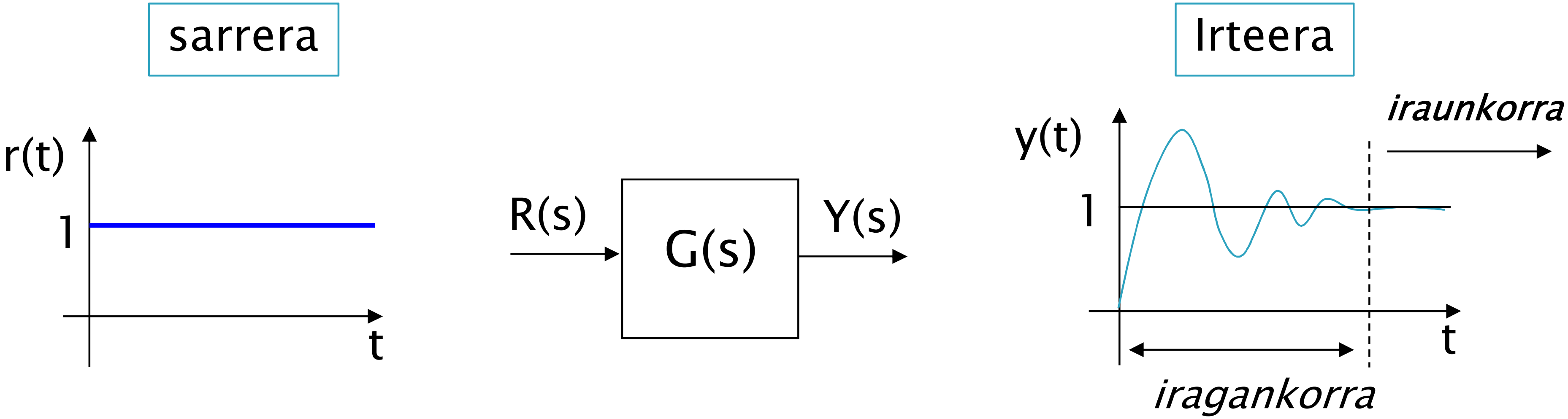
4. Gaia
Erregimen iragankorra eta iraunkorra

4 Gaia
Erregimen iragankorra eta iraunkorra

1. Sarrera: erregimen iragankorra eta iraunkorra
2. Sarrera-seinale motak
3. Erregimen iragankorra
4. Erregimen iraunkorra

4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra
Sarrera



Erantzun iragankorra: Irteeraren balioa hasierako egoeratik azkeneko egoera arte (egoera egonkorra lortu eta gero).

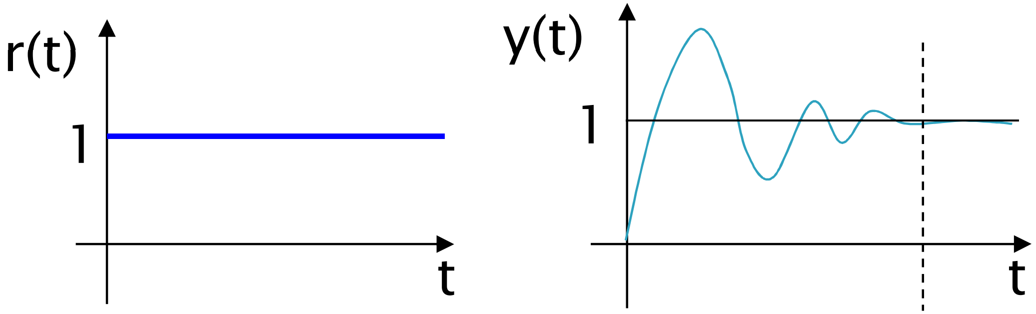
Erantzun egonkorra: Irteeraren balioa denboran $t \to \infty$.

Kontrol sistema baten bi irteerak kontuan izan behar dira.

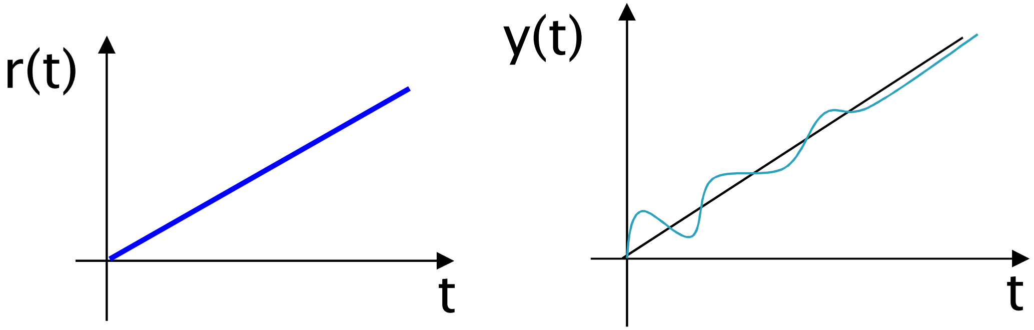
4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra
Sarrera-seinale motak

Kontrol-sistemen analisian eta diseinuan, sarrera-seinale bereziak erabiltzen dira eta sistemen erantzuna aztertzen da sarrera horientzako.

