5. Gaia
Egonkortasuna kontrol-sistemetan

5. Gaia
Egonkortasuna kontrol-sistemetan

1. Egonkortasunaren definizioak
2. Routh-hurtwitz-en irizpidea

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan
Egonkortasunaren definizioak

Egonkortasunaren definizioak:

1) Sistema lineal bat **egonkorra** da, **irteera mugatua bada sarrera mugatua denean** (BIBO egonkortasun-irizpidea)

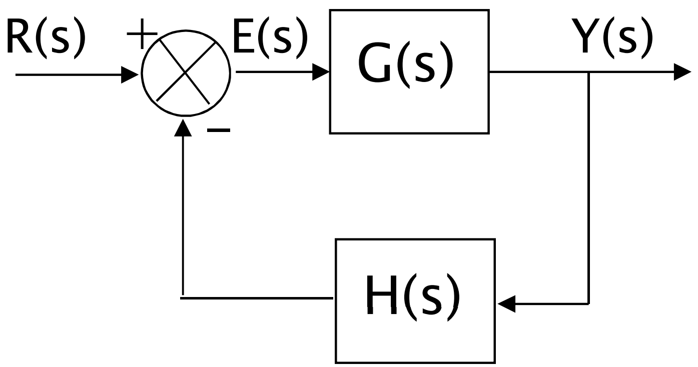
2) Sistema lineal bat egonkorra da, inpultso-erantzunaren modulua erabat integragarria denean. Hau da $\int_{0}^{\infty}|g(t)|<\infty$, edo gauza bera dena: Sistema lineal bat egonkorra da, inpultso-erantzuna zerorantz doanean $t \to \infty$ denean.

3) Sistema lineal bat **egonkorra** da, **bere lazo itxiko transferentzia-funtzioaren polo guztiak s planoaren erdi-plano negatiboan daudenean.**

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan
Egonkortasunaren definizioak

Berrelikatutako sistemen egonkortasuna sistema beraren izaerarekin erlazionaturik dago soilik. Hau da, ez dago sistemari aplikatzen zaion sarreraren menpe. Beraz **egonkortasuna sistema adierazten duen T. F.-an definitzen da, zehatzago bere poloen izaeran (positiboak edo negatiboak).**

Adibidea:



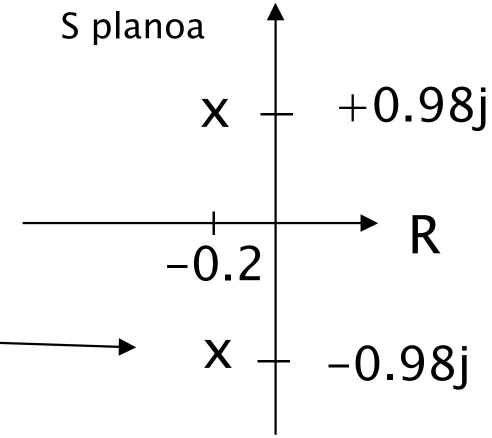
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

$$H(s) = 1$$

Lazo irekian:

$$G_{LA}(s) = G(s)H(s) = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

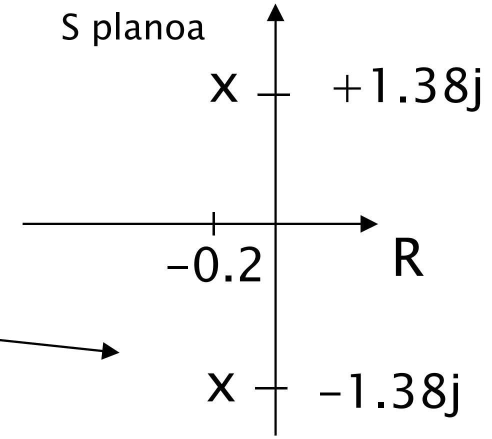
Egonkorra



Lazo itxian:

$$G_{LC}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 2}$$

Egonkorra



Routh-hurtwitz-en irizpidea

Definizioa:
Hurwitz-en polinomioa: polinomioko **erro guztien** zati erreala hertsiki **negatiboa** denean, beraz **sistema bat egonkorra da** bere Transferentzia-funtzioaren **izendatzailea Hurwitz-en polinomioa** bada.

