6. GAIA
ROBOTEN DINAMIKA ETA KONTROLA

ROBOTIKA

AURKIBIDEA

DINAMIKA: SARRERA

Gorputz baten higiduraren kausen azterketari **dinamika** esaten zaio. Robotaren eredu dinamikoaren kasuan higidura eta sortutako indarren arteko erlazioa da. Matematikoki ondoko osagaiak erlazionatzen ditu:

1) Artikulazioen aldagaiak eta haien deribatuak (abiadura, azelerazioa)
2) Artikulazioetan eragindako indarrak eta momentuak
3) Robotaren berezko parametroak (luzerak, masa eta inertziak)

Bat edo bi askatasun graduko robotentzat eredu dinamikoa ez da oso konplexua, baina askatasun gehiago dituzten roboten kasuan konplexutasuna handitzen da eta metodo konputazionalak erabili behar dira.

DINAMIKA: SARRERA

Eredu dinamikoaren lorpena

Lagrange-Euler formulazioa

Lagrange-tarra erabiliz energi balantze bat egitean datza. Robotaren dinamika kutxa beltz bat bezala deskribatzea ahalbidetzen du, robotaren kate-mailetan bilduta dagoen energia zinetikoa eta potentziala kontutan hartuz.

Lagrange-tarra $L(q,\dot{q}) = K(q,\dot{q}) - U(q)$

Higidura-ekuazioa $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau$$

Newton-Euler formulazioa

Indarren eta momentuen balantzea egitean datza. Horretarako, kate-maila bakoitzaren higidura lineala eta angeluarra deskribatzen dituzten ekuazioak formulatzen dira.

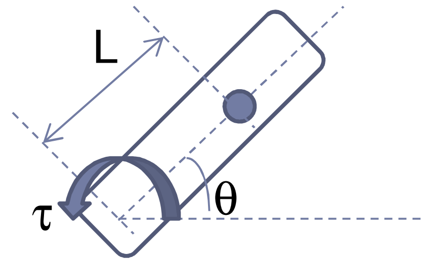
Newton $\sum F = m\dot{v}$ ⇒ Euler $\sum T = I\dot{w} + w \times (I\,w)$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 1: **Masa kontzentratutako kate-mailaren eredua**

Masa kontzentratutako kate-mailaren eredua



$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial L}{\partial q}=\tau$$

qi= artikulazioen koord.
τ=q1 bakoitzetan aplikatutako indar eta pareak
L=lagrange-tarra
K=Energia zinetikoa
U=Energia potentziala

$$L(q,\dot{q})=K(q,\dot{q})-U(q)$$

$$K=\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$$

$$I=ML^2$$

$$U=Mgh=M\,g\,L\,sen\theta$$

$$L=K-U=\frac{1}{2}ML^2\dot{\theta}^2-M\,g\,L\,sen\theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial q}=-MgL\cos\theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}=ML^2\dot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)=ML^2\ddot{\theta}$$

Higidura-ekuazioa

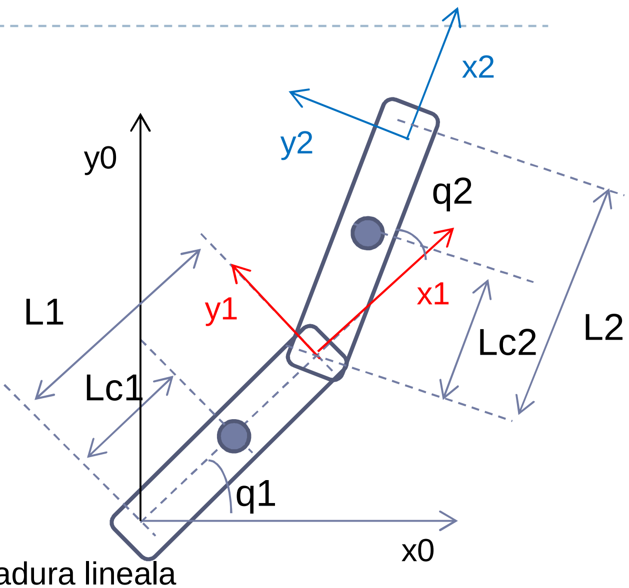
$$ML^2\ddot{\theta}+M\,g\,L\cos\theta=\tau$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)-\frac{\partial L}{\partial q}=\tau \qquad L=K-U$$



1 pausua: energia zinetikoaren kalkulua (K) $\quad K=\sum_{1=1}^{n} K_i$

Besoaren energia zinetikoa, robotaren kate-maila bakoitzen energia zinetikoen batuketa da. Kate-maila bakoitzaren energia zinetikoa bi terminoz osatua dago, bata **higidura lineala** zehazten duena, eta bigarrena **higidura angeluarra**:

$$K_i=\boxed{\frac{1}{2}m_i\, v_i^T v_i}+\boxed{\frac{1}{2}\omega_i^T I_i\, \omega_i}$$

m_1= i kate-mailaren masa
v_i= i kate-mailaren masa-zentroaren abiadura lineala
I_i=i kate-mailaren masa-zentroaren inertzia-tentsorea

N kate-mailentzako:

$$\boxed{\begin{bmatrix} \boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_v(\boldsymbol{q}) \\ \boldsymbol{J}_\omega(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix}\cdot \dot{\boldsymbol{q}}}$$

gogoratu:

5. Gaia Jacobtarra

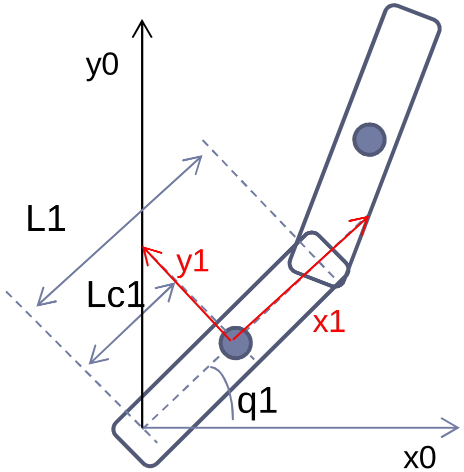
$$K=\frac{1}{2}\dot{q}^T\sum_{i=1}^{n}\left[m_i\cdot J_{vi}^{\,T}(q)\cdot J_{vi}(q)+J_{wi}^{\,T}(q)\cdot I_i J_{wi}(q)\right]\dot{q}$$

Matrize forman: $\boxed{K=\frac{1}{2}\dot{q}^T D(q)\,\dot{q}}$

Oharra: kate-mailaren puntu guztietan abiadura angeluarra berdina den bitartean, ez da gauza bera gertatzen abiadura linealarekin puntu bakoitzean desberdina delako, horregatik masa-zentroaren abiadura erabiltzen da .

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**



	θi	di	ai	αi
1	q1	0	L_{c1}	0º

1 pausua: energia zinetikoaren kalkulua (K)

Kate-maila 1: $K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^T v_1 + \frac{1}{2} \omega_1^T I_1 \omega_1$

Lehenengo kate-mailaren TMH a kalkulatzen dugu:

$$ {}^0_1A = \begin{bmatrix} Cq1 & -Sq1 & 0 & \boxed{L_{c1}Cq1} \\ Sq1 & Cq1 & 0 & \boxed{L_{c1}Sq1} \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \rightarrow x = L_{c1}Cq1 \\ \rightarrow y = L_{c1}Sq1 \\ \rightarrow z = 0 \end{matrix} $$

Jacobtarra erabiliz:

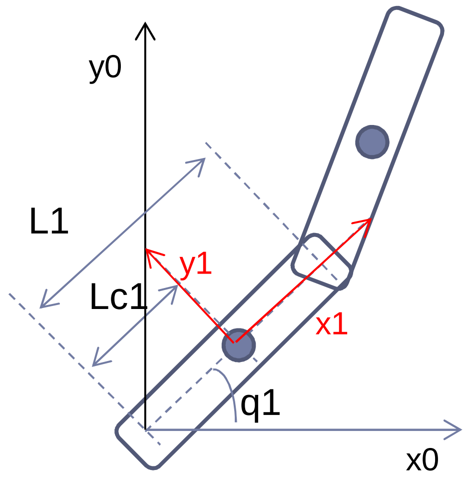
1 kate-mailaren abiadura lineala

$$ J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \frac{\partial x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \frac{\partial y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \frac{\partial z}{\partial q_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1 & 0 & 0 \\ L_{c1}Cq1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow v_1 = \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1 & 0 & 0 \\ L_{c1}Cq1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1\,\dot{q}1 \\ L_{c1}Cq1\,\dot{q}1 \\ 0 \end{bmatrix} $$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**



1 pausua: energia zinetikoaren kalkulua (K)

Energia zinetikoa $K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^T v_1 + \frac{1}{2} \omega_1^T I_1 \omega_1$

$$v_1^T v_1 = \begin{bmatrix} -L_{c1} Sq1\,\dot{q}1 & L_{c1} Cq1\,\dot{q}1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -L_{c1} Sq1\,\dot{q}1 \\ L_{c1} Cq1\,\dot{q}1 \\ 0 \end{bmatrix} = L_{c1}^2 \dot{q}_1^2$$

1 kate-mailaren abiadura **angeluarra** :

$$\vec{w}_1 = \dot{q}_1 \vec{z}_0$$

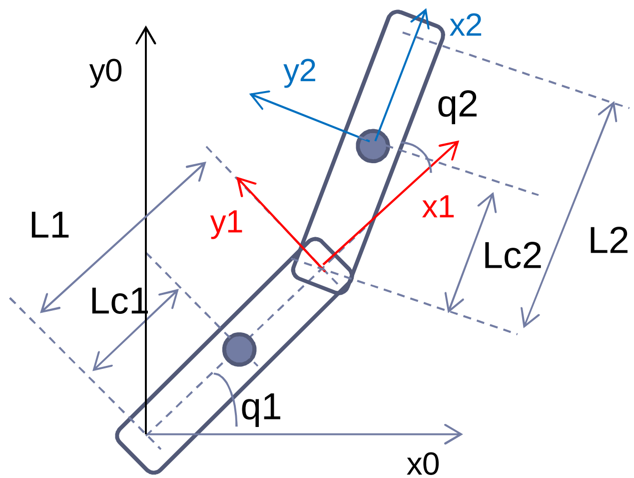
1 kate-mailaren energia zinetikoa :

$$\boxed{K_1 = \frac{1}{2} m_1 L_{c1}^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2}$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**



<u>1 pausua: energia zinetikoaren kalkulua (K)</u>

2 kate-maila : $$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^T v_2 + \frac{1}{2} \omega_2^T I_2 \omega_2$$

Bigarren kate-mailaren TMH a kalkulatzen dugu:

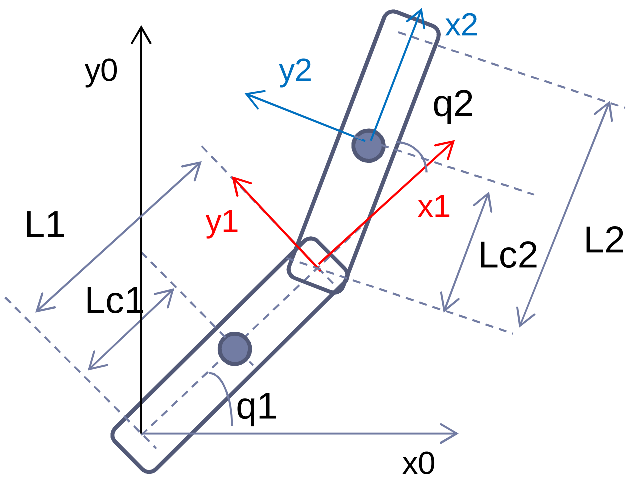
	θi	di	ai	αi
1	**q1**	**0**	**L_1**	**0º**
2	**q2**	**0**	**L_{c2}**	**0º**

$$ {}^0_2A = {}^0_1A\,{}^1_2A = \begin{bmatrix} Cq1 & -Sq1 & 0 & L_1Cq1 \\ Sq1 & Cq1 & 0 & L_1Sq1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cq2 & -Sq2 & 0 & L_{c2}Cq2 \\ Sq2 & Cq2 & 0 & L_{c2}Sq2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^0_2A = {}^0_1A\,{}^1_2A = \begin{bmatrix} Cq1Cq2 - Sq1Sq2 & -Cq1Sq2 - Sq1Cq2 & 0 & \boxed{Cq1L_{c2}Cq2 - Sq1L_{c2}Sq2 + L_1Cq1} \\ Sq1Cq2 + Cq1Cq2 & -Sq1Sq2 + Cq1Cq2 & 0 & \boxed{Sq1L_{c2}Cq2 + Cq1L_{c2}Sq2 + L_1Sq1} \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} =x \\ =y \\ =z \\ \end{matrix} $$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**



1 pausua: energia zinetikoaren kalkulua (K)

2 kate-maila : $K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^T v_2 + \frac{1}{2} \omega_2^T I_2 \omega_2$

gogoratzapena

$$\boxed{\begin{aligned} S(q1 \pm q2) &= Sq1Cq2 \pm Cq1Sq2 \\ C(q1 \pm q2) &= Cq1Cq2 \mp Sq1Sq2 \end{aligned}}$$

Jacobtarra erabiliz:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \frac{\partial x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \frac{\partial y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \frac{\partial z}{\partial q_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1Sq1 - L_{c2}[S(q1+q2)] & -L_{c2}[S(q1+q2)] & 0 \\ L_1Cq1 - L_{c2}[C(q1+q2)] & L_{c2}[C(q1+q2)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} -L_1Sq1 - L_{c2}[S(q1+q2)] & -L_{c2}[S(q1+q2)] & 0 \\ L_1Cq1 - L_{c2}[C(q1+q2)] & L_{c2}[C(q1+q2)] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q1} \\ \dot{q2} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-L_1Sq1 - L_{c2}[S(q1+q2)])\dot{q1} - L_{c2}[S(q1+q2)]\dot{q2} \\ (L_1Cq1 - L_{c2}[C(q1+q2)])\dot{q1} + L_{c2}[C(q1+q2)]\dot{q2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**

1 pausua: energia zinetikoaren kalkulua (K)

2 kate-maila: $K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^T v_2 + \frac{1}{2} \omega_2^T I_2 \omega_2$

$$v_2^T v_2 = \begin{bmatrix} (-L_1 Sq1 - L_{c2}[S(q1+q2)])\dot{q}1 - L_{c2}[S(q1+q2)]\dot{q}2 & (L_1 Cq1 - L_{c2}[C(q1+q2)])\dot{q}1 + L_{c2}[C(q1+q2)]\dot{q}2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (-L_1 Sq1 - L_{c2}[S(q1+q2)])\dot{q}1 - L_{c2}[S(q1+q2)]\dot{q}2 \\ (L_1 Cq1 - L_{c2}[C(q1+q2)])\dot{q}1 + L_{c2}[C(q1+q2)]\dot{q}2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2 kate-mailaren abiadura **angeluarra** :

$$\vec{w}_2 = (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\,\vec{z}_0$$

Terminoak batuz, 2 kate-mailaren energia zinetikoa:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \left[L_1^2 \dot{q}_1^2 + L_{c2}^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2 L_1 L_{c2} (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2) \cos q_2 \right] + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2$$

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**

2. pausua: energia potentzialaren kalkulua (U)

Besoaren energia potentzialia, robotaren kate-maila bakoitzen energia potentzialen batuketa da, hau da:

$$U = \sum_{1=1}^{n} U_i \qquad U_i = m_i g^T p_{ci}$$

Matrize eran

$$U = U(q)$$

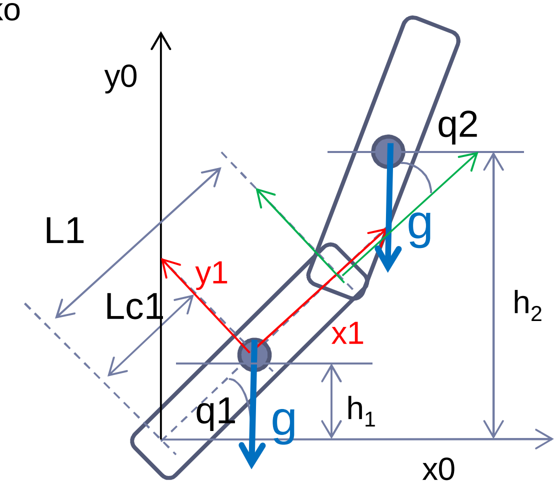
m_i= i kate-mailaren masa
g= grabitate-bektorea
p_{ci}=i kate-mailaren masa-zentrua kokatzen duen bektorea, hasierako erreferentzi sistemarekiko

