

5. GAIA  
ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA  
**ARIKETAK**

ROBOTIKA

# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.1 ariketa

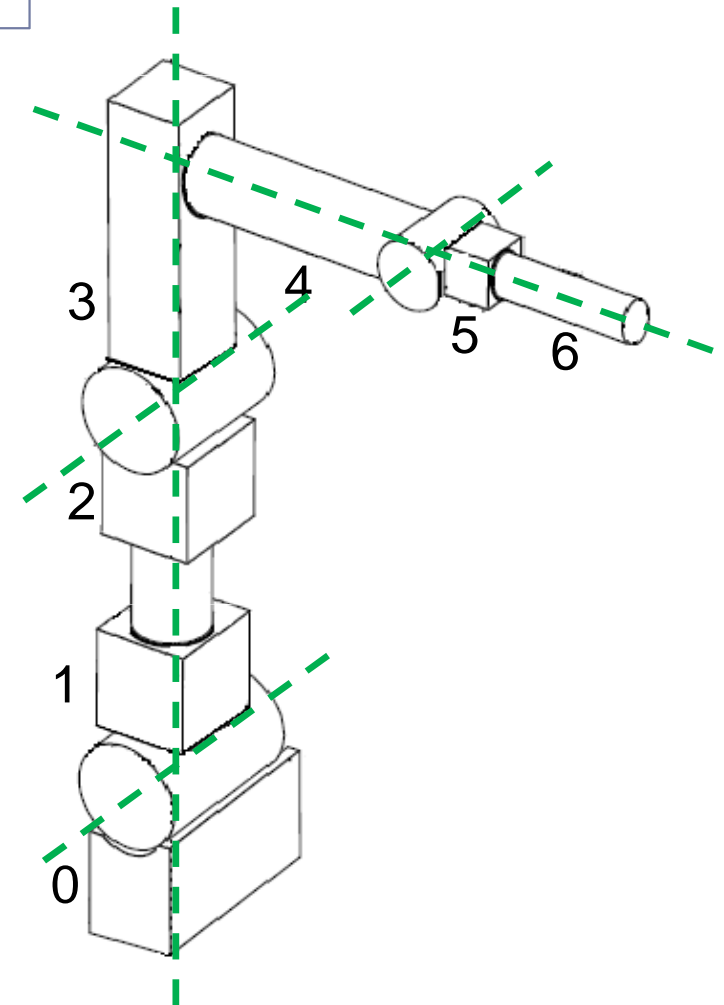
Irudiko 6 askatasun graduko robotaren Denavit-Hatenbergen taula osatu. Artikulazio guztiak errotazionalak dira

D-H algoritmoa:

#### Erreferentzi sistemen esleipena

- ▶ D-H1: Kate-mailak zerrendatu 1-etik n arte ( $n=AG$ ). S= elementua robotaren oinarria izango da.
- ▶ D-H2: Artikulazioak 1-etik n arte zerrendatu
- ▶ D-H3: Artikulazioen ardatzak. Biraketakoa bada, ardatza biraketa-ardatza bera izango da. Prismaticoa bada, desplazamendua gertatzen den ardatza bera izango da.

### ABB IRB 6400C robotaren eredu zinematikoa



# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

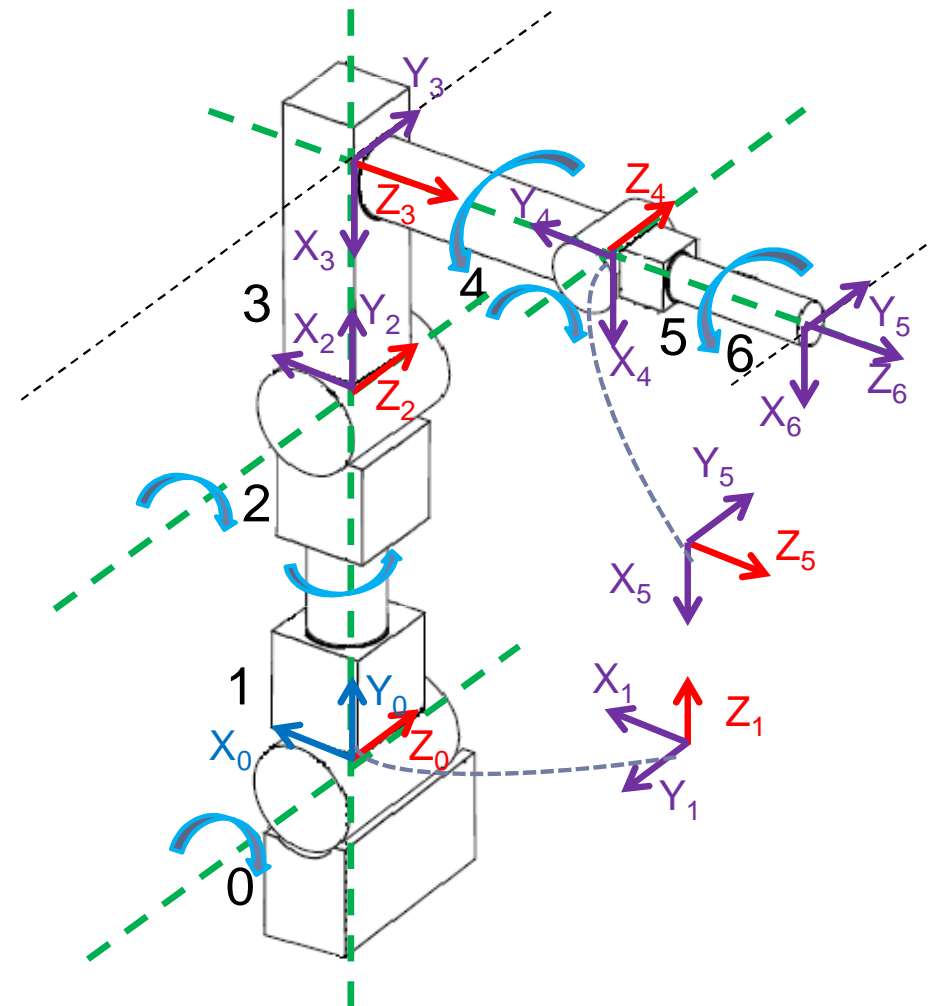
D-H algoritmoa:

### Erreferentzi sistemen esleipena

I elementu bakoitzaren erreferentzi sistema ezarri

- ▶ D-H4:  $i$  bakoitzeko (0-tik  $n-1$  arte),  $Z_i$  ardatza kokatu  $i+1$  artikulazioaren ardatzean
- ▶ D-H5: So oinarri sistemaren jatorria kokatu  $Z_0$  ardatzaren edozein puntutan (1 artikulazioaren ardatza).  $X_0$  eta  $Y_0$  ardatzak  $Z_0$  ardatzarekin sistema destrogiroa izateko kokatzen dira.
- ▶ D-H6:  $i$  bakoitzeko (1-tik  $n-1$  arte),  $S_i$  sistema kokatu ( $i$  elementuarekin lotuta)  $Z_i$  ardatzaren intersektzioa  $Z_{i-1}$  eta  $Z_{i+1}$ -rekin normala den lerroan. Bi ardatzak ebakidura puntua badaukate, ebakidura puntuan kokatzen dira. Paraleloak badira  $i+1$  artikulazioan.
- ▶ D-H7:  $X_i$  kokatu  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  ardatzekin normala den lerro komunean. Ardatzak ebakidura puntua badaukate  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  ardatzek osatzen duten planoarekin perpendikularra den lerroan kokatzen da.  $X_i$  kokatu  $Z_{i-1}$ -ekin normala den lerroan, ebaki egiten du eta kanporantz zuzentzen da.
- ▶ D-H8:  $Y_i$  kokatu  $X_i$  eta  $Z_i$ -rekin sistema destrogiro osatuz.
- ▶ D-H9:  $\{S_n\}$  sistema robotaren muturrena kokatu  $Z_n$   $Z_{n-1}$ -rekin bat eginez eta  $X_n$   $Z_{n-1}$  eta  $Z_n$ -rekin normala izanik.

ABB IRB 6400C robotaren erdu zinematika



# 6. GAIA ROBOTEN DINAMIKA ETA KONTROLA

## ARIKETAK

D-H algoritmoa:

### Matrize Homogeneoak lortu

► D-H14:  ${}^{i-1}A_i$  Transformazio Matrizea lortu.

$\theta_i$  biraketa  $Z_{i-1}$ -ekiko, jarraian  $d_i$  translazio bat ( $Z_{i-1}$  ardatzaren luzeran), ondoren  $a_i$  translazio bat ( $X_i$  ardatzaren luzeran) eta azkenik  $\alpha_i$  errotazioa  $X_i$ -ekiko :

$${}^{i-1}A_i = R(Z_{i-1}, \theta_i)T(d_i)T(a_i)R(X_i, \alpha_i) =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ABB IRB 6400C robotaren eredu zinematikoa