Demagun ondoko lazo itxiko T. F. daukana sistema:

$$G(s)=\frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1}s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n}$$, non a_i eta b_i konstanteak eta $m \le n$,

Routh-Hurwitz-en irizpideak (R-H), <u>sistemaren egonkortasun absolutuari buruz informazioa ematen du.</u> Horretarako, ***s*** planoko erdi-plano **positiboan** dauden **polo kopurua** kalkulatzen laguntzen du polinomioaren faktorizazioa egitera behartu barik.

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan
Routh-hurtwitz-en irizpidea

Prozedura:

$$D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n$$

polinomio bat Hurwitz-ena izateko:

- Baldintza beharrezkoa:

$$a \in \Re \quad eta \quad a_i > 0 \quad \forall i = 0,\ldots,n$$

- Baldintza nahikoa:

Routh-Hurwitz-en taula

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6	$\cdots$
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7	$\cdots$
s^{n-2}	$\boxed{b_1}$	$\boxed{b_2}$	b_3	b_4	$\cdots$
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			
s^2	k_1	k_2			
s^1	l_1				
s^0	m_1				

Non:

$$b_1 = \frac{-1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad b_2 = \frac{-1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}, \quad \cdots$$

$$c_1 = \frac{-1}{b_1}\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}, \quad c_2 = \frac{-1}{b_1}\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}, \quad \cdots$$

$$\vdots$$

$$m_1 = \frac{-1}{l_1}\begin{vmatrix} k_1 & k_2 \\ l_1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vdots$$

D(s) polinomioa Hurwitz-ena da baldin eta soilik baldin 1. zutabeko elementu <u>guztiak positiboak</u> badira.

Routh-hurtwitz-en irizpidea

Adibidez:

$$p = s^5 + 4s^4 + 3s^2 + 2s + 1 \longrightarrow$$

EZ da Hurwitz-en polinomioa s^3 terminoaren koefizientea 0 delako. Ez du baldintza beharrezkoa betetzen

$$p = s^3 + 3s^2 - 2s + 1 \longrightarrow$$

EZ da Hurwitz-en polinomioa s terminoaren koefizientea negatiboa delako. Ez du baldintza beharrezkoa betetzen

Oharrak:

1) *1. zutabean koefizienteren bat negatiboa bada polinomioa **EZ** da Hurwitz-ena eta erdi-plano positiboan edukiko dituen polo kopurua 1. zutabean dauden zeinu-aldaketen kopuruaren berdina izango da.*
2) *1. zutabean koefizienteren bat zero bada polinomioa **EZ** da Hurwitz-ena. Bi aukera agertzen dira:*
    1) *Koefizienteren bat negatiboa da ⇨ Lehengo kasuan bezala 0-ak positiboak bezala hartzen dira zeinu-aldaketak zenbatzeko.*
    2) *Koefiziente guztiak positiboak dira ⇨ Ardatz irudikarian (irudikari hutsak) egongo diren poloen kopurua eta +-tik 0-rako aldaketen kopurua berdina izango da.*

Routh-hurtwitz-en irizpidea

Adibidea: Ondoko sistema egonkorra den aztertu:

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{4s^3+8s+1}{s^6+s^5+3s^4+4s^3+3s^2+2s+1}$$

Routh-hurtwitz-en irizpidea

- Baldintza beharrezkoa, betetzen da : $a_i > 0 \quad \forall i = 0,\ldots,n$
- Baldintza nahikoa:

s^6	1	3	3	1
s^5	1	4	2	0
s^4	-1	1	1	
s^3	5	3	0	
s^2	8/5	1		
s^1	-1/8	0		
s^0	1			

$\Rightarrow$

1. zutabean koef. Negatiboak daude

$\Downarrow$

Izendatzailea **EZ** da Hurwitz-ena

$\Downarrow$

Sistema ez da egonkorra.