1 kate-maila:

$$U_1 = m_1 g \underbrace{L_{c1} sen\, q_1}_{h1}$$

Eslabon 2:

$$U_2 = m_2 g \underbrace{[L_1 sen\, q_1 + L_{c2} sen(q_1 + q_2)]}_{h2}$$



Jon Legarreta/ Raquel Martinez

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**

3. eta 4. pasua **lagrangetarraren eta higidura-ekuazioaren kalkulua**

$$L(q,\dot{q}) = K(q,\dot{q}) - U(q)$$

lagrangetarra
Matrize eran:

$$L(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T D(q)\dot{q} - U(q) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}(q)\cdot\dot{q}_i\cdot\dot{q}_j - U(q)$$

Higidura-ekuazioa:

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau}$$

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \sum_{j=1}^{n} d_{kj}(q)\cdot\dot{q}_j}$$

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial q_k} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\dot{q}_i\cdot\dot{q}_j - \frac{\partial U}{\partial q_k}}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) = \sum_{j=1}^{n} d_{kj}(q)\cdot\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{n}\frac{d}{dt}d_{kj}(q)\cdot\dot{q}_j =$$

$$\boxed{= \sum_{j=1}^{n} d_{kj}(q)\cdot\ddot{q}_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_j}\dot{q}_i\cdot\dot{q}_j}$$

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} d_{kj}(q)\cdot\ddot{q}_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\right)\dot{q}_i\cdot\dot{q}_j - \frac{\partial U}{\partial q_k} = \tau_k}$$

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} d_{kj}(q)\cdot\ddot{q}_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ijk}(q)\dot{q}_i\cdot\dot{q}_j + \phi(q) = \tau_k}$$

Matrize era

$$\boxed{D(q)\cdot\ddot{q} + C(q,\dot{q})\cdot\dot{q} + g(q) = \tau}$$

Inertzia Coriolis grabitatea

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**

3. Pasua **Lagrangetarraren** kalkulua

Aurreko atalean lortutako ekuazioak kontutna hartuz:

$$L(q,\dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T D(q)\dot{q} - U(q) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}(q)\cdot\dot{q}_i\cdot\dot{q}_j - U(q)$$

$$L = \frac{1}{2}\underbrace{m_1 L_{c1}^2}_{d_{11}}\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\underbrace{I_1}_{d_{11}}\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\underbrace{m_2}_{}\left[\underbrace{L_1^2}_{\substack{d_{11}\\ d_{22}}}\dot{q}_1^2 + \underbrace{L_{c2}^2}_{\substack{d_{11}\\ d_{22}\\ d_{12}=d_{12}}}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)^2 + \underbrace{2L_1L_{c2}(\dot{q}_1^2+\dot{q}_1\dot{q}_2)}_{\substack{d_{11}\\ d_{12}=d_{12}}}\cos q_2\right] + \frac{1}{2}\underbrace{I_2}_{\substack{d_{11}\\ d_{22}\\ d_{12}=d_{12}}}(\dot{q}_1+\dot{q}_2)^2 - m_1 g\, L_{c1} sen\, q_1 - m_2 g\,[L_1 sen\, q_1 + L_{c2} sen(q_1+q_2)]$$

Berdinduz $\mathbf{d_{ij}}$ koefizienteak lortzen dira:

$$d_{11} = m_1 L_{c1}^2 + I_1 + m_2 L_1^2 + m_2 L_{c2}^2 + 2m_2 L_1 L_{c2}\cos q2 + I_2$$

$$d_{12} = d_{21} = m_2 L_{c2}^2 + m_2 L_1 L_{c2}\cos q2 + I_2$$

$$d_{22} = m_2 L_{c2}^2 + I_2$$

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**

4. pausua **higidura-ekuazioaren lorpena**

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} d_{kj}(q)\cdot\ddot{q}_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ijk}(q)\,\dot{q}_i\cdot\dot{q}_j + \phi(q) = \tau_k}$$

Aurreko atalean lortutako ekuazioak kontutan hartuz, cijk (k=1,2) koefizienteak kalkulatzen dira:

$$d_{11} = m_1 L_{c1}{}^2 + I_1 + m_2 L_1{}^2 + m_2 L_{c2}{}^2 + 2m_2 L_1 L_{c2}\cos q2 + I_2$$

$$d_{12} = d_{21} = m_2 L_{c2}{}^2 + m_2 L_1 L_{c2}\cos q2 + I_2$$

$$d_{22} = m_2 L_{c2}{}^2 + I_2$$

$$c_{ijk} = \left(\frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k}\right)$$

$$\left\{\begin{aligned}
c_{111} &= \frac{\partial d_{11}}{\partial q_1} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{11}}{\partial q_1} = 0\\
c_{121} &= \frac{\partial d_{12}}{\partial q_1} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{12}}{\partial q_1} = 0\\
c_{112} &= \frac{\partial d_{21}}{\partial q_1} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{11}}{\partial q_2} = m_2 L_1 L_{c2}\, sen\, q_2\\
c_{122} &= \frac{\partial d_{22}}{\partial q_1} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{12}}{\partial q_2} = -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_{c2}\, sen\, q_2\\
c_{211} &= \frac{\partial d_{11}}{\partial q_2} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{21}}{\partial q_1} = -2m_2 L_1 L_{c2}\, sen\, q_2\\
c_{221} &= \frac{\partial d_{12}}{\partial q_2} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{22}}{\partial q_1} = -m_2 L_1 L_{c2}\, sen\, q_2\\
c_{212} &= \frac{\partial d_{21}}{\partial q_2} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{21}}{\partial q_2} = -\frac{1}{2} m_2 L_1 L_{c2}\, sen\, q_2\\
c_{222} &= \frac{\partial d_{22}}{\partial q_2} - \frac{1}{2}\frac{\partial d_{22}}{\partial q_2} = 0
\end{aligned}\right.$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