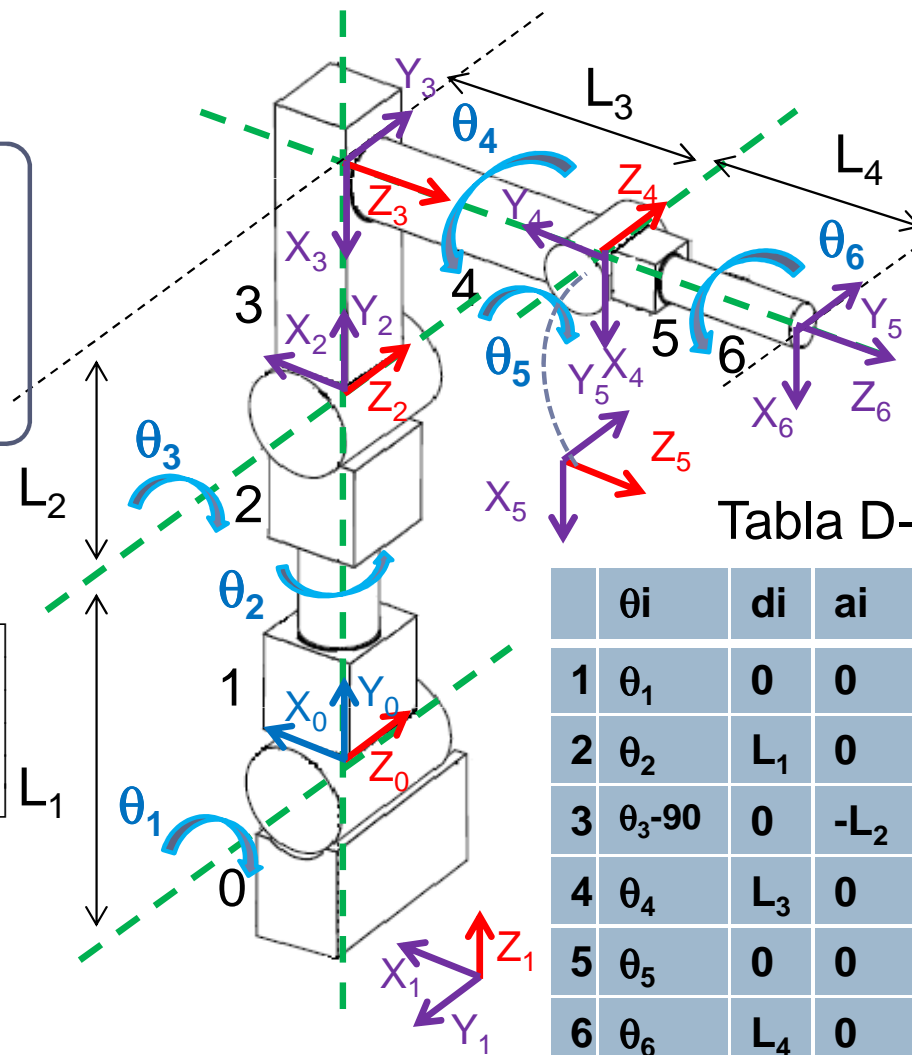


Tabla D-H

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	0	0	$-90^\circ$
2	$\theta_2$	$L_1$	0	$90^\circ$
3	$\theta_3 - 90^\circ$	0	$-L_2$	$90^\circ$
4	$\theta_4$	$L_3$	0	$-90^\circ$
5	$\theta_5$	0	0	$90^\circ$
6	$\theta_6$	$L_4$	0	0

## 6. GAIA ROBOTEN DINAMIKA ETA KONTROLA ARIKETAK

$${}_{i-1}^i A = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	0	0	$-90^\circ$
2	$\theta_2$	$L_1$	0	$90^\circ$
3	$\theta_3-90$	0	$-L_2$	$90^\circ$
4	$\theta_4$	$L_3$	0	$-90^\circ$
5	$\theta_5$	0	0	$90^\circ$
6	$\theta_6$	$L_4$	0	0

$${}^0_1 A = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_2 A = \begin{bmatrix} C\theta_2 & 0 & S\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & 0 & -C\theta_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_3 A = \begin{bmatrix} C(\theta_3-90) & 0 & S(\theta_3-90) & L_2 C(\theta_3-90) \\ S(\theta_3-90) & 0 & -C(\theta_3-90) & L_2 S(\theta_3-90) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

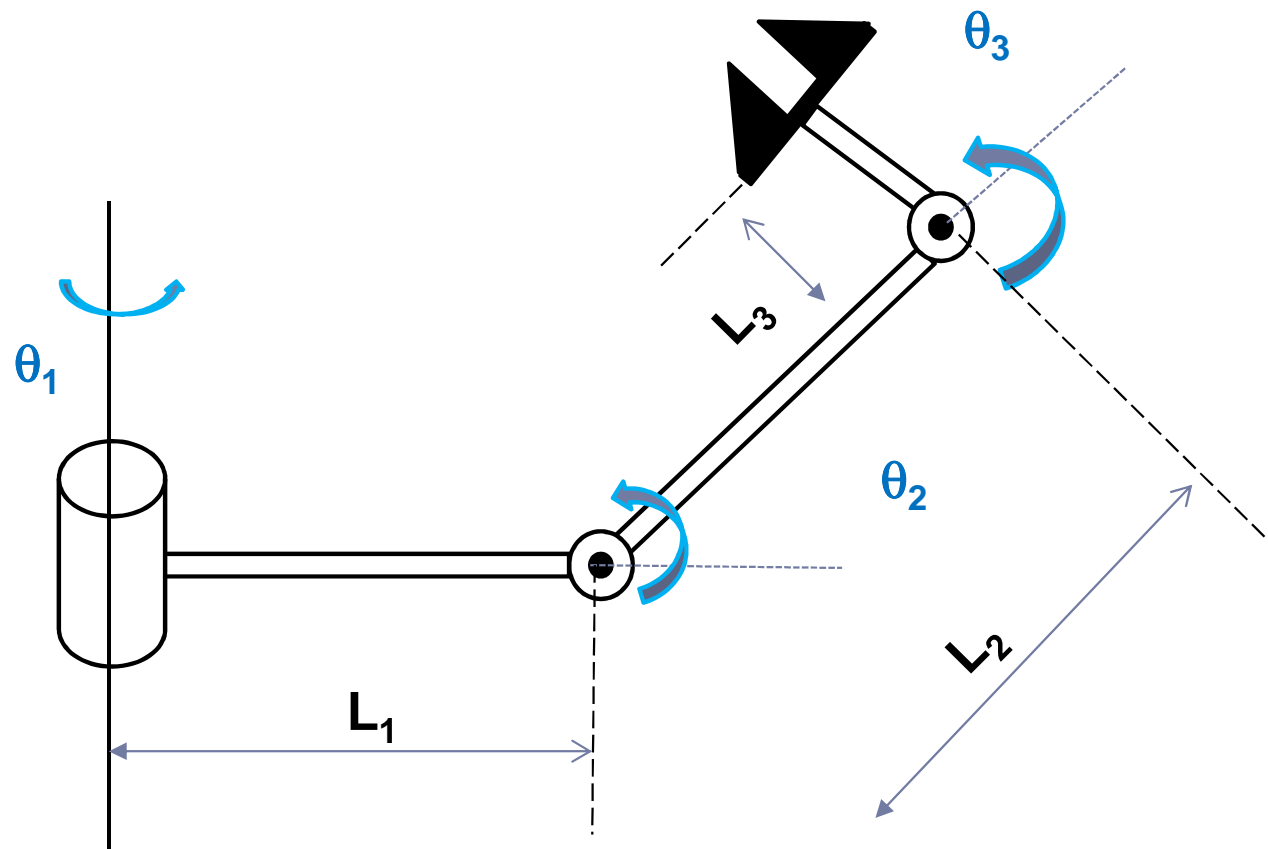
$${}^3_4 A = \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^4_5 A = \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & -C\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^5_6 A = \begin{bmatrix} C\theta_6 & 0 & -S\theta_6 & 0 \\ S\theta_6 & 0 & C\theta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.2 ariketa

