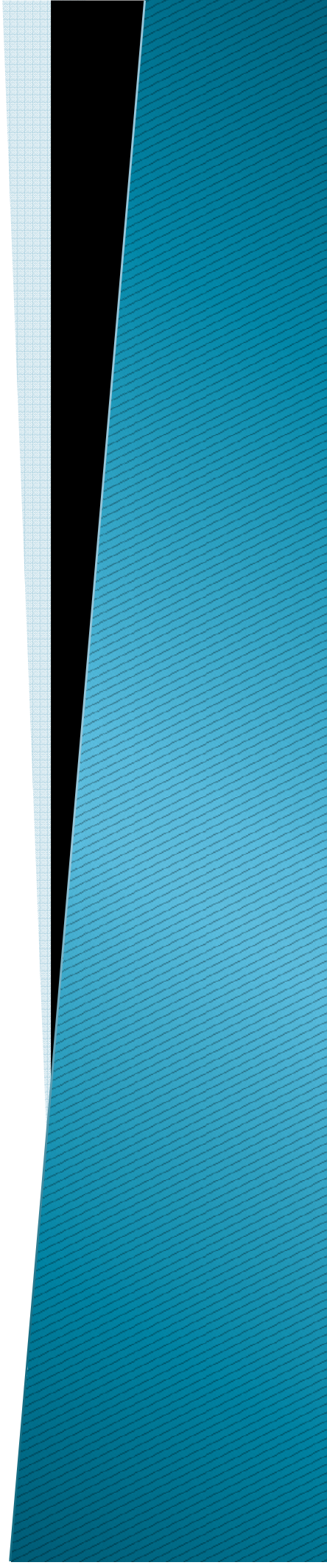


3. Gaia

Sistemen kanpoko adierazpena



3 Gaia

Sistemen kanpoko adierazpena

1. Sarrera
2. Ekuazio diferentziala eta transferentzi funtzioa.
3. Zenbait sistema fisikoen transferentzi funtzioak
4. Bloke-diagramak: oinarrizko osagaiak eta sinplifikazioak.
5. kontrol-sistemen definizioak

3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Sarrera

Sistema fisiko bat kanpoko ikuspegi batetik adierazi daiteke modu desberdinetan:

- 1) Ekuazio diferentzialak
- 2) Inpultso funtzioa
- 3) Transferentzi funtzioa

Hiru adierazpen mota hauek erlazionaturik daude baina erabiliena Transferentzi funtzioarena da.

Edozein sistema fisiko erabat definiturik dago (kanpoko ikuspegi batetik) $r(t)$ sarrera bakoitzeko bere $y(t)$ irteera ezagutzen dugunean. Adierazpen mota hau kanpoko adierazpena deitzen da eta soilik irteera eta sarreraren arteko erlazioa kontutan hartzen du.



3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Ekuazio diferentziala eta transferentzi funtzioa

Demagun ekuazio diferentzial lineal eta konstantedun baten bitartez adieraz daitekeen sistema bat:



$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{d y(t)}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{d r(t)}{dt} + b_m r(t)$$

Hasierako baldintzak zero direla suposatuz eta Laplace-ren transformatuaren propietateak aplikatuz (linealtasuna eta diferentziazioa), aurreko ekuazioa ekuazio algebraiko baten bihurtzen da:

$$a_0 s^n Y(s) + a_1 s^{n-1} Y(s) + \dots + a_{n-1} s Y(s) + a_n Y(s) = b_0 s^m R(s) + b_1 s^{m-1} R(s) + \dots + b_{m-1} s R(s) + b_m R(s)$$

Y(s) eta R(s) faktore komunak askatuz ekuazioaren bi aldeetan lortzen dugu **G(s)** sistemaren Transferentzi funtzioa.