DINAMIKA: LAGRANGEREN FORMULAZIOA

ADIBIDEA 2 : **2 askatasun-graduko robot planoa**

<u>4. pausua **higidura-ekuazioaren lorpena**</u>

$$U = -m_1 g\, L_{c1} sen\, q_1 - m_2 g\, [L_1 sen\, q_1 + L_{c2} sen(q_1 + q_2)]$$

Grabitate terminoa:

$$\phi_1 = -\frac{\partial U}{\partial q_1} = m_1 g\, L_{c1} \cos q_1 + m_2 g\, L_1 \cos q_1 + m_2 g L_{c2} \cos(q_1 + q_2)]$$

$$\phi_2 = -\frac{\partial U}{\partial q_2} = m_2 g L_{c2} \cos(q_1 + q_2)$$

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} d_{kj}(q)\cdot \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ijk}(q)\,\dot{q}_i \cdot \dot{q}_j + \phi(q) = \tau_k}$$

K=1

K=2

$$\sum_{j=1}^{n} d_{1j}(q)\cdot \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij1}(q)\,\dot{q}_i \cdot \dot{q}_j + \phi_1(q) = \tau_1$$

$$\sum_{j=1}^{n} d_{2j}(q)\cdot \ddot{q}_j + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij2}(q)\,\dot{q}_i \cdot \dot{q}_j + \phi_2(q) = \tau_2$$

Higidura-ekuazioen soluzioa

$$\tau_1 = d_{11}\cdot \ddot{q}_1 + d_{22}\ddot{q}_2 + c_{111}\,\dot{q}_1{}^2 + (c_{121} + c_{211})\dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + c_{221}\cdot \dot{q}_2{}^2 + \phi_1$$

$$\tau_2 = d_{21}\cdot \ddot{q}_1 + d_{22}\ddot{q}_2 + c_{112}\,\dot{q}_1{}^2 + (c_{122} + c_{212})\dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 + c_{222}\cdot \dot{q}_2{}^2 + \phi_2$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: SARRERA

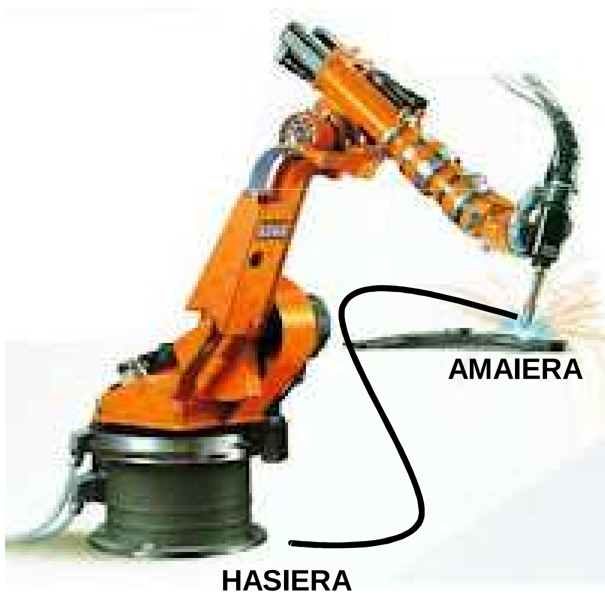
Kontrol zinematikoa robotaren eredu zinematikoan oinarritzen da, eta posizioak eta abiadurak erabiltzen ditu.

HELBURUA:

1) Robotaren artikulazio bakoitzak, erabiltzaileak eskatutako ibilbideak jarraitzea da bere helburua:

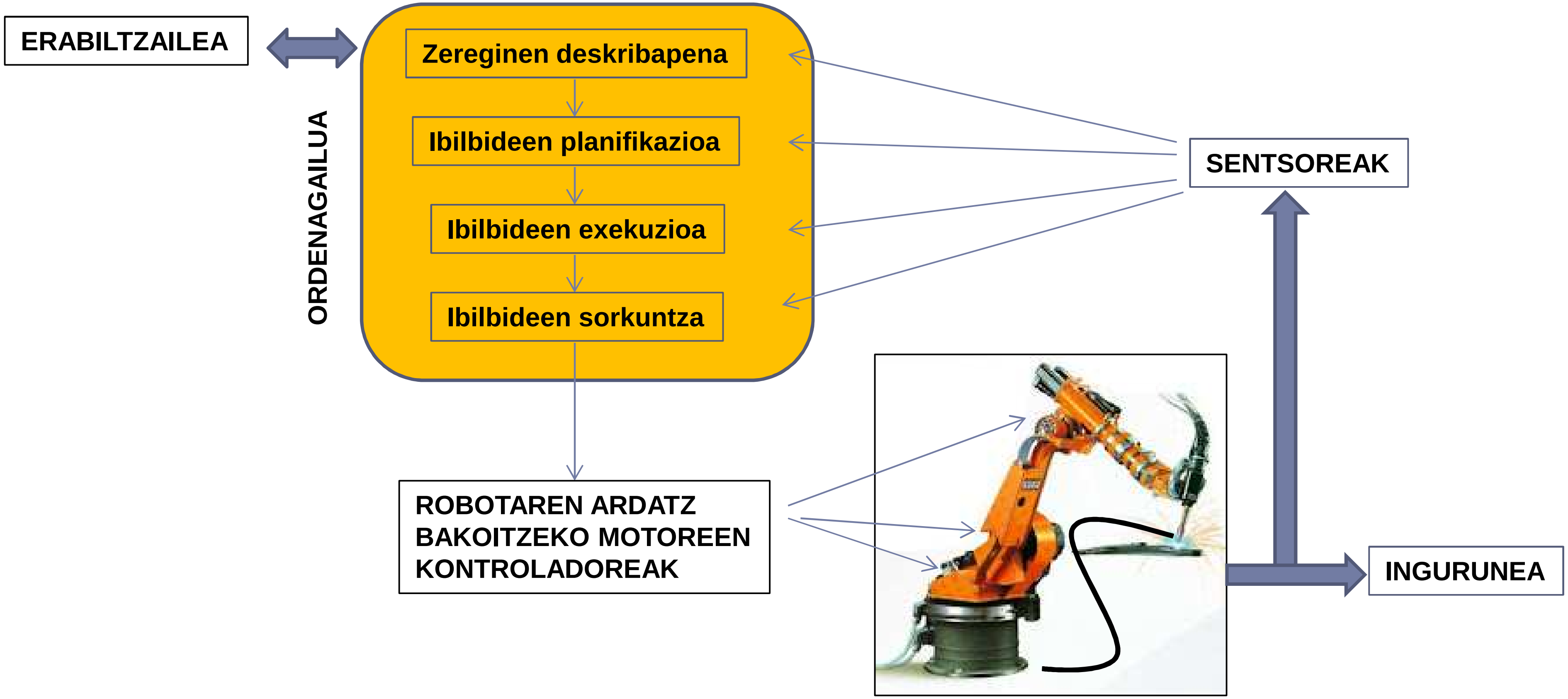
– Amaiera-puntua
– Muturraren ibilbide-mota
– -erabilitako denbora
– eta abar..

2) Beharrezkoa da, eragingailuen muga fisikoak kontutan hartzea eta baita ere kalitate irizpideak (zehaztasuna, mugikortasuna...)



KONTROL ZINEMATIKOA: SARRERA

Roboten kontrol-eskema

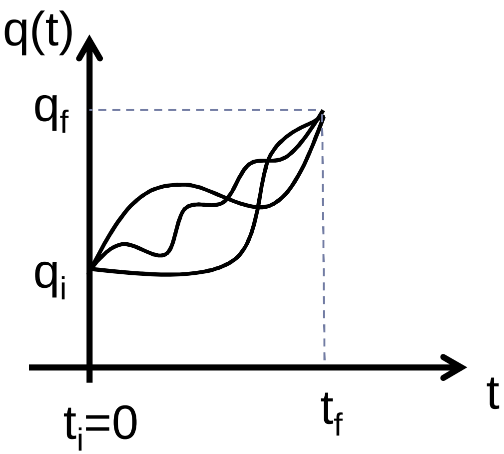


Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Robot baten mugimendua kontrolatzeko, lehenengo beharrezkoa da espazioan ibilbide bat sortzea. Ibilbide hau bi modutara egin daiteke:

1) Ibilbidearen sorkuntza **artikulazioen espazioan** (qi). Robotaren besoa puntu batetik beste batera mugitzea denbora epe baten, ibilbidea zehaztu barik.



2) Ibilbidearen sorkuntza **kartesiar espazioan.** Beharrezkoa denean robotak ibilbide zehatz bat jarraitzea (adibidez, soldaketa-lerro bat)

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Ibilbide motak artikulazioen espazioan

Puntuz puntuko Ibilbideak

Artikulazio bakoitzaren mugimendua independentea besteekiko

Ardatz ardatzeko mugimendua

Artikulazio bakoitzen mugimendua ondoz ondokoa denean. Exekuzio-denbora altuak.

Ardatzen aldibereko mugimendua

Ardatz bakoitzen mugimenduak aldiberean gertatzen direnean, baina artikulazio bakoitzak bere amaierako posizioa lortzen duenean denbora epe desberdinetan. Abiadura maximoak eskatzen dira.

Koordinatutako ibilbideak

Artikulazio bakoitzaren mugimendua aldiberean gertatzen da. Artikulazio guztiak aldiberean mugitzen hasiko dira eta baita ere amaituko dute, horretarako artikulazio bakoitzaren abiadurak egokituz.

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Ibilbide-motak artikulazioen espazioan

1) Hasierako, amaierako eta bitarteko puntuen bihurketa artikulazioen balioetan (alderantzizko zinematika, 5. gaia)
2) Artikulazio balioen interpolazioa <u>bitarteko puntuekin edo bitarteko puntu barik</u>.
3) Artikulazio bakoitzaren mugimendua modu independentean aukeratutako ibilbidea jarraituz.

