	...
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	...
\vdots	\vdots	\vdots			
s^2	k_1	k_2			
s^1	l_1				
s^0	m_1				

Non:

$$b_1 = \frac{-1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad b_2 = \frac{-1}{a_1} \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}, \quad \dots$$

$$c_1 = \frac{-1}{b_1} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}, \quad c_2 = \frac{-1}{b_1} \begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}, \quad \dots$$

$$\vdots$$

$$m_1 = \frac{-1}{l_1} \begin{vmatrix} k_1 & k_2 \\ l_1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vdots$$

D(s) polinomioa Hurwitz-ena da baldin eta soilik baldin 1. zutabeko elementu guztiak positiboak badira.

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurwitz-en irizpidea

Adibidez: $p = s^5 + 4s^4 + 3s^2 + 2s + 1 \rightarrow$ EZ da Hurwitz-en polinomioa s^3 terminoaren koefizientea 0 delako. Ez du baldintza beharrezkoa betetzen

$p = s^3 + 3s^2 - 2s + 1 \rightarrow$ EZ da Hurwitz-en polinomioa s terminoaren koefizientea negatiboa delako. Ez du baldintza beharrezkoa betetzen

Oharrak:

- 1) 1. zutabearen koefizienteren bat negatiboa bada polinomioa **EZ** da Hurwitz-ena eta erdi-plano positiboan edukiko dituen polo kopurua 1. zutabearen dauden zeinu-aldaketen kopuruaren berdina izango da.
- 2) 1. zutabearen koefizienteren bat zero bada polinomioa **EZ** da Hurwitz-ena. Bi aukera agertzen dira:
 - 1) Koefizienteren bat negatiboa da \Leftrightarrow Lehengo kasuan bezala 0-ak positiboak bezala hartzen dira zeinu-aldaketak zenbatzeko.
 - 2) Koefiziente guztiak positiboak dira \Leftrightarrow Ardatz irudikarian (irudikari hutsak) egongo diren poloen kopurua eta +-tik 0-rako aldaketen kopurua berdina izango da.

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurtwitz-en irizpidea

Adibidea: Ondoko sistema egonkorra den aztertu:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{4s^3 + 8s + 1}{s^6 + s^5 + 3s^4 + 4s^3 + 3s^2 + 2s + 1}$$

Routh-hurtwitz-en irizpidea

-Baldintza beharrezkoa, betetzen da : $a_i > 0 \quad \forall i = 0, \dots, n$

-Baldintza nahikoa:

s^6	1	3	3	1
s^5	1	4	2	0
s^4	-1	1	1	0
s^3	5	3	0	0
s^2	8/5	1	0	0
s^1	-1/8	0	0	0
s^0	1	0	0	0

⇒

1. zutabeen koef. Negatiboak daude

Izendatzailea **EZ** da Hurwitz-ena

Sistema ez da egonkorra.

Gainera 4 zeinu-aldaketa dauden legez 4 polo positiboak ditu sistemak

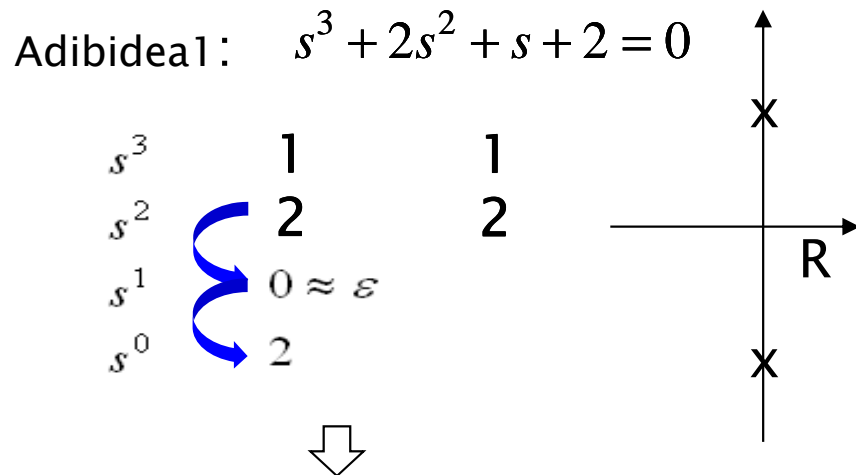
5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurtwitz-en irizpidea