TRANSFERENTZI FUNTZIOA

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Ekuazio diferentziala eta transferentzi funtzioa

Transferentzi funtzioaren ezaugarriak:

- 1) LTI sistemei aplikatzen da.
- 2) Irteera sarrerarekin erlazionatzen du, sistema fisikoaren egiturari buruz ez du informaziorik ematen (kanpoko adierazpena). Gerta daiteke bi sistema fisiko desberdinek portaera dinamiko berdina izatea eta ondorioz Transferentzi funtzio bera izan.
- 3) T. F. esperimentalki kalkulatu daiteke sarrera ezagunak aplikatuz eta irteerak aztertuz (kutxa beltza bezala).
- 4) Kausalitatearen printzipioak TF. Mugatzen du: $n \geq m$ izan behar da. Hau da T.F.a ren polo kopurua zero kopurua baino handiagoa edo berdina izan behar da, sistema fisikoki existitzeko.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

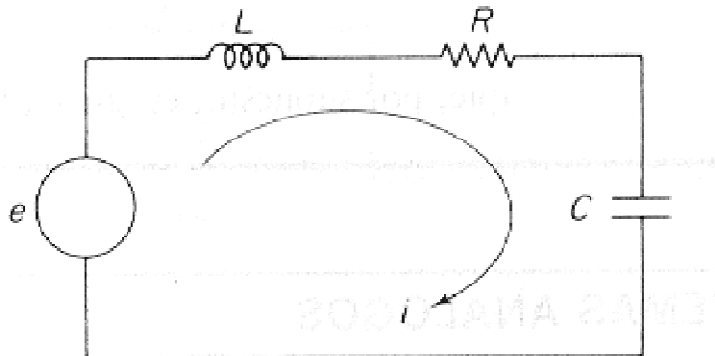
Zenbakitzailearen erroak = **Zeroak**
Izendatzailearen erroak = **Poloak**

3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Zenbait sistema fisikoen transferentzi funtzioak

SISTEMA ELEKTRIKOAK

Adibidea: RLC zirkuitua



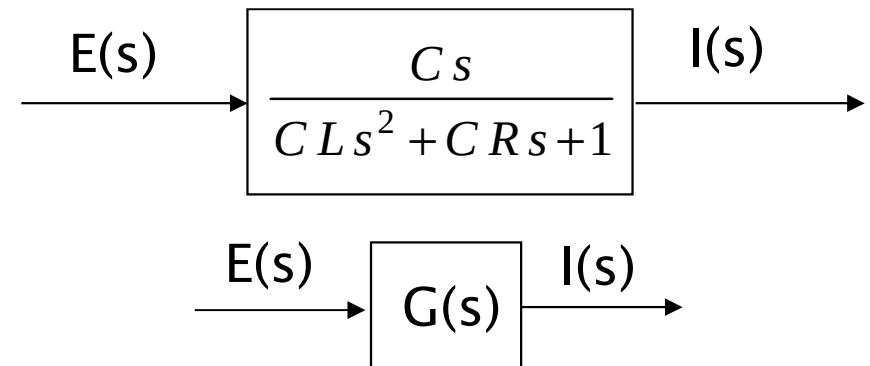
$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = e(t)$$

Laplace-ren transformatua

$$LsI(s) + RI(s) + \frac{I(s)}{Cs} = E(s)$$

I(s) korrontea E(s) tentsioarekin erlazionatzen duen Transferentzi funtzioa kalkulatu daiteke:

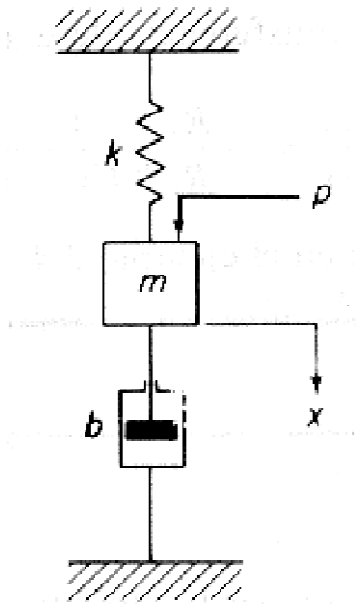
$$G(s) = \frac{I(s)}{E(s)} = \frac{Cs}{CLs^2 + CRs + 1}$$



3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Zenbait sistema fisikoen transferentzi funtzioak