Interpolazioa ⟷ Ibilbide artikularra

- Interpolazioa
  - kubikoa
  - Lineala doiketa parabolikoarekin
- Ibilbide artikularra
  - Hasierako eta Amaierako puntuak
  - Bitarteko puntuak

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako interpolazioa

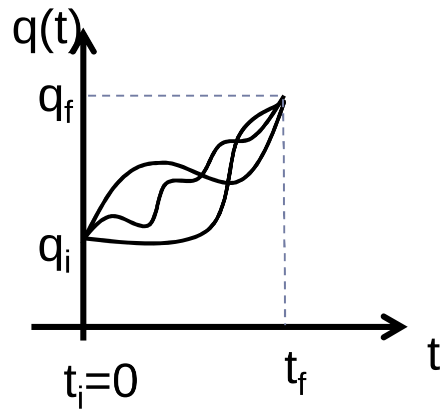
Hasierako eta amaierako puntuak hartzen dira kontutan soilik, ondorioz ibilbide desberdinak daude (ikus irudia). Mugimendu jarraiak sortzeko 4 inguruneko baldintza bete behar dira :

$$q(t_{ini}) = q(0) = q_{ini}$$
$$q(t_{fin}) = q_{fin}$$

Erabakitako hasierako puntuan eta amaierako puntuetatik pasatzen dela bermatzen dutenak.

$$\dot{q}(t_{ini}) = \dot{q}(0) = 0$$
$$\dot{q}(t_{fin}) = 0$$

Hasierako eta amaierako abiadurak zero direla bermatzen dutenak



Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio kubikoa

Aurreko 4 baldintzak 3. graduko polinomio batekin bete daitezke:

$$\boxed{q(t) = a + bt + ct^2 + dt^3}$$

deribatuz

$$\dot{q}(t) = b + 2ct + 3dt^2$$

$$q(t_{ini}) = q(0) = q_{ini} \rightarrow \boxed{a = q_{ini}}$$

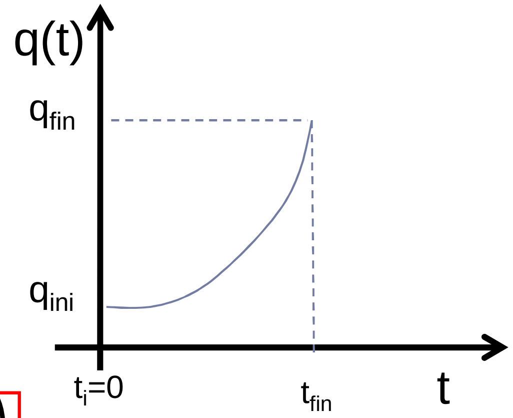
$$q(t_{fin}) = q_{fin} \rightarrow q(t_{fin}) = a + bt_{fin} + ct_{fin}^2 + dt_{fin}^3 = q_{fin}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}(t_{ini}) &= \dot{q}(0) = 0 \\ \dot{q}(t_{fin}) &= 0 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} &\dot{q}(t_{ini}) = \dot{q}(0) = b \Rightarrow \boxed{b = 0} \\ &\dot{q}(t_{fin}) = 2ct_{fin} + 3dt_{fin}^2 = 0 \end{aligned}$$

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio kubikoa



$$q(t_{fin}) = a + b\,t_{fin} + c\,t_{fin}^2 + d\,t_{fin}^3 = q_{fin}$$

$$\boxed{a = q_{ini}} \qquad \boxed{b = 0}$$

$$q_{ini} + c\,t_{fin}^2 + d\,t_{fin}^3 = q_{fin}$$

$$2c\,t_{fin} + 3d\,t_{fin}^2 = 0$$

$$\boxed{c = \frac{3(q_{fin} - q_{ini})}{t_{fin}^2}}$$

$$\boxed{d = \frac{-2(q_{fin} - q_{ini})}{t_{fin}^3}}$$

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio kubikoa

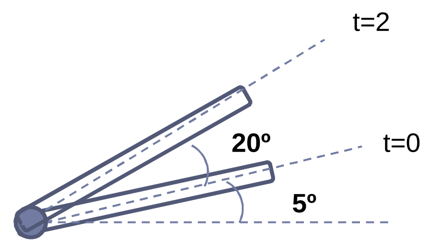
Adibidea:
Demagun hasieran 5º biratuta dagoen biraketa-artikulazio bakarreko robota. 2 segundotan 20º biratzen duen **interpolazio kubikoa** kalkulatu.

$$a = q_{ini} = 5^{o}$$

$$b = 0$$

$$c = \frac{3(q_{fin} - q_{ini})}{t_{fin}^{2}} = \frac{3(25-5)}{4} = 15$$

$$d = \frac{-2(q_{fin} - q_{ini})}{t_{fin}^{3}} = \frac{-2(25-5)}{8} = -5$$



$$\boxed{q(t) = 5 + 15t^{2} - 5t^{3}}$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

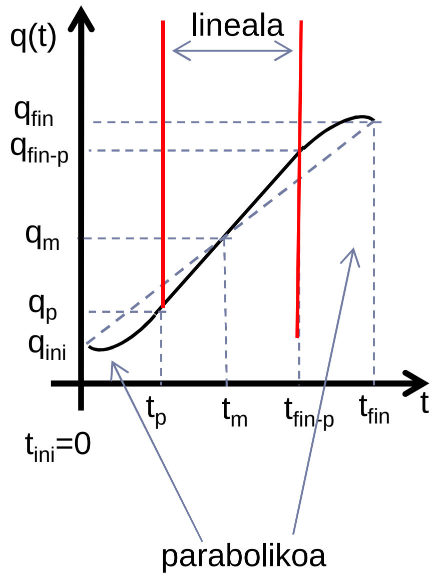
KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

Bigarren interpolazio metodo bat hasierako eta amaierako puntuena arteko **doiketa lineala** egitea da. Hala ere, doiketa mota honetan artikulazioaren abiadura konstantea da denbora tartea osoan, eta ondorioz azelerazio infinituak ekartzen ditu hasieran eta amaieran.