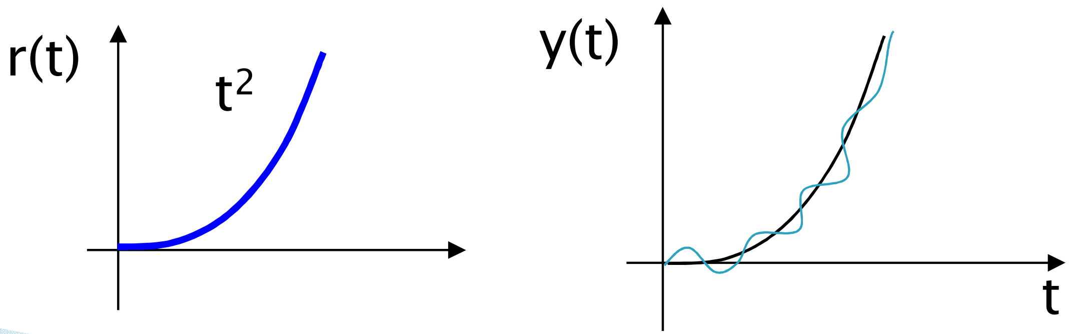
Sarrera maila



Sarrera malda



Inpultso sarrera



4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra
Erregimen iragankorra

Sistema baten erantzuna aztertzeko, lehenik sarrera bat aplikatu behar zaio (Maila, malda, parabolikoa ..) eta bigarren **zein ordenako sistema** den zehaztu behar da. Polo kopuruaren arabera **3 sistema-mota** desberdintzen dira:

1) **1. ordenako sistemak.** Polo kopurua n=1

$$G(s)=\frac{k}{T\,s+1}$$

2) **2. Ordenako sistemak.** Polo kopurua n=2

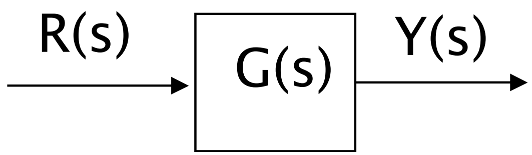
$$G(s)=\frac{k\,w_n^2}{s^2+2\partial\,w_n\,s+w_n^2}$$

3) **Goi ordenako sistemak**
Polo kopurua n>2, eta n>m

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{b_0\,s^m+b_1s^{m-1}+\ldots+b_{m-1}s+b_m}{a_0\,s^n+a_1s^{n-1}+\ldots+a_{n-1}s+a_n}$$

4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra
Erregimen iragankorra

1. ORDENAKO SISTEMA



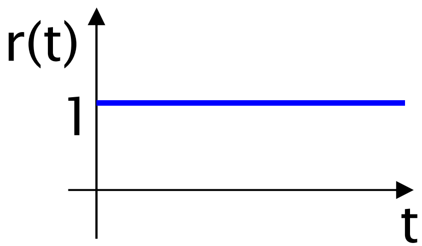
$$G(s)=\frac{k}{T\,s+1}\quad\begin{cases}\text{K= sistemaren irabazpena}\\ \text{T= denbora-konstantea}\\ \text{Poloa= }-1/T\end{cases}$$

Sarrera maila funtzioa bada R(s)=1/s, y(t) erantzuna :

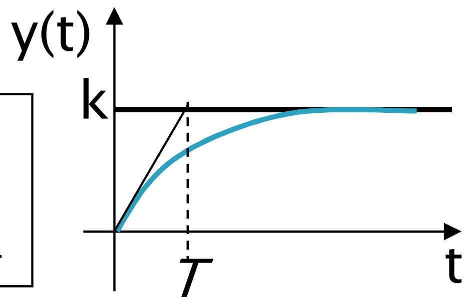
$$Y(s)=R(s)\frac{k}{T\,s+1}=\frac{1}{s}\,\frac{k}{T\,s+1}\xrightarrow[\textit{trasnformatua}]{\textit{Laplace-ren}}y(t)=k\boxed{-k\,e^{-\frac{t}{T}}}$$

Erantzun iragankorra

T>0 bada:



Ondorioak:
1) K sistemaren azken balioa (t=∞), T>0
2) T handitzen bada sistema motelagoa da



1. ORDENAKO SISTEMA

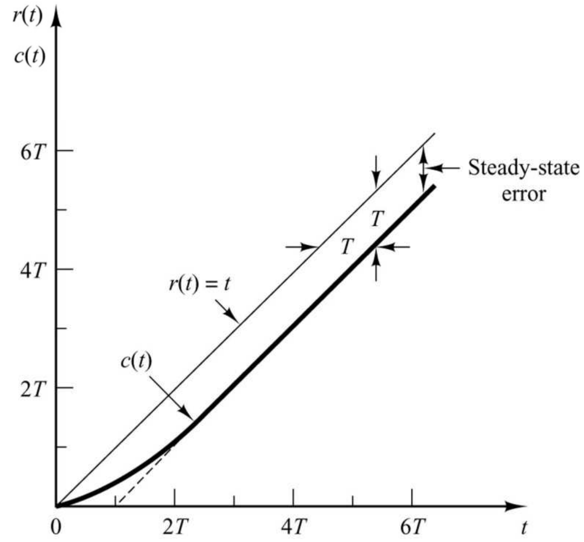
Ariketa:

1° ordenako sistemen erantzuna malda sarrerarentzako

Inpultso unitatearen L.T 1/s2, denez, sistemaren erantzuna:

$$C(s)=\frac{1}{Ts+1}\frac{1}{s^2}$$, Frakzio sinpleetan banatuz:

$$C(s)=-\frac{T}{s}+\frac{1}{s^2}+\frac{T^2}{Ts+1} \qquad c(t)=-T+t+Te^{-t/T}, \quad t\geq 0$$



1° ordenako sistemen erantzuna malda sarrerarentzako

Ikus daitekeenez, t→∞ errorea egonkortzen da T balioan(c(∞)=∞−T), hau da,T ↓ ⇨ errorea ↓

2. ORDENAKO SISTEMA

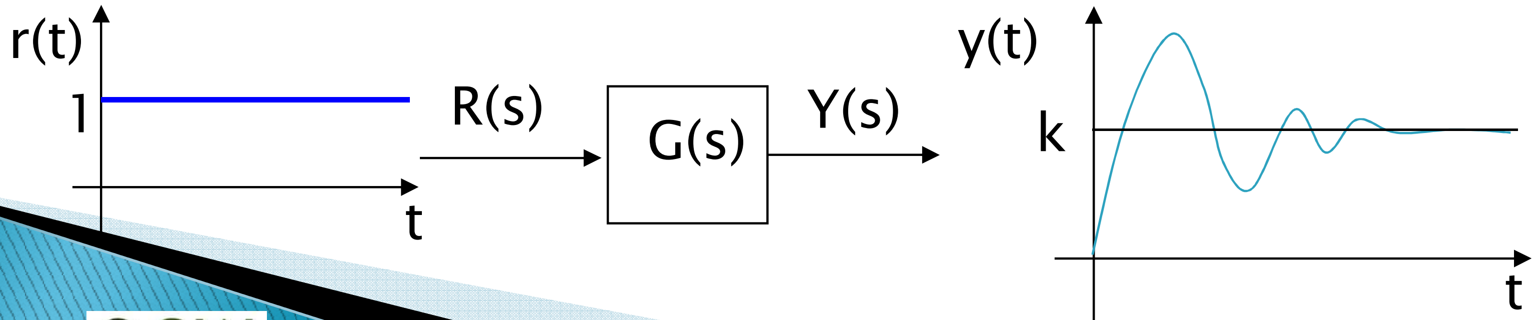
$$G(s)=\frac{k\,w_n^2}{s^2+2\partial\,w_n\,s+w_n^2}$$

K= sistemaren irabazpena
δ= moteltze koefizientea
Wn=Maiztasun naturala
poloak $s=-\partial\,w_n \pm w_n\sqrt{1-\partial^2}\,j$

Sarrera maila funtzioa R(s)=1/s eta 0<δ<1, y(t) erantzuna:

$$Y(s)=\frac{1}{s}\frac{k\,w_n^2}{s^2+2\partial\,w_n\,s+w_n^2} \Rightarrow y(t)=k\;\boxed{-k\frac{e^{-\partial\,w_n\,t}}{\sqrt{1-\partial^2}}\sin(w_n\sqrt{1-\partial^2}\;t+\mathrm{arctg}\frac{\sqrt{1-\partial^2}}{\partial})}$$

Erantzun iragankorra

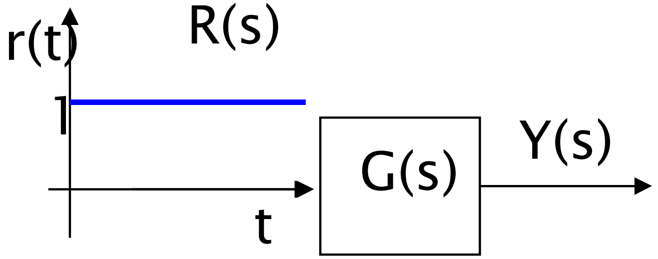


4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra
Erregimen iragankorra

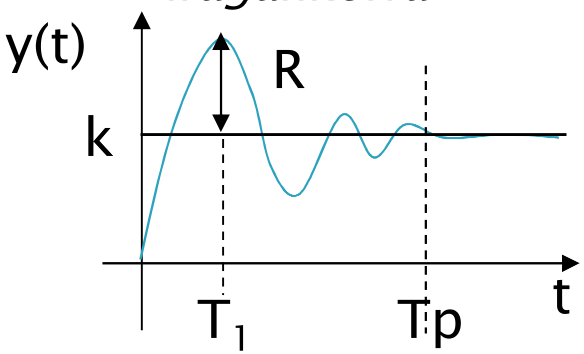
2. ORDENAKO SISTEMA

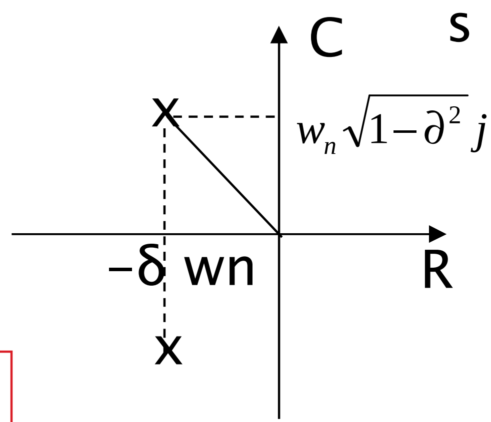
Poloak:

$$s = -\partial\, w_n \pm w_n \sqrt{1-\partial^2}\, j$$



Sistema azpimoteltzailea





R= Gaineza

$$\boxed{R(\%) = e^{-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1-\partial^2}}} x100 = \frac{y_{\max}(t) - y_{final}(t)}{y_{final}(t)} x100}$$