Irudiko 3 askatasun graduko robotaren Denavit-Hatenbergen taula osatu. Artikulazio guztiak errotazionalak dira



# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.2 ariketa

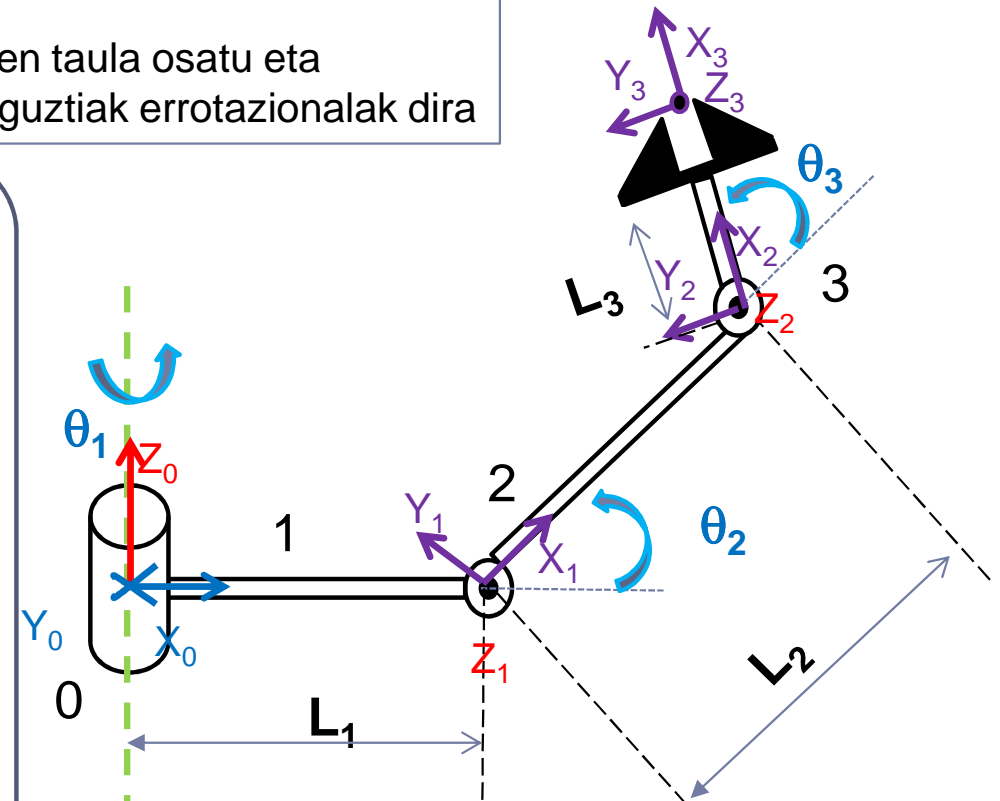
Irudiko 3 askatasun graduko robotaren Denavit-Hatenbergen taula osatu eta transformazio matrize homogeneoak kalkulatu. Artikulazio guztiak errotazionalak dira

D-H algoritmoa:

### Erreferentzi sistemen esleipena

I elementu bakoitzaren erreferentzi sistema ezarri

- ▶ D-H4:  $i$  bakoitzeko (0-tik  $n-1$  arte),  $Z_i$  ardatza kokatu  $i+1$  artikulazioaren ardatzean
- ▶ D-H5: So oinarri sistemaren jatorria kokatu  $Z_0$  ardatzaren edozein puntutan (1 artikulazioaren ardatza).  $X_0$  eta  $Y_0$  ardatzak  $Z_0$  ardatzarekin sistema destrogira izateko kokatzen dira.
- ▶ D-H6:  $i$  bakoitzeko (1-tik  $n-1$  arte),  $S_i$  sistema kokatu ( $i$  elementuarekin lotuta)  $Z_i$  ardatzaren intersekzioa  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  -rekin normala den lerroan. Bi ardatzak ebakidura puntua badaukate, ebakidura puntuan kokatzen dira. Paraleloak badira  $i+1$  artikulazioan .
- ▶ D-H7:  $X_i$  kokatu  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  ardatzekin normala den lerro komunean. Ardatzak ebakidura puntua badaukate  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  ardatzek osatzen duten planoarekin perpendikularra den lerroan kokatzen da.  $X_i$  kokatu  $Z_{i-1}$  -ekin normala den lerroan, ebaki egiten du eta kanporantz zuzentzen da.
- ▶ D-H8:  $Y_i$  kokatu  $X_i$  eta  $Z_i$  -rekin sistema destrogira osatuz.
- ▶ D-H9:  $\{S_n\}$  sistema robotaren muturrena kokatu  $Z_n$   $Z_{n-1}$ -rekin bat eginez eta  $X_n$   $Z_{n-1}$  eta  $Z_n$ -rekin normala izanik.