SISTEMA MEKANIKOAK



$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + k x(t) = p(t)$$

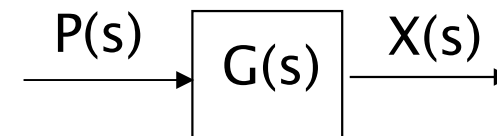
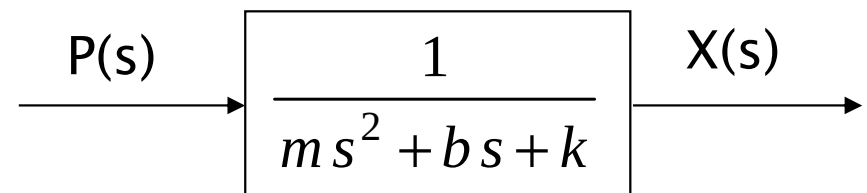
Laplace-ren transformatua

$$m s^2 X(s) + b s X(s) + k X(s) = P(s)$$

**hasierako baldintzak zero*

$X(s)$ desplazamendua $P(s)$ aplikatutako indarrarekin erlazionatzen duen Transferentzi funtzioa kalkulatu daiteke:

$$G(s) = \frac{X(s)}{P(s)} = \frac{1}{m s^2 + b s + k}$$



3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Zenbait sistema fisikoen transferentzi funtzioak

ORIENTAZIO-SISTEMA: modelo murriztua

$$J\ddot{\vartheta}(t) + B\dot{\vartheta}(t) = e(t)Km$$

Inertzi
indarrak

Marruzkadura
indarrak

momentua

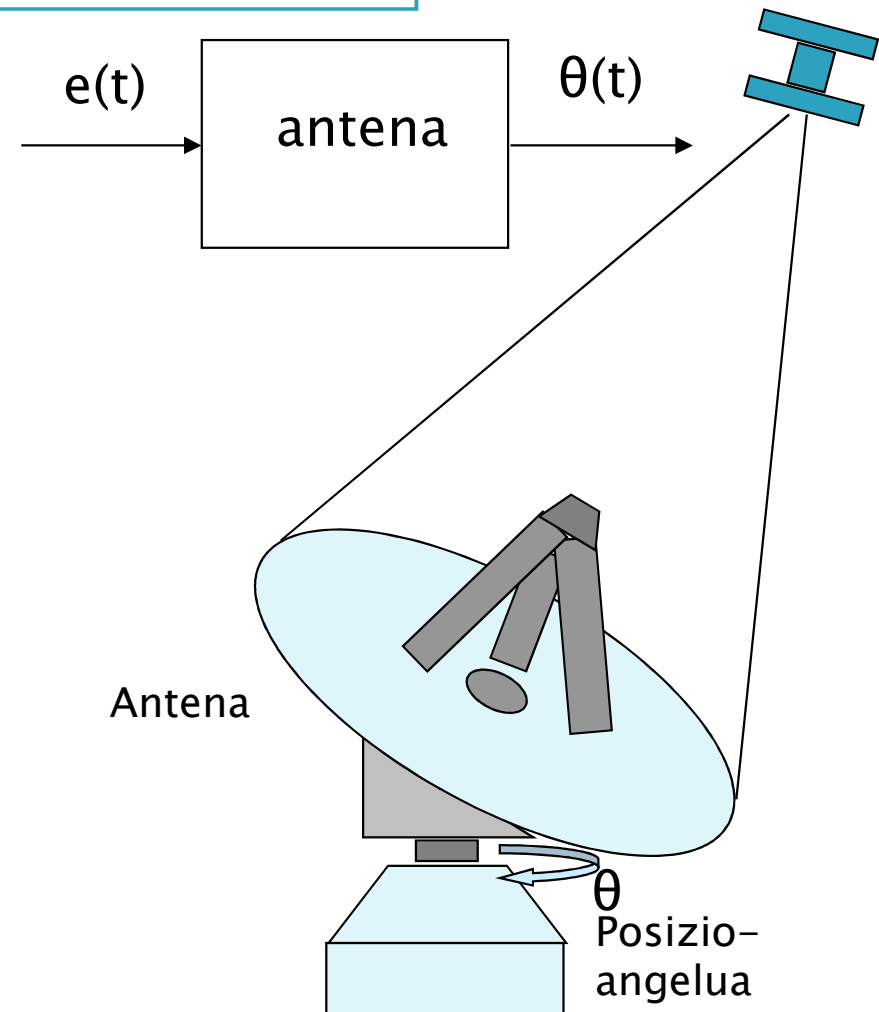
$\vartheta(t)$ = antenaren biraketa angelua

$e(t)$ = jarraipen-errorea

J = Inertzi momentua (antena + motor)