T_1= Gailur-denbora

$$\boxed{t_1 = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\partial^2}}}$$

Tp= Ezarpen-denbora

$$Tp = \begin{cases} \boxed{t_{p(5\%)} = \dfrac{3}{w_n\partial}} \\ \boxed{t_{p(2\%)} = \dfrac{4}{w_n\partial}} \end{cases}$$

Erregimen iragankorra

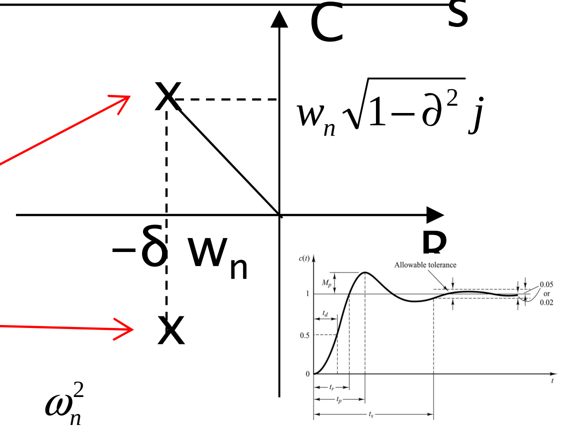
2 ordenako sistemen erantzuna sarrera maila unitatea denean

3 kasu aztertuko dira moteltze koefizientearen arabera:

<u>Sistema azpimoteltzailea</u> (0<δ<1)

sistemak 2 polo irudikari konjokatuak ditu:

$$\boxed{s_{1,2} = -\partial\, w_n \pm j\, w_n \sqrt{1-\partial^2} = -\partial\, w_n \pm j\, w_d}$$



non w_d= *maiztasun natural moteltzailea*. Beraz, $\dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{\omega_n^2}{(s+\partial\omega_n + j\omega_d)(s+\partial\omega_n - j\omega_d)}$ sistemaren erantzuna ondokoa da:

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\partial\omega_n s + \omega_n^2)s}$$ (0<δ<1) denean: $$y(t) = 1 - \frac{e^{-\partial\omega_n t}}{\sqrt{1-\partial^2}} \sin\left(\omega_d t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\partial^2}}{\partial}\right)$$

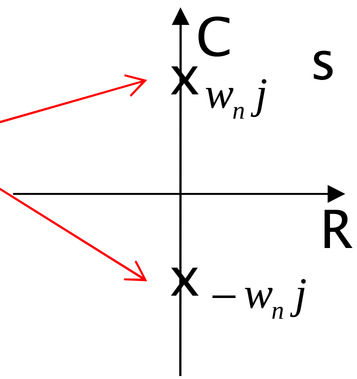
Irteera oszilakorra da w_d maiztasunarekin. Baita ere, ikus daiteke errore seinalea

$$e(t) = r(t) - y(t) = \frac{e^{-\partial\omega_n t}}{\sqrt{1-\varsigma^2}} \sin\left(\omega_d t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\partial^2}}{\partial}\right) \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} 0,$$

<u>Sistema kritikoki egonkorra (δ=0)</u>

kasu partikularra, <u>polo irudikari hutsak</u> :

$$s_{1,2} = \pm w_n\, j$$



$$y(t) = 1 - \sin\left(\omega_d t + \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \cos(\omega_d t) = 1 - \cos(\omega_n t)$$

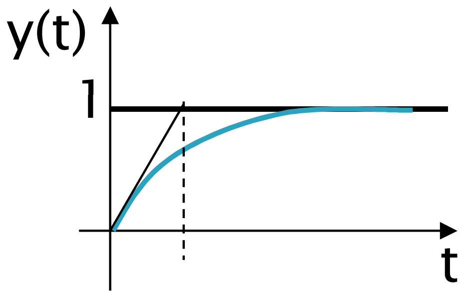
Erregimen iragankorra

Kritikoki moteltzailea (δ=1)

Polo erreal bikoitza $s_{1,2} = -w_n$ $\qquad Y(s) = \dfrac{\omega_n^2}{(s+\omega_n)^2 s}$

Sistemaren erantzuna, bere alderantzizko transformatua

(tauletan 18) ondokoa da: $\boxed{y(t) = 1 - e^{-\omega_n t}(1+\omega_n t)}$



Sistema Gainmoteltzailea (δ>1)

Sistemak bi polo erreal negatiboak ditu, baina desberdinak: $s_{1,2} = -\partial\, w_n \pm w_n \sqrt{\partial^2 - 1}$

Sistemaren erantzuna: $Y(s) = \dfrac{\omega_n^2}{\left(s + \partial\omega_n + \omega_n\sqrt{\partial^2-1}\right)\left(s+\partial\omega_n - \omega_n\sqrt{\partial^2-1}\right)s}$