Taula D-H

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	0	$L_1$	$90^\circ$
2	$\theta_2$	0	$L_2$	0
3	$\theta_3$	0	$L_3$	0

# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.2 ariketa

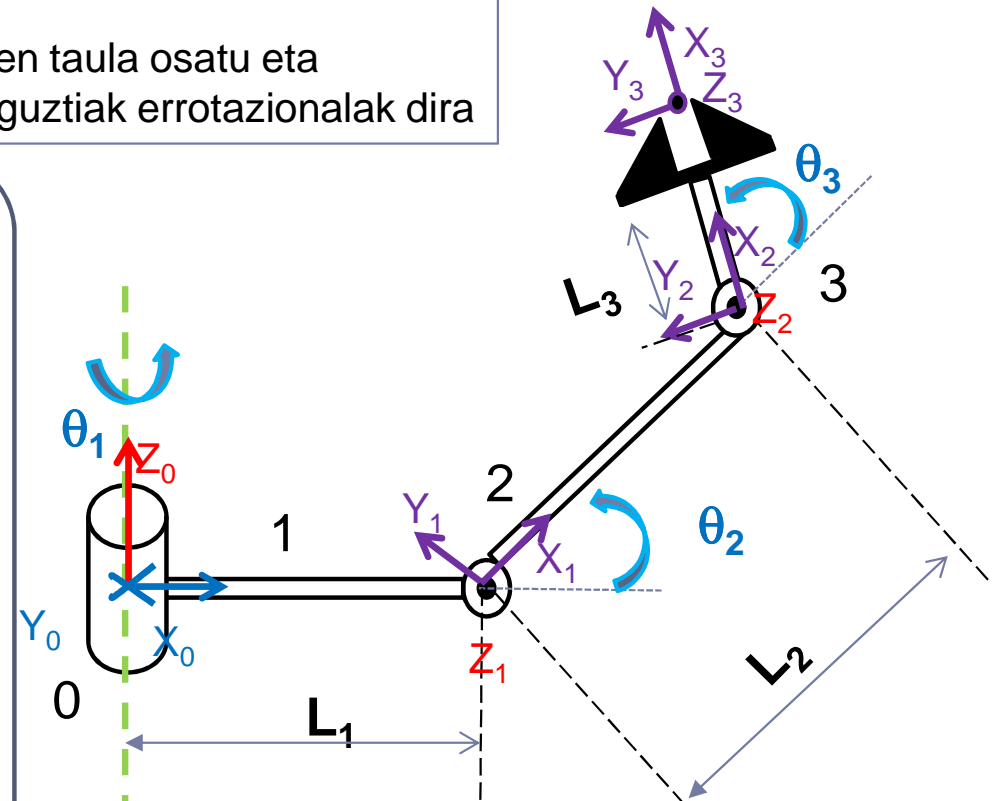
Irudiko 3 askatasun graduko robotaren Denavit-Hatenbergen taula osatu eta transformazio matrize homogeneoak kalkulatu. Artikulazio guztiak errotazionalak dira

D-H algoritmoa:

### Erreferentzi sistemen esleipena

I elementu bakoitzaren erreferentzi sistema ezarri

- ▶ D-H4:  $i$  bakoitzeko (0-tik  $n-1$  arte),  $Z_i$  ardatza kokatu  $i+1$  artikulazioaren ardatzean
- ▶ D-H5: So oinarri sistemaren jatorria kokatu  $Z_0$  ardatzaren edozein puntutan (1 artikulazioaren ardatza).  $X_0$  eta  $Y_0$  ardatzak  $Z_0$  ardatzarekin sistema destrogira izateko kokatzen dira.
- ▶ D-H6:  $i$  bakoitzeko (1-tik  $n-1$  arte),  $S_i$  sistema kokatu ( $i$  elementuarekin lotuta)  $Z_i$  ardatzaren interseksioa  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  -rekin normala den lerroan. Bi ardatzak ebakidura puntua badaukate, ebakidura puntuan kokatzen dira. Paraleloak badira  $i+1$  artikulazioan .
- ▶ D-H7:  $X_i$  kokatu  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  ardatzekin normala den lerro komunean. Ardatzak ebakidura puntua badaukate  $Z_{i-1}$  eta  $Z_i$  ardatzek osatzen duten planoarekin perpendikularra den lerroan kokatzen da.  $X_i$  kokatu  $Z_{i-1}$  -ekin normala den lerroan, ebaki egiten du eta kanporantz zuzentzen da.
- ▶ D-H8:  $Y_i$  kokatu  $X_i$  eta  $Z_i$  -rekin sistema destrogira osatuz.
- ▶ D-H9:  $\{S_n\}$  sistema robotaren muturrena kokatu  $Z_n$   $Z_{n-1}$ -rekin bat eginez eta  $X_n$   $Z_{n-1}$  eta  $Z_n$ -rekin normala izanik.