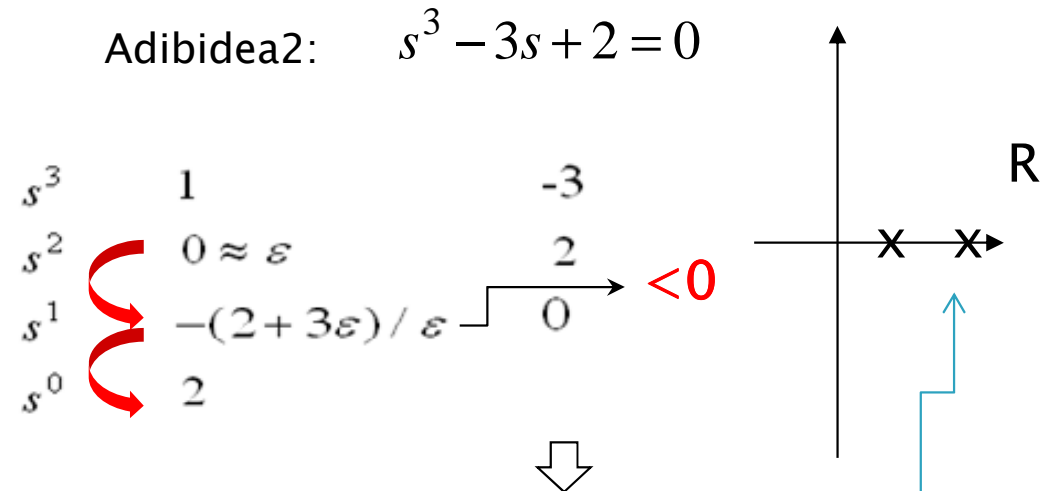
Kasu bereziak:

1. zutabeko koefizienteren bat 0 da:

Hurrengo lerroko elementuak ezin dira kalkulatu (0-gatik zatiketa). 0 hori ε termino txiki eta positibo batengatik ordezkatzen da eta ondoren taula amaitzen da.



Koefiziente bat 0 da eta besteak positiboak \Rightarrow +-tik 0-ra edo 0-tik +-ra, 2 aldaketa beraz 2 polo irudikari hutsak \Rightarrow **sistema kritikoki egonkorra**



Koefiziente bat 0 da eta besteak negatiboak (\Rightarrow EZ da Hurwitz-ena) \Rightarrow +tik -ra 2 zeinu-aldaketa beraz 2 polo positiboak \Rightarrow **sistema ezegonkorra**

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurtwitz-en irizpidea

2. Lerro bateko elementu guztiak 0 direnean

Taula amaitzeko ekuazio laguntzaile bat erabiltzen da. Ekuazio laguntzaile horren deribatuak beharrezkoak diren koefizienteka ematen ditu.

Adibidez: $s^4 + s^3 - 3s^2 - s + 2 = 0$

s^4	1	-3	2
s^3	1	-1	0
s^2	-2	2	
s^1	0	-4	0/0
s^0	2		

Ek. Laguntz.:

$$-2s^2 + 2s^0 = 0$$

$\frac{d}{dt}$

$$-4s = 0$$

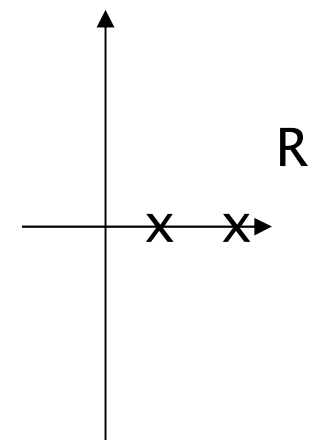
(ekuazio laguntzailearen erroak jatorrizko polinomioarenak dira)



Koef. 1 zero eta batzuk negatiboak (\Rightarrow EZ da Hurwitz-ena) 2 zeinu-aldaketa \Rightarrow 2 erro positiboak.

Ekuazio laguntzailea aplikatu eta gero 1. zutabeko beste elementu guztiak positiboak badira: koef.