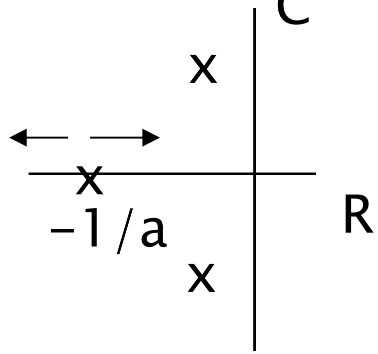
alderantzizko transformatua(taula 17):

$$\boxed{y(t) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{\partial^2-1}\left(\partial+\sqrt{\partial^2-1}\right)} e^{-\left(\partial+\sqrt{\partial^2-1}\right)\omega_n t} - \frac{1}{2\sqrt{\partial^2-1}\left(\partial-\sqrt{\partial^2-1}\right)} e^{-\left(\partial-\sqrt{\partial^2-1}\right)\omega_n t}}$$

t→∞ denean zerorantz doazen, bi esponentzialen batuketa izanik.
esponentzial horietako bat beti zerorantz arinago joango da eta 1° ordenako sistema bat bezala har daiteke

2. ORDENAKO SISTEMAK ZERO ETA POLO GEHIGARRIEKIN

Maila unitatea R(s)=1/s y 0<δ<1:

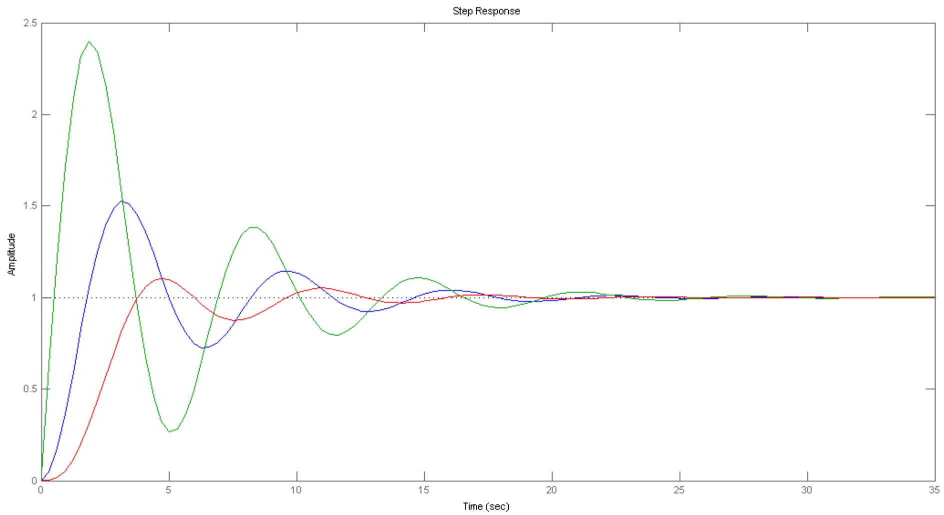


Zero gehigarria

$$G(s)=\frac{k\,w_n^2(1+as)}{s^2+2\partial\,w_n\,s+w_n^2}$$

Polo gehigarria

$$G(s)=\frac{k\,w_n^2}{(s^2+2\partial\,w_n\,s+w_n^2)(1+as)}$$

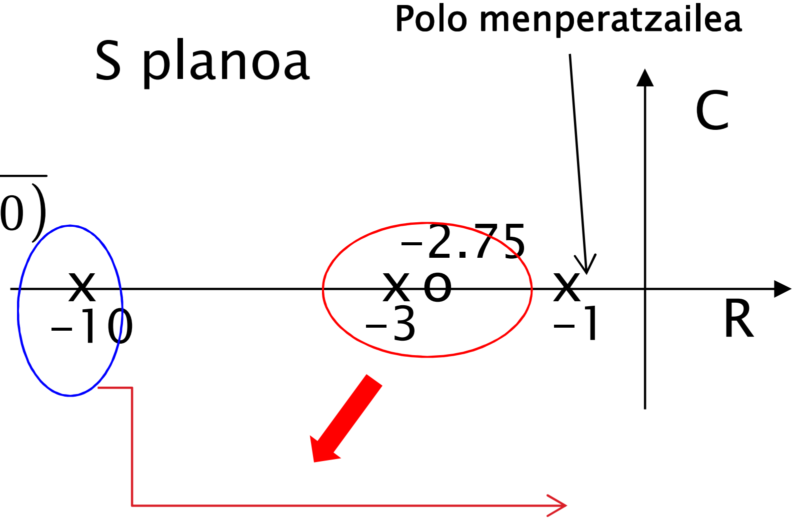


GOI ORDENAKO SISTEMAK

Goi ordenako sistemen erantzun iragankorra zein iraunkorra aztertzeko, batez ere bi sinplifikazio egitea beharrezkoa da. Sinplifikazio hauen ondoren sistema 1. edo 2. orednako sistema batean bihurtuz.