Gainera 4 zeinu-aldaketa dauden legez **4 polo positiboak** ditu sistemak

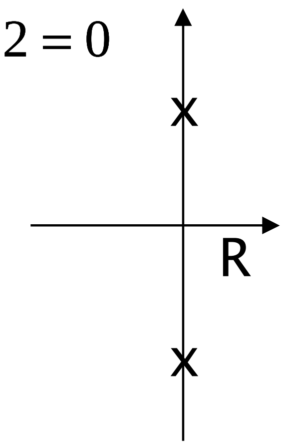
Routh-hurtwitz-en irizpidea

Kasu bereziak:

1. **zutabeko koefizienteren bat 0 da:**
   Hurrengo lerroko elementuak ezin dira kalkulatu (0-gatik zatiketa). 0 hori ε termino txiki eta positibo batengatik ordezkatzen da eta ondoren taula amaitzen da.

Adibidea1: $s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$

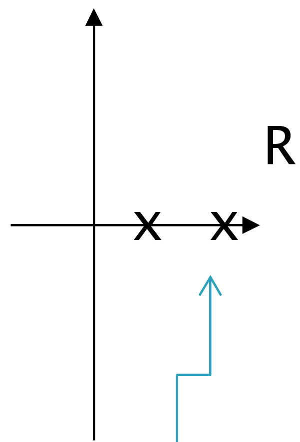
s^3	1	1
s^2	2	2
s^1	$0 \approx \varepsilon$	
s^0	2	



Koefiziente bat 0 da eta besteak positiboak ⇨ +-tik 0-ra edo 0-tik +-ra, 2 aldaketa beraz 2 polo irudikari hutsak ⇨ **sistema kritikoki egonkorra**

Adibidea2: $s^3 - 3s + 2 = 0$

s^3	1	-3
s^2	$0 \approx \varepsilon$	2
s^1	$-(2+3\varepsilon)/\varepsilon$ $\rightarrow$ <0	0
s^0	2	



Koefiziente bat 0 da eta besteak negatiboak (⇨ EZ da Hurwitz-ena) ⇨ +tik –ra **2** zeinu-aldaketa beraz **2** polo positiboak ⇨ **sistema ezegonkorra**

Routh-hurtwitz-en irizpidea

2. Lerro bateko elementu guztiak 0 direnean

Taula amaitzeko ekuazio laguntzaile bat erabiltzen da. Ekuazio laguntzaile horren deribatuak beharrezkoak diren koefizienteka ematen ditu.

Adibidez: $$s^4 + s^3 - 3s^2 - s + 2 = 0$$

s^4	1	−3	2
s^3	1	−1	0
s^2	−2	2	
s^1	0 / -4	0 / 0	
s^0	2		

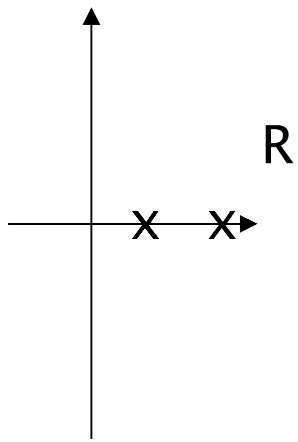
Ek. Laguntz.:

$$-2s^2+2s^0=0$$

$$\Big\Downarrow \frac{d}{dt}$$

$$-4s=0$$

(ekuazio laguntzailearen erroak jatorrizko polinomioarenak dira)