B = marruzkadura koef. (antena + motor)

K_m = motor konstantea



3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Zenbait sistema fisikoen transferentzi funtzioak

ORIENTAZIO-SISTEMA: modelo murriztua

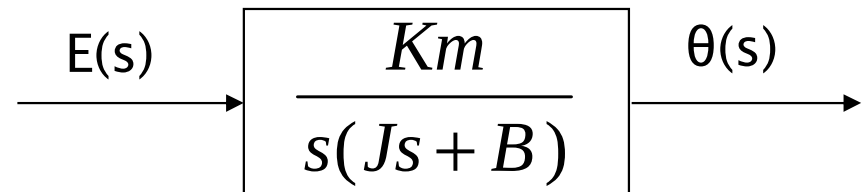
$$J\ddot{\vartheta}(t) + B\dot{\vartheta}(t) = e(t)Km$$



$$Js^2 \theta(s) + Bs \theta(s) = E(s)Km$$

$\theta(s)$ posizio-angelua $E(s)$ jarraipen-errorearekin erlazionatzen duen Transferentzi funtzioa kalkulatu daiteke:

$$G(s) = \frac{\vartheta(s)}{E(s)} = \frac{Km}{s(Js + B)}$$



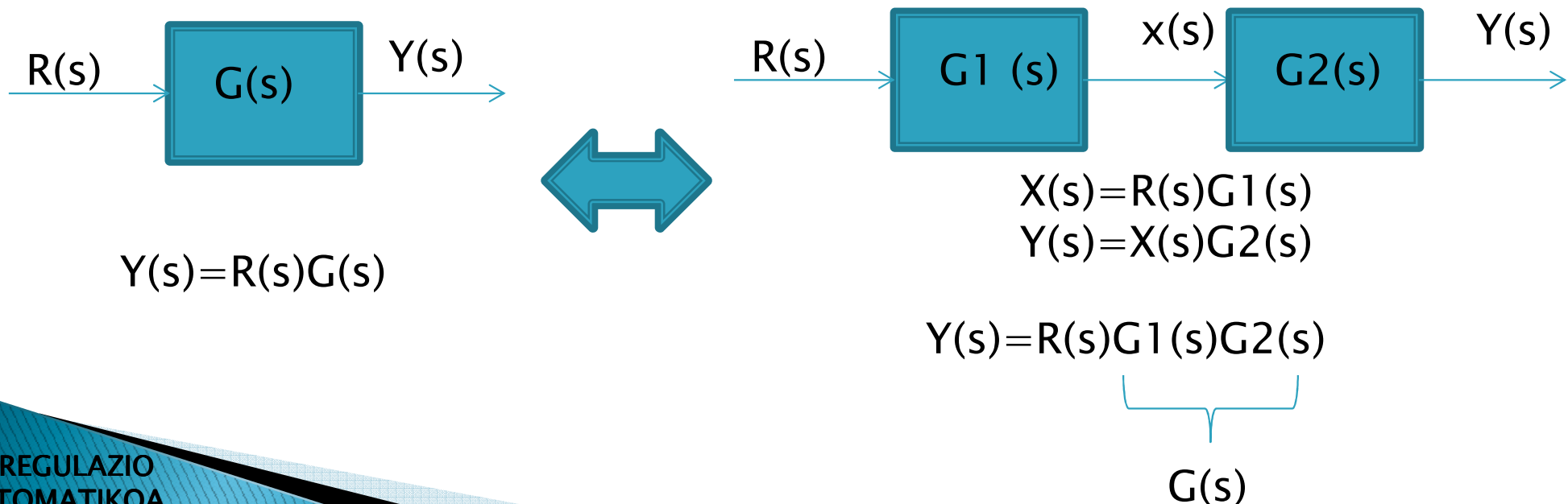
3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Bloke-diagramak: oinarrizko osagaiak eta sinplifikazioak.

Bloke-diagrama:

Kontrol –sistema baten osagaien funtzionamenduaren adierazpen grafikoa.

Osagai bakoitza bloke (laukizuzen) baten bitartez adierazten da, sarrera bat eta irteera bat izanik. Horrela, irteerako seinalea sarrerako seinalea bider blokearen Transferentzi funtzioaren berdina da.