Adibidea:
Demagun ondoko transferentzi funtzioa:
Kalkulatu bere sistema baliokidea (sinplifikatua)

$$G(s)=\frac{(s+2.75)}{(s+1)(s+3)(s+10)}$$



Egin daitezkeen sinplifikazioak:
1) -3 poloa -2.75 zeroarekin ezabatu
2) -10 puntuan dagoen poloa mesprezatu, polo menperatzailetik (-1) oso urrun dagoelako

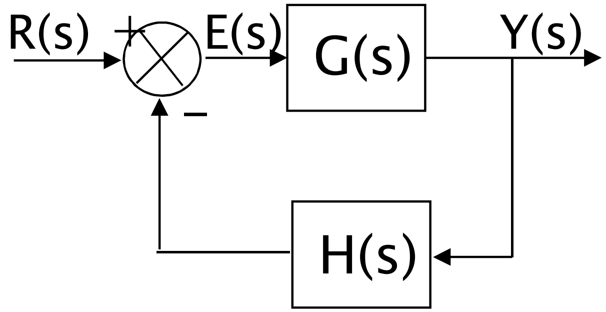
Ondorioz, **sistema baliokidea** 1. ordenako sistema bat da

$$y(t)=0.092-0.097e^{-t}-0.006e^{-3t}-0.011e^{-10t}$$

$$\boxed{G(s)=\frac{0.092}{(s+1)}}$$

4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra
Erregimen iraunkorra

Demagun ondoko sistema berrelikatua. Sistemaren **erantzun iraunkorra** aztertzeko, sistemari sarrera bat aplikatzen zaionean agertzen diren **erroreen (E(s))** azterketa beharrezkoa da.



$$\left.\begin{aligned} Y(s) &= G(s)E(s) \\ E(s) &= R(s) - H(s)Y(s) \end{aligned}\right\} \quad G_{LC}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

G_{LC}(s) Lazo itxiko T.F.

G (s)H(s) lazo irekiko T.F.

E(s) errorearen T. F.

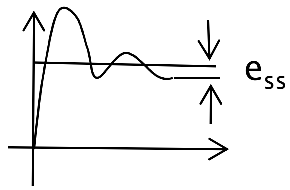
$$\boxed{E(s) = \frac{R(s)}{1+G(s)H(s)}}$$

Erregimen iraunkorreko errorea definitzen da:

$$\boxed{e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t)} = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \boxed{\lim_{s\to 0} s\,\frac{R(s)}{1+G(s)H(s)}}$$

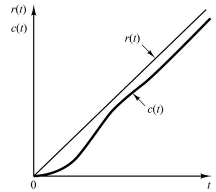
4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra
Erregimen iraunkorra

Errore geldikor koefizienteak:



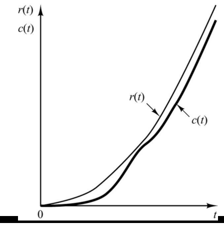
Posiziozkoa kp:

R(s)=1 / s $\qquad e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1+G(s)H(s)} = \frac{1}{1+K_p} \longrightarrow kp = \lim_{s\to 0} G(s)H(s)$



Abiadurazkoa Kv:

R(s)=1 / s² $\qquad e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{1/s}{1+G(s)H(s)} = \frac{1}{K_v} \longrightarrow kv = \lim_{s\to 0} s\,G(s)H(s)$



Azeleraziozkoa Ka:

R(s)=1 / s³ $\qquad e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{1/s^2}{1+G(s)H(s)} = \frac{1}{K_a} \longrightarrow ka = \lim_{s\to 0} s^2\,G(s)H(s)$

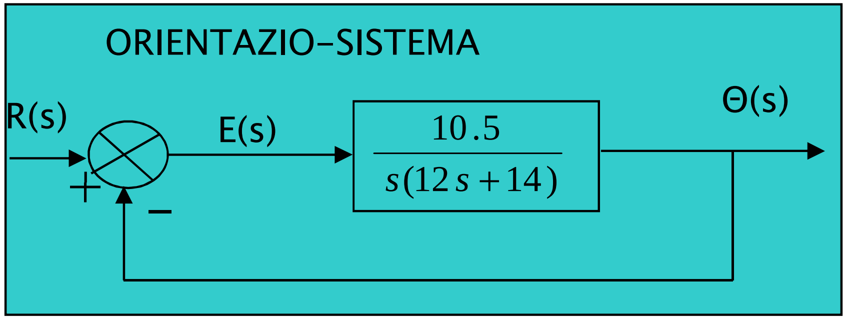
Sistema-mota:

j=jatorriko polo-kopurua

$$G(s)H(s) = \frac{k(c_1 s+1)\ldots(c_m s+1)}{s^j (p_1 s+1)\ldots(p_{n-j} s+1)}$$

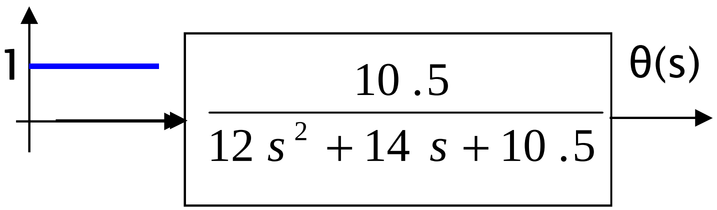
j\ R(s)	1/s	1/s²	1/s³
j= 0	$\frac{1}{1+Kp}$	∞	∞
j= 1	0	$\frac{1}{Kv}$	∞
j= 2	0	0	$\frac{1}{Ka}$
j>= 3	0	0	0