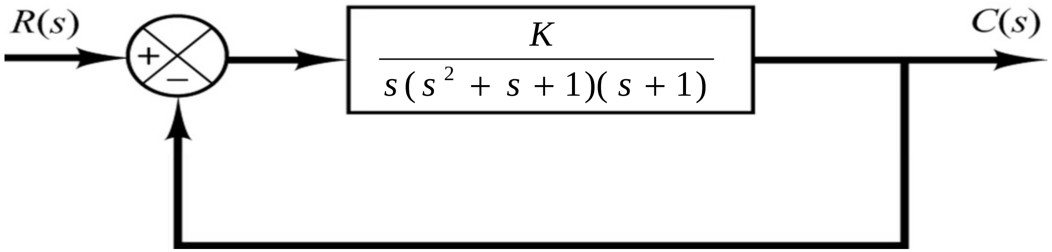
Koef. 1 zero eta batzuk negatiboak (⇨ EZ da Hurwitz-ena) 2 zeinu-aldaketa ⇨ 2 erro positiboak.

Ekuazio laguntzailea aplikatu eta gero1. zutabeko beste elementu guztiak positiboak badira: koef. 1 zero (⇨ EZ da Hurwitz-ena) eta besteak positiboak⇨ 2 erro irudikari hutsak

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan
Routh-hurtwitz-en irizpidea

Adibidea:

K irabazpenaren balioak kalkulatu sistema Lazo itxian egonkorra izateko



Sistemaren T. F.: $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s(s^2+s+1)(s+1)+K}$

Ekuazio karakteristikoa: $s^4 + 2s^3 + 2s^2 + s + K = 0$

Baldintza beharrezkoak K> 0 izan behar da

Baldintza Nahikoa

s^4	1	2	K
s^3	2	1	0
s^2	3/2	K	0
s^1	(3/2-2k)/3/2	0	
s^0	K		

$$\boxed{0 < K < 3/4}$$

EGONKORRA

5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan
Routh-hurtwitz-en irizpidea

Adibidea:

$$G(s) = \frac{2s + b}{3s^3 + 6s^2 + a\,s + 1}$$

A eta b-ren zein balioetarako sistema da egonkorra?

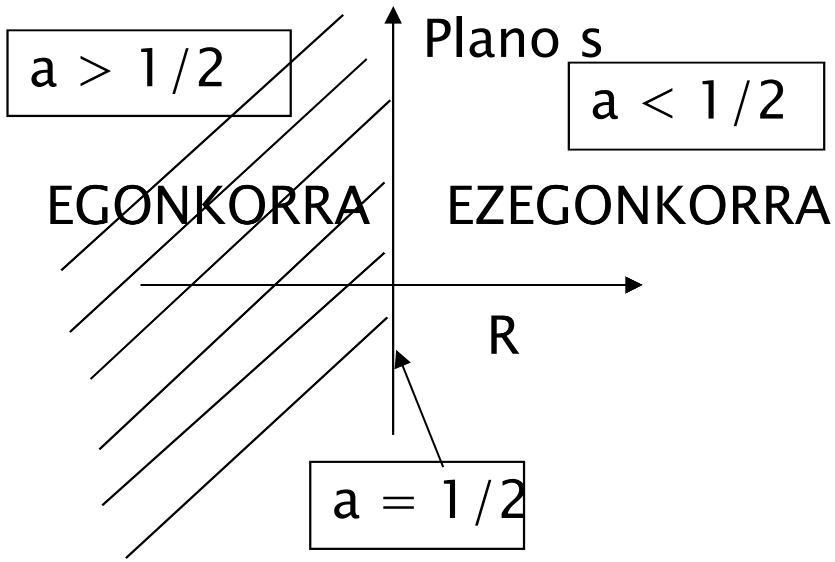
Routh-Hurwitz:

a)Baldintza beharrezkoa a>0.

b) Taula:

S^3	3	a
S^2	6	1
S^1	(6a−3)/6	1
S^0	1	

$(6a-3)/6 > 0 \Rightarrow \boxed{a > 1/2}$



5. Gaia Egonkortasuna kontrol-sistemetan
Routh-hurtwitz-en irizpidea