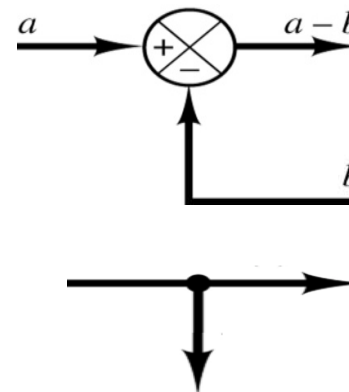


3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Bloke-diagramak: oinarritzko osagaiak eta sinplifikazioak.

Oinarritzko osagaiak:

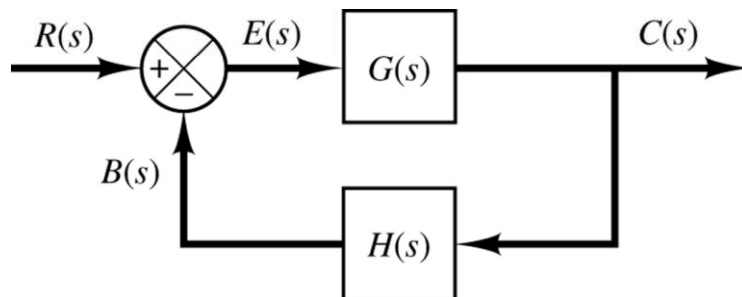
- **Batuketa-kenketa puntua:** zeinuaren arabera batuketa edo kenketa egiten du.
- **Banaketa-puntua:** seinaleak banatzeko osagaia.



Batuketa-kenketa puntua

Banaketa-puntua

- **Lazo itxiko sistema baten bloke-diagrama:**
Irteerako seinalea berrelikatzen da batuketa-puntura sarrerarekin konparatzeko (erreferentziarekin).



Lazo itxiko T. F.

$$\begin{cases} C(s) = G(s)E(s) \Rightarrow C(s) = G(s)(R(s) - H(s)C(s)) \\ E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s) \end{cases}$$



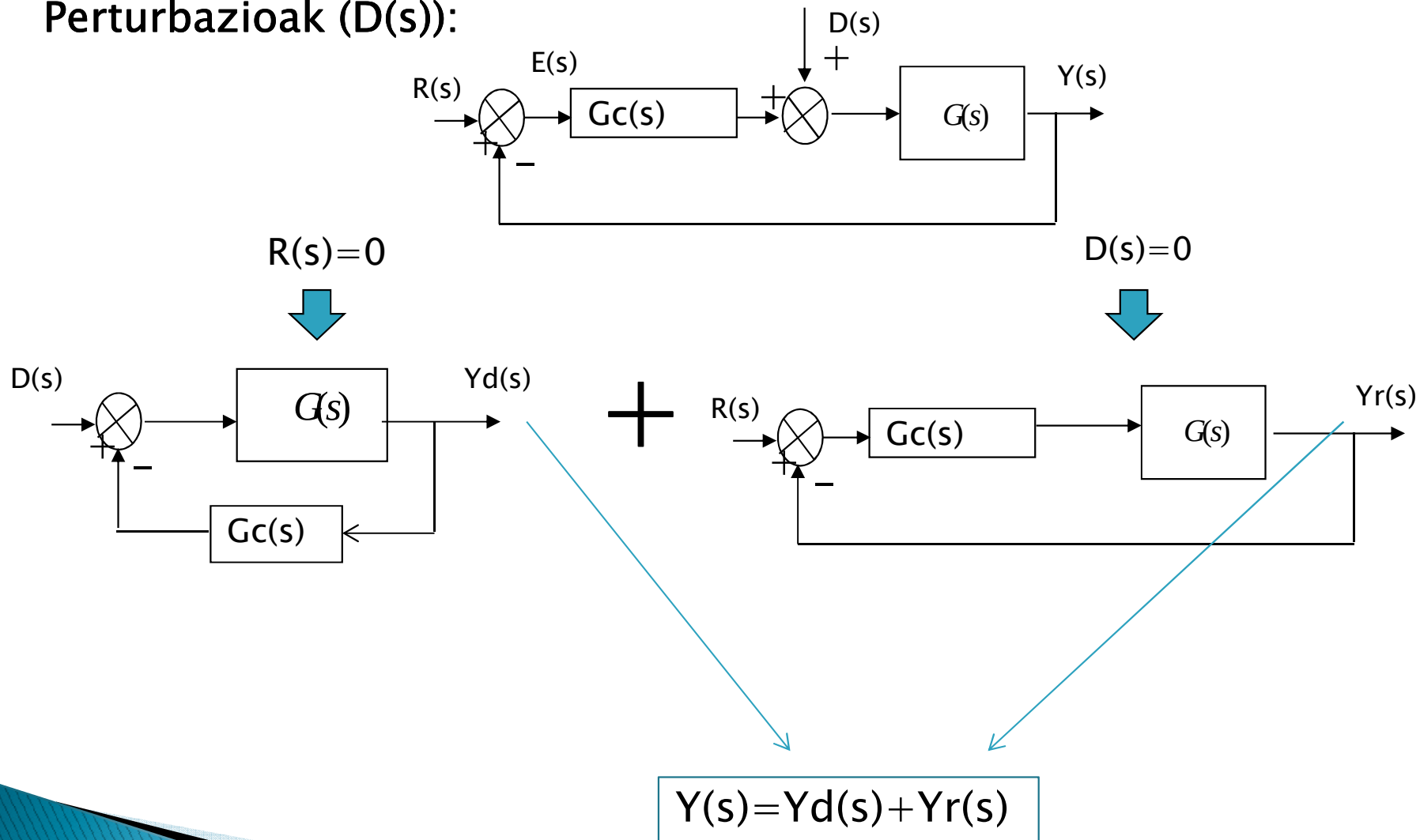
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