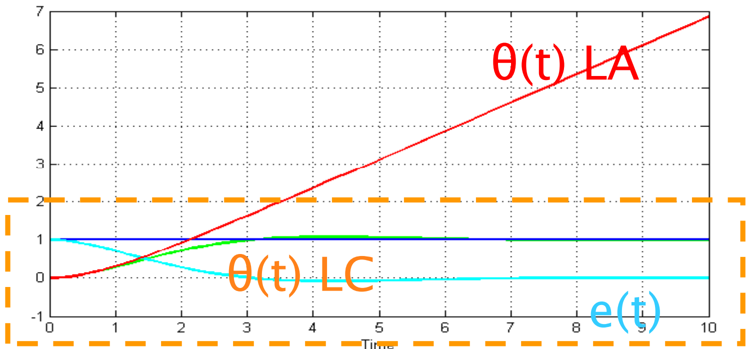
Erregimen iraunkorra

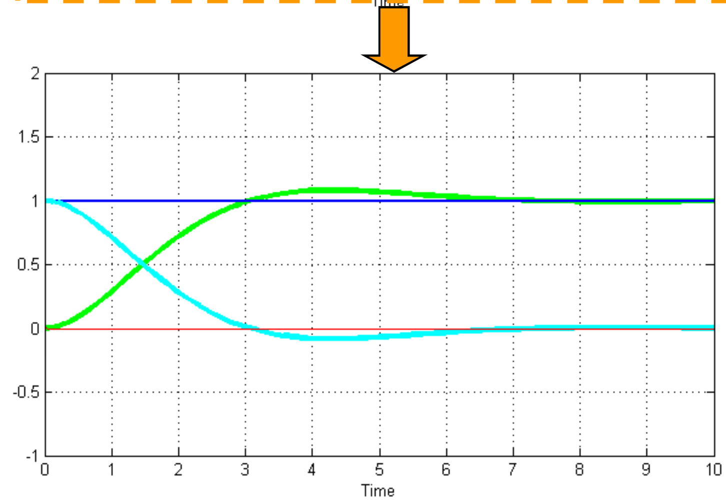


Sarrera maila unitatea

R(s)=1/s







Azken balioa:

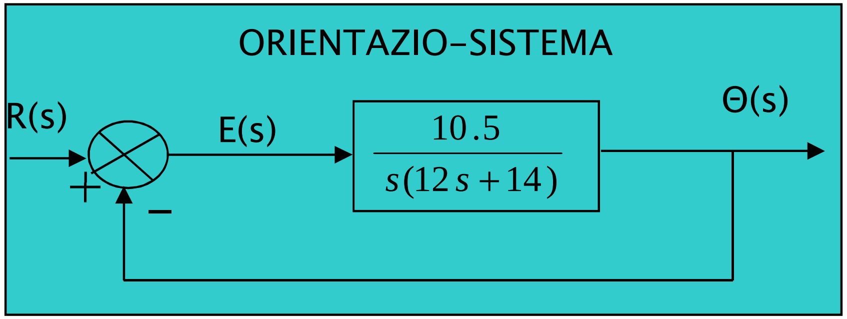
$$\lim_{t\to\infty} \vartheta(t) = \lim_{s\to 0} s\,\vartheta(s) = \lim_{s\to 0} s\,R(s)G_{LC}(s) = 1$$

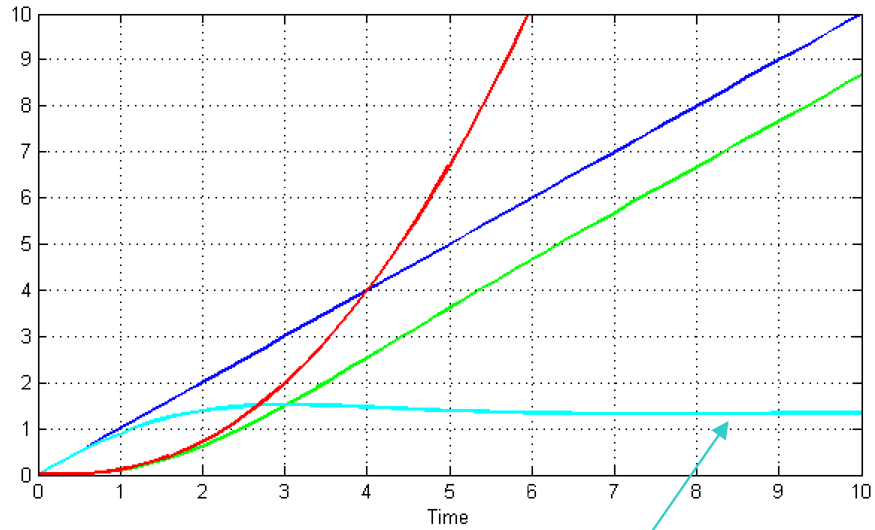
ERROREA

$$\boxed{\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{R(s)}{1+G(s)H(s)} = 0}$$

$$G_{LC}(s) = \frac{\vartheta(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{10.5}{12s^2+14s+10.5}$$