Taula D-H

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	0	$L_1$	$90^\circ$
2	$\theta_2$	0	$L_2$	0
3	$\theta_3$	0	$L_3$	0



# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.2 ariketa

Irudiko 3 askatasun graduako robotaren Denavit-Hatenbergen taula osatu eta transformazio matrize homogeneoak kalkulatu. Artikulazio guztiak errotazionalak dira

$${}_{i-1}^i A = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	0	$L_1$	$90^\circ$
2	$\theta_2$	0	$L_2$	0
3	$\theta_3$	0	$L_3$	0

$${}^0_1 A = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & L_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & L_1 S\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2 A = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & L_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3 A = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & L_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA ARIKETAK

### D-H algoritmoa: **Matrize Homogeneoak lortu**

D-H15: Robotaren oinarriko sistema muturreko sistemarekin erlazionatzen duen Transformazio Matrizea lortu:  ${}^0T_4 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4$

$${}^0_3T = {}^0_1A \quad {}^1_2A \quad {}^2_3A \quad : \quad \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow n = (C1C2C3 - C1S2S3, S1C2C3 - S1S2S3, 0, 0)$$

$$\rightarrow o = (C1S2S3 - C1S2S3, -S1C2C3 - S1S2C3, -S2S3 + C2C3, 0)$$

$$\rightarrow a = (S1, -C1, 0, 0)$$

$$\rightarrow p = (C1C2L3C3 - C1S2S3L3 + C1L2S2 + L1C2, S1C2L3C3 - S1S2L3S3 + S1L2C2 + L1S1, S2L3C3 + C2L3C3 + L2S2, 1)$$

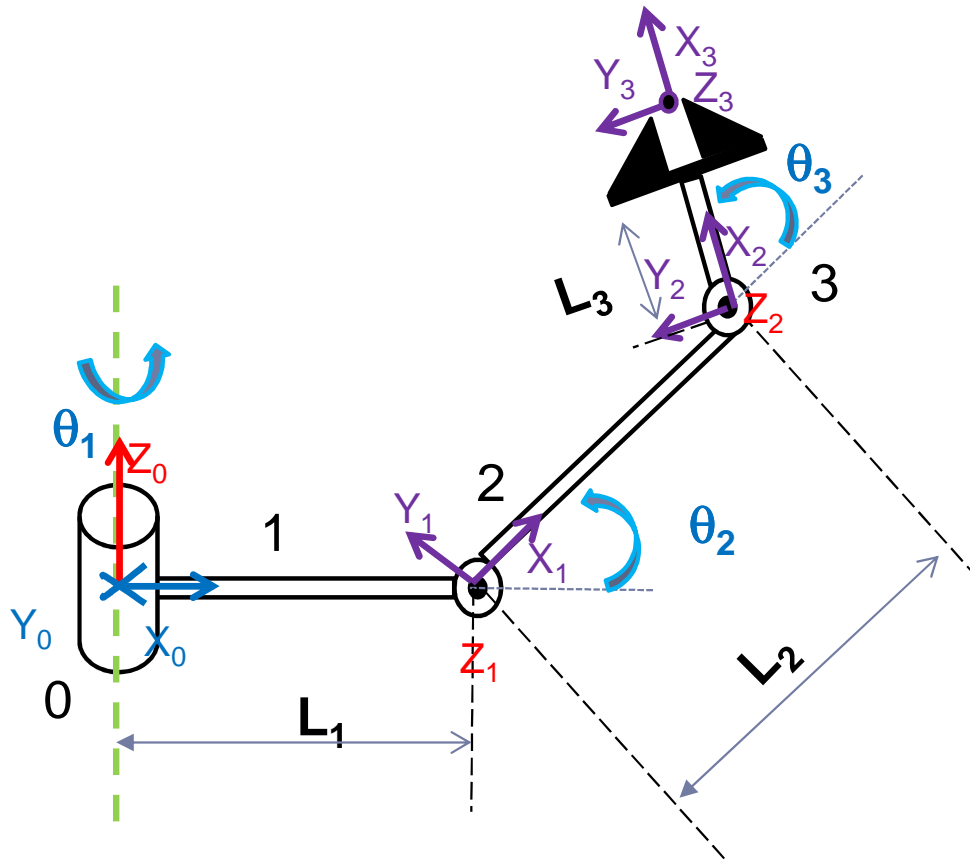


# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.3 ariketa

5.2 ariketako robotaren jacobtarra kalkulatu



	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	0	$L_1$	$90^\circ$
2	$\theta_2$	0	$L_2$	0
3	$\theta_3$	0	$L_3$	0

# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.3 ariketa

5.2 ariketako robotaren jacobtarra kalkulatu

$${}^0_3 \mathbf{A} = {}^0_1 \mathbf{A} {}^1_2 \mathbf{A} {}^2_3 \mathbf{A}$$

$${}^0_3 \mathbf{A} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & L_1 C\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & L_1 S\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & L_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & L_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x & a_x & a_x & p_x \\ p_y & a_y & a_y & p_y \\ p_z & a_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_3 \mathbf{A} = \begin{bmatrix} C1C2C3 - C1S2S3 & C1S2S3 - C1S2S3 & S1 & C1C2L3C3 - C1S2S3L3 + C1L2S2 + L1C2 \\ S1C2C3 - S1S2S3 & -S1C2C3 - S1S2C3 & -C1 & S1C2L3C3 - S1S2L3S3 + S1L2C2 + L1S1 \\ 0 & -S2S3 + C2C3 & 0 & S2L3C3 + C2L3C3 + L2S2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \longrightarrow x = f_x(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ \longrightarrow y = f_y(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ \longrightarrow z = f_z(q_1, q_2, \dots, q_n) \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} x &= C1C2L3C3 - C1S2S3L3 + C1L2S2 + L1C2 \\ y &= S1C2L3C3 - S1S2L3S3 + S1L2C2 + L1S1 \\ z &= S2L3C3 + C2L3C3 + L2S2 \end{aligned}$$