BURUZ IKASI

3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Bloke-diagramak: oinarritzko osagaiak eta sinplifikazioak.

Perturbazioak ($D(s)$):



3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Bloke-diagramak: oinarrizko osagaiak eta sinplifikazioak.

Blokeen sinplifikazio
baliokidetasunak

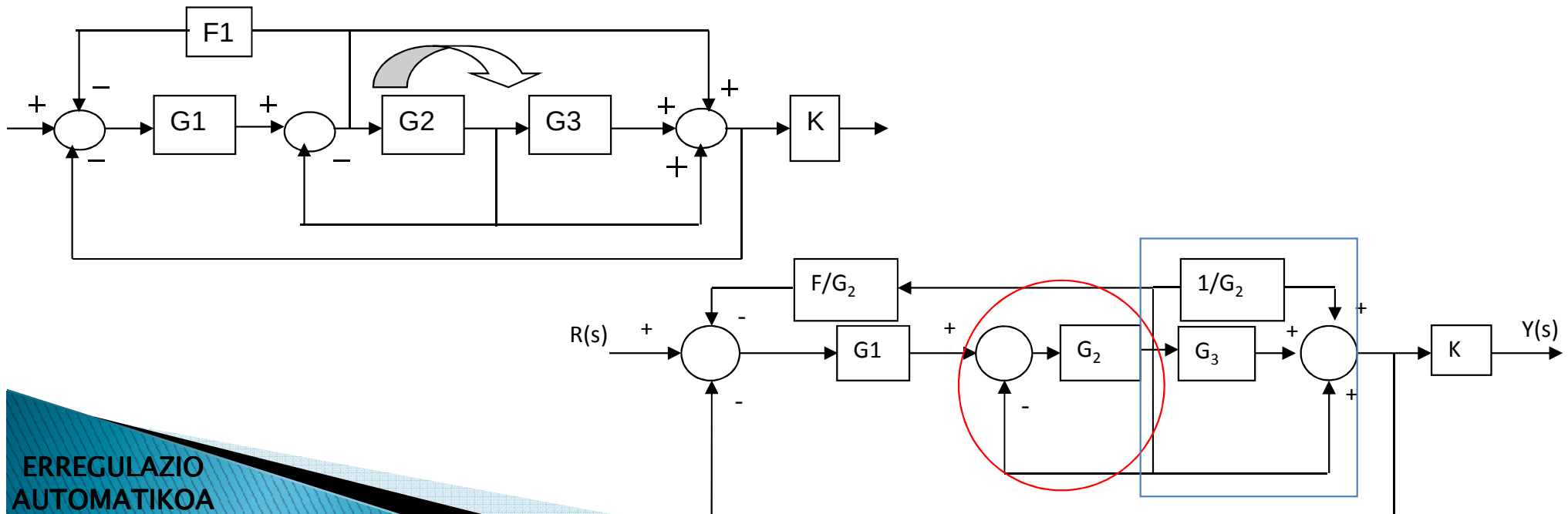
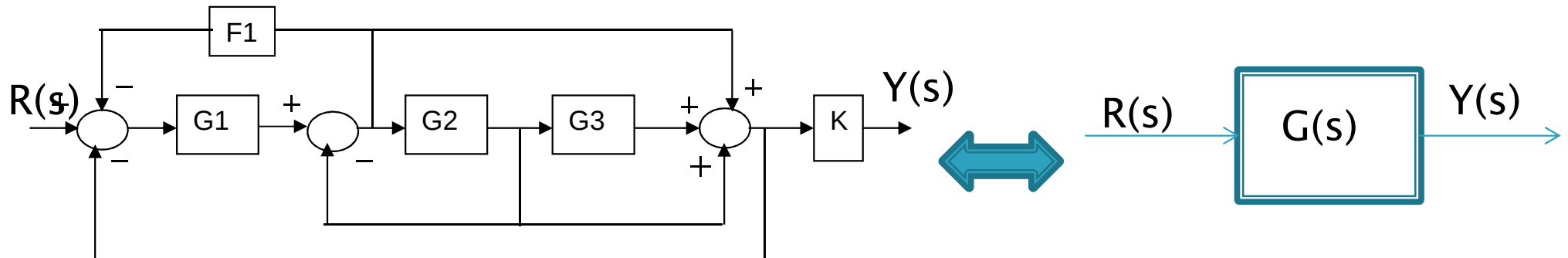
Lazo itxiko
sistemaren araua