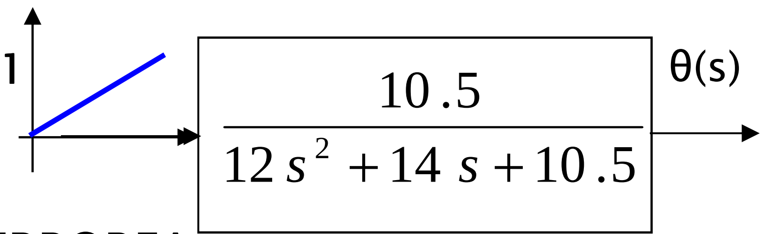
Erregimen iraunkorra





Sarrera malda unitatea

$R(s)=1/s^2$



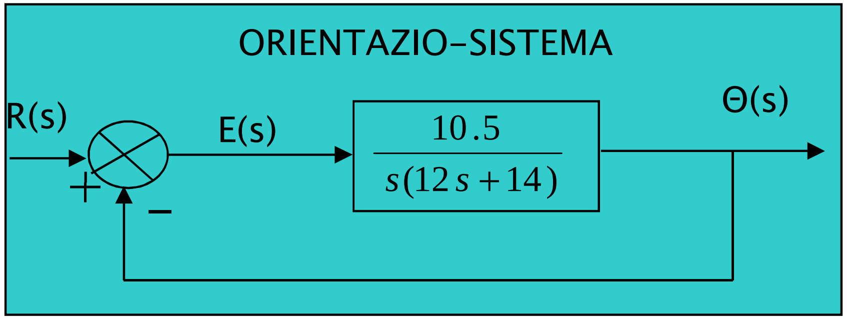
ERROREA:

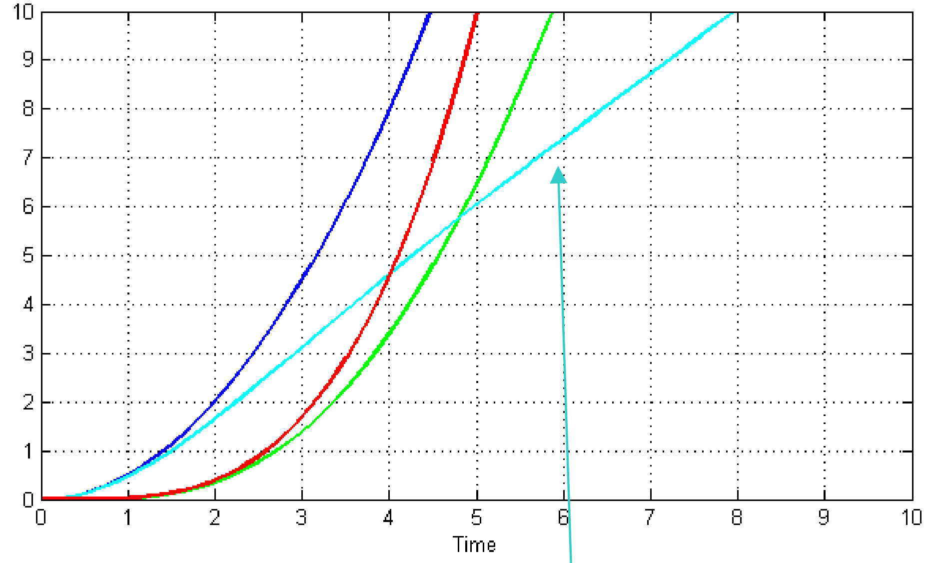
$$\lim_{t\to\infty} e(t)=\lim_{s\to 0} s\,E(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{1+G(s)H(s)}=\lim_{s\to 0} s\frac{1/s^2}{1+\frac{10.5}{s(12s+14)}}=\frac{14}{10.5}=\boxed{1.33}$$

AZKEN BALIOA:

$$\lim_{t\to\infty} \vartheta(t)=\lim_{s\to 0} s\,\vartheta(s)=\lim_{s\to 0} s\,R(s)G_{LC}(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^2}\frac{10.5}{12s^2+14s+10.5}=\infty$$

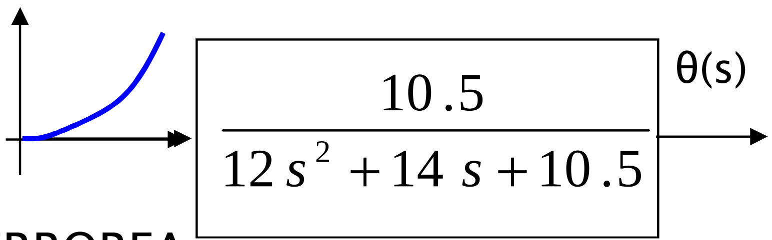
Erregimen iraunkorra





Sarrera parabolikoa

R(s)=1/s³



ERROREA:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\,E(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{1+G(s)H(s)} = \lim_{s\to 0} s\frac{1/s^3}{1+\dfrac{10.5}{s(12s+14)}} = \frac{14}{10.5} \boxed{=\infty}$$

AZKEN BALIOA:

$$\lim_{t\to\infty} \vartheta(t) = \lim_{s\to 0} s\,\vartheta(s) = \lim_{s\to 0} s\,R(s)G_{LC}(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^3}\frac{10.5}{12s^2+14s+10.5} = \infty$$

4 Gaia. Erregimen iragankorra eta iraunkorra