1 zero (\Rightarrow EZ da Hurwitz-ena) eta besteak positiboak \Rightarrow 2 erro irudikari hutsak

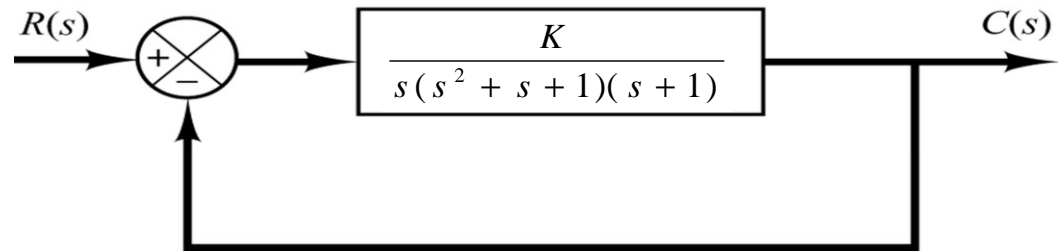


5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurtwitz-en irizpidea

Adibidea:

K irabazpenaren balioak kalkulatu sistema Lazo itxian egonkorra izateko



Sistemaren T. F.:
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s(s^2 + s + 1)(s + 1) + K}$$

Ekuazio karakteristikoa:
$$s^4 + 2s^3 + 2s^2 + s + K = 0$$

Baldintza beharrezkoak $K > 0$ izan behar da

Baldintza Nahikoa

s^4	1	2	K
s^3	2	1	0
s^2	3/2	K	0
s^1	$(3/2 - 2K)/3/2$	0	
s^0	K		

$$0 < K < 3/4$$

EGONKORRA

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurwitz-en irizpidea

Adibidea:

$$G(s) = \frac{2s + b}{3s^3 + 6s^2 + as + 1}$$

A eta b-ren zein balioetarako sistema da egonkorra?

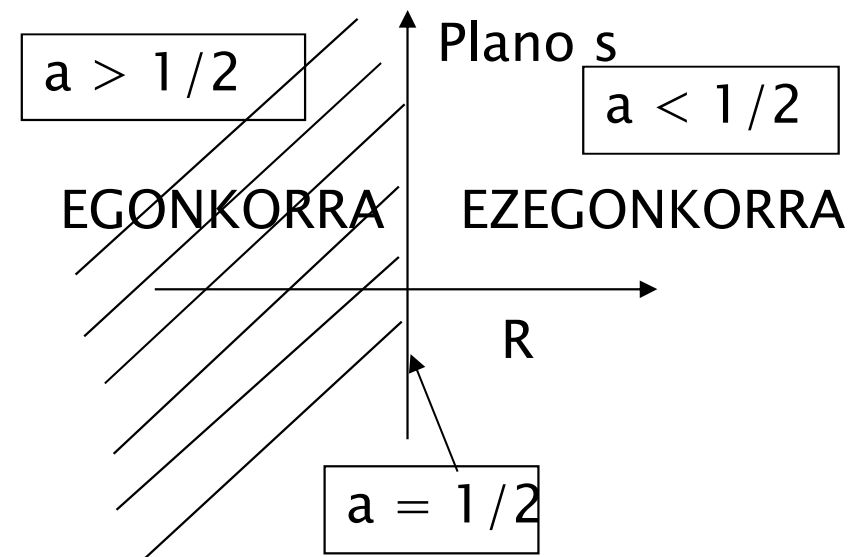
Routh-Hurwitz:

a) Baldintza beharrezkoa $a > 0$.

b) Taula:

s^3	3	a
s^2	6	1
s^1	$(6a-3)/6$	1
s^0	1	

$$(6a-3)/6 > 0 \implies a > 1/2$$



5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan

Routh-hurtwitz-en irizpidea



This work is licensed under

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

You are free:

To Share — to copy, distribute and transmit the work

Under the following conditions:

Attribution — You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).

Noncommercial — You may not use this work for commercial purposes.

No Derivative Works — You may not alter, transform, or build upon this work.

With the understanding that:

Waiver — Any of the above conditions can be waived if you get permission from the copyright holder.

Public Domain — Where the work or any of its elements is in the public domain under applicable law, that status is in no way affected by the license.

Other Rights — In no way are any of the following rights affected by the license:

- Your fair dealing or fair use rights, or other applicable copyright exceptions and limitations;
- The author's moral rights;
- Rights other persons may have either in the work itself or in how the work is used, such as publicity or privacy rights: Some of the figures used in this work has been obtained from the Instructor Resources of *Modern Control Engineering*, Fifth Edition, Katsuhiko Ogata, copyrighted ©2010, ©2002, ©1997 by Pearson Education, Inc.

Notice — For any reuse or distribution, you must make clear to others the license terms of this work.