	Hasierako bloke-diagrama	bloke-diagrama baliokidea
1		
2		
3		
4		
5		

3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

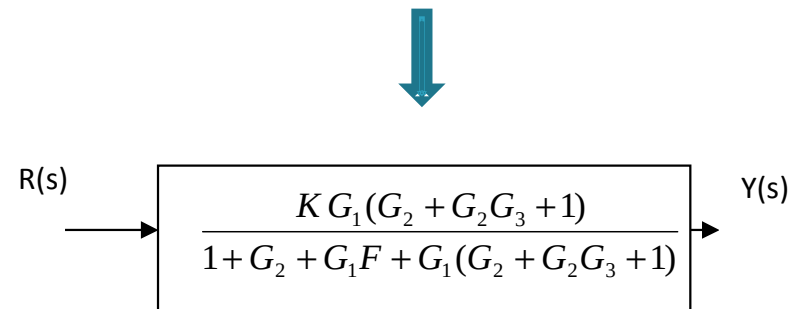
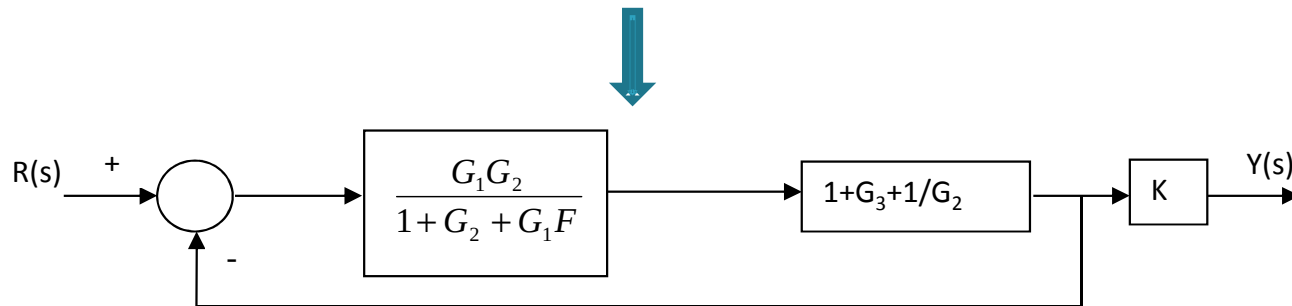
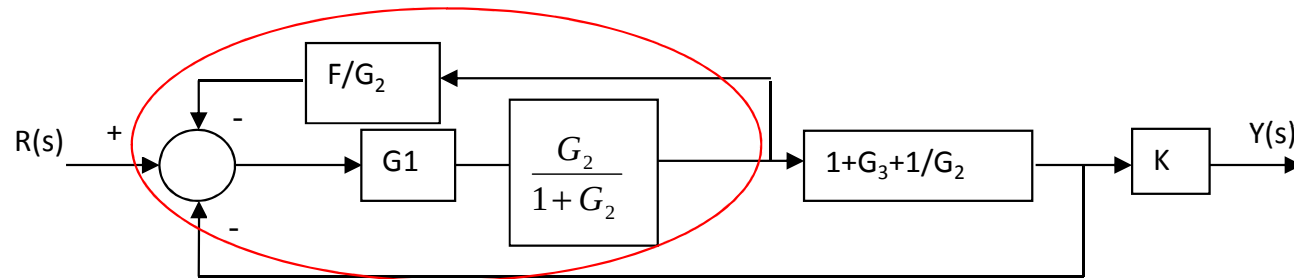
Bloke-diagramak: oinarritzko osagaiak eta sinplifikazioak.