Ondoren Jacobtarra kalkulatu da,  
muturreko posizioen arabera

# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

## ARIKETAK

### 5.3 ariketa

5.2 ariketako robotaren Jacobtarra kalkulatu

$$x = C_1 C_2 L_3 C_3 - C_1 S_2 S_3 L_3 + C_1 L_2 S_2 + L_1 C_2$$

$$y = S_1 C_2 L_3 C_3 - S_1 S_2 L_3 S_3 + S_1 L_2 C_2 + L_1 S_1$$

$$z = S_2 L_3 C_3 + C_2 L_3 C_3 + L_2 S_2$$

Jacobtarra



$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \frac{\partial x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \frac{\partial y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \frac{\partial z}{\partial q_3} \end{bmatrix} =$$

Jacobtar matrizea:

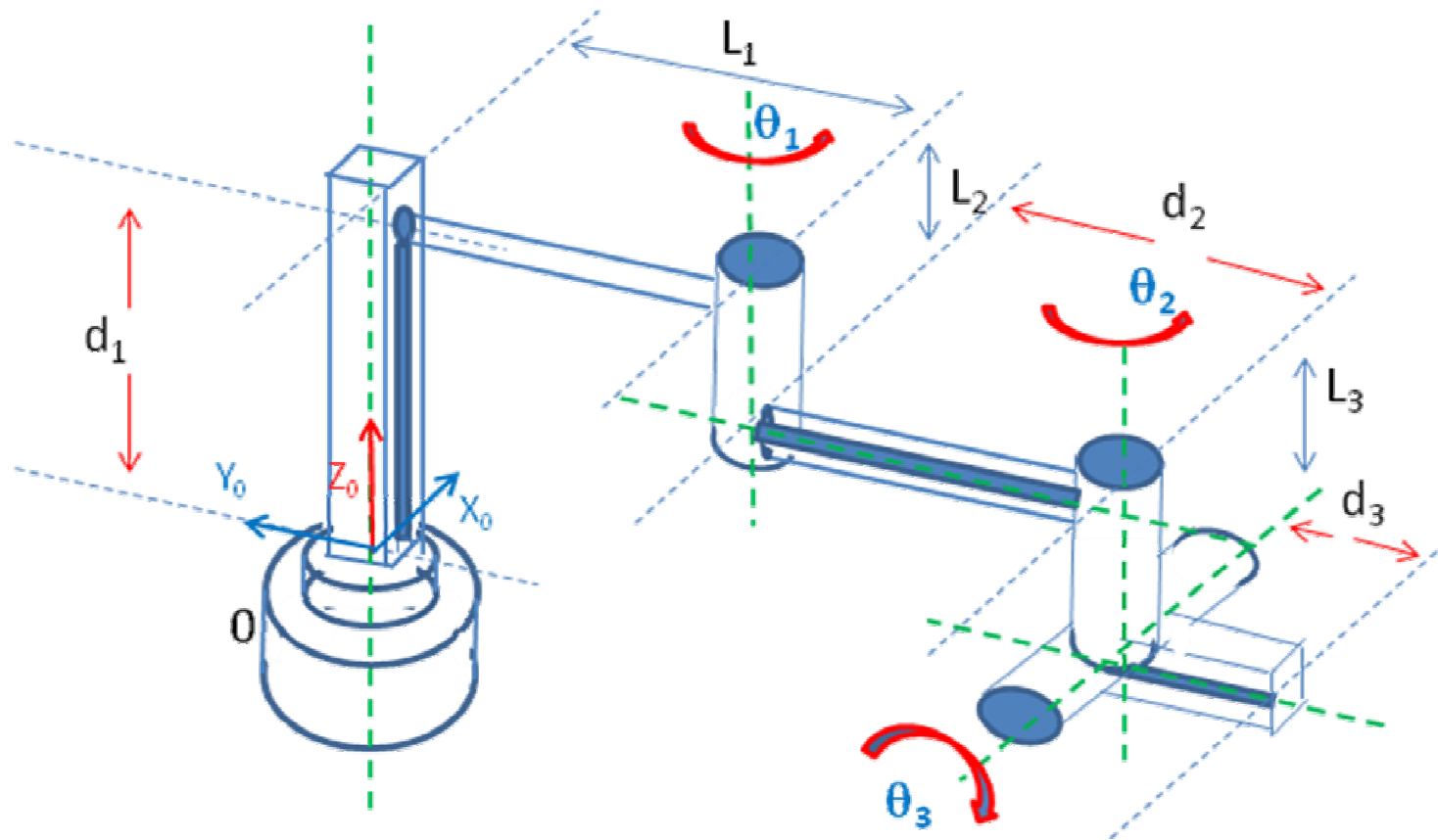
$$J = \begin{bmatrix} -S_1 C_2 L_3 C_3 + S_1 S_2 S_3 L_3 - S_1 L_2 S_2 & -C_1 S_2 L_3 C_3 - C_1 C_2 S_3 L_3 + C_1 L_3 C_2 - L_1 S_2 & -C_1 C_2 L_3 - C_1 S_2 C_3 L_3 \\ C_1 C_2 L_3 C_3 - C_1 S_2 L_3 S_3 + C_1 L_2 S_2 + L_1 C_1 & -S_1 S_2 L_3 C_3 - S_1 C_2 L_3 S_3 + S_1 L_2 C_2 & -S_1 C_2 L_3 S_3 - S_1 S_2 L_3 C_3 \\ 0 & C_2 L_3 C_3 - S_2 L_3 C_3 & -S_2 L_3 S_3 - C_2 L_3 S_3 \end{bmatrix}$$

# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA

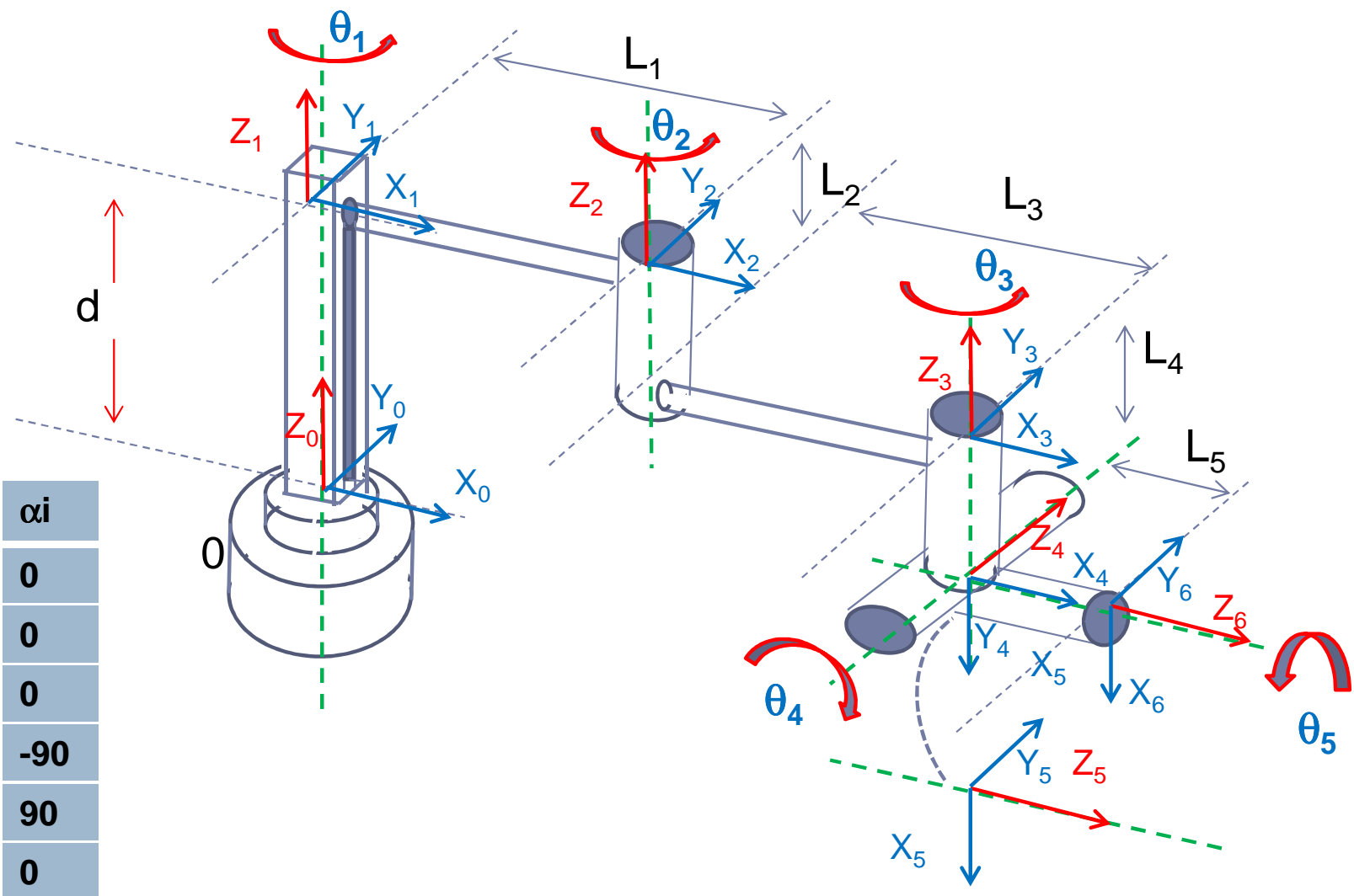
## ARIKETAK

### 5.4 ariketa

Irudiko 6 askatasun graduko robotaren Denavit-Hatenbergen erreferntzi sistemen esleipena eta D-H taula osatu. 3 artikulazio errotazionalak ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ) eta beste hiru translaziozkoak ( $d_1, d_2, d_3$ ) dira



# 5. GAIA ROBOTEN EREDUKETA GEOMETRIKOA ETA ZINEMATIKOA ARIKETAK



Taula D-H

	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	0	d	0	0
2	$\theta_1$	0	$L_1$	0
3	$\theta_2$	$-L_2$	$L_3$	0
4	$\theta_3$	$-L_4$	0	-90
5	$\theta_4+90$	0	0	90
6	$\theta_5$	$L_5$	0	0