Adibidea: Sinplifikatu ondoko bloke-diagrama, bloke bakar bat lortu arte



3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

Bloke-diagramak: oinarritzko osagaiak eta sinplifikazioak.

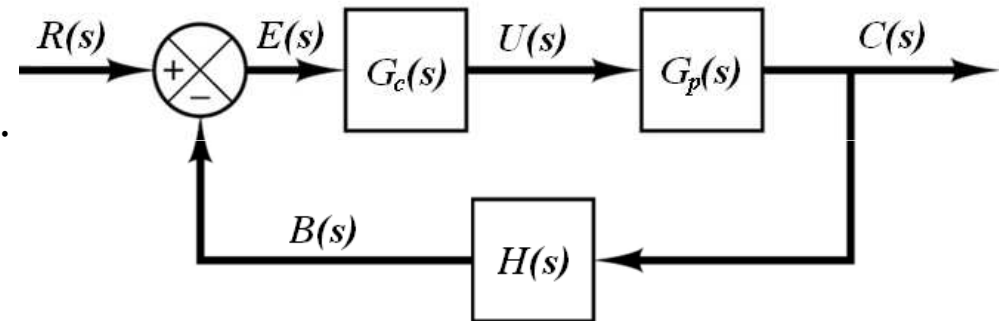


3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena

kontrol-sistemen definizioak

Ondoko kontrol-diagrama izanik:

- $R(s)$: erreferentzia edo desiratutako irteera.
- $C(s)$: Sistemaren irteera erreala.
- $U(s)$: Kontrol-seinalea.
- $B(s)$: neurtutako seinalea ($H(s)C(s)$).
- $E(s)$: Errore-seinalea ($R(s)-B(s) = R(s)-H(s)C(s)$).
OHARRA: $\neq$ sistemaren errorea ($R(s)-C(s)$).



Lazo itxiko kontrol-sistema

$$\text{Lazo itxiko T.F. : } G_{L.\text{Itxiko}}(S) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)H(s)}$$

$$\text{Lazo irekiko T.F. : } G_{L.\text{irekiko}}(S) = G_c(s)G_p(s)H(s)$$

$$\text{Ekuazio karakteristikoa: } 1 + G_c(s)G_p(s)H(s) = 0$$

3 Gaia. Sistemen kanpoko adierazpena



This work is licensed under a
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> .

You are free:

To Share — to copy, distribute and transmit the work

Under the following conditions:

Attribution — You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work).

Noncommercial — You may not use this work for commercial purposes.

No Derivative Works — You may not alter, transform, or build upon this work.

With the understanding that:

Waiver — Any of the above conditions can be waived if you get permission from the copyright holder.

Public Domain — Where the work or any of its elements is in the public domain under applicable law, that status is in no way affected by the license.

Other Rights — In no way are any of the following rights affected by the license:

- Your fair dealing or fair use rights, or other applicable copyright exceptions and limitations;
- The author's moral rights;
- Rights other persons may have either in the work itself or in how the work is used, such as publicity or privacy rights: Some of the figures used in this work has been obtained from the Instructor Resources of *Modern Control Engineering*, Fifth Edition, Katsuhiko Ogata, copyrighted ©2010, ©2002, ©1997 by Pearson Education, Inc.

Notice — For any reuse or distribution, you must make clear to others the license terms of this work.