Arazo hau ekiditeko, **ibilbidea 3 zatitan** egiten da, lehenengoa parabolikoa, bitartekoa lineala eta azkena parabolikoa berriro. Lehenengo zatiak, azelerazio konstante baten bitartez, abiadura bat lortzea ahalbidetzen du. Bigarren zati linealean abiadura konstantea mantentzen da (azelerazioa=0). Azkeneko zatian, dezelerazio bat ezartzen da $\mathbf{q_{fin}}$ puntuan abiadura zero izan arte.



Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

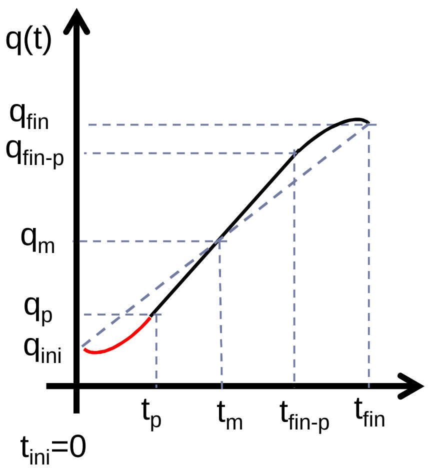
I zati parabolikoa: $t \in (0, t_p)$

Ekuazioa: $q_I(t) = a_I + b_I\, t + c_I\, t^2 \xrightarrow{\text{deribatuz}} \dot{q}_I(t) = b_I + 2c_I\, t \xrightarrow{\text{deribatuz}} \ddot{q}_I(t) = 2c_I$

Hasierako baldintzak

$$q_I(t_{ini}) = q_I(0) = q_{ini} \quad \dot{q}_I(t_{ini}) = \dot{q}_I(0) = 0 \quad \ddot{q}_I = kte$$

$$\boxed{a_I = q_{ini}} \quad \boxed{b_I = 0} \quad \boxed{c_I = \frac{\ddot{q}_I}{2}}$$



I zati parabolikoaren ekuazioa:

$$\boxed{q_I(t) = q_{ini} + \frac{\ddot{q}_I}{2} t^2} \Rightarrow \mathbf{t \in (0, t_p)}$$

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

II zati LINEALA: $t \in (t_p , t_{fin-p})$

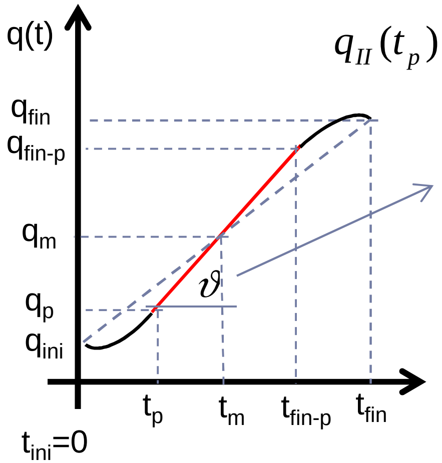
Artikulazioaren abiadura= I zatiaren abiadura tp denboran

Ekuazioa: $q_{II}(t) = \alpha + \beta(t - t_p) \xrightarrow{\text{deribatuz}} \dot{q}_{II}(t) = \beta \qquad \dot{q}_I(t_p) = \ddot{q}_I\, t_p$

$$\left.\begin{aligned} q_I(t_p) &= q_{II}(t_p) = q_p \\ q_I(t_p) &= \boxed{q_p = q_{ini} + \frac{\ddot{q}}{2} t_p^{\,2}} \\ q_{II}(t_p) &= \alpha \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\alpha = q_p}$$

$$\boxed{\beta = \ddot{q}_I\, t_p}$$

Malda = abiadura



$$tg\,\vartheta = \frac{q_m - q_p}{t_m - t_p} = \beta$$

$$\boxed{t_m = \frac{t_{fin} + t_{ini}}{2} \qquad q_m = \frac{q_{fin} + q_{ini}}{2}}$$

$$\ddot{q}_{II}\, t_p = \frac{q_{fin} + q_{ini} - 2\boxed{q_p}}{t_{fin} + t_{ini} - 2t_p} = \frac{q_{fin} - q_{ini} - \ddot{q}_I\, t_p^{\,2}}{t_{fin} + t_{ini} - 2t_p}$$

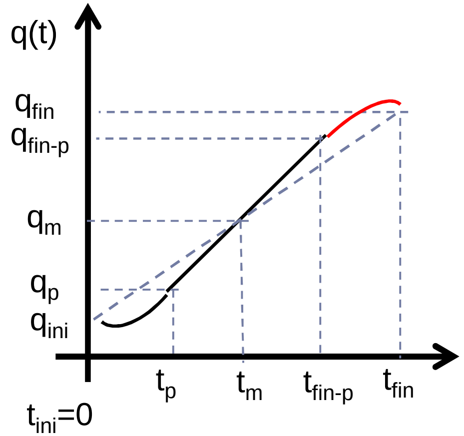
$$\boxed{t_p = t_m - \frac{\sqrt{\ddot{q}_I^{\,2} t_m^{\,2} - \ddot{q}_I (q_{fin} - q_{ini})}}{\ddot{q}_I}}$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN



III zati parabolikoa: $t \in (t_{fin-p}, t_{fin})$

Ekuazioa: $q_{III}(t) = a_{III} + b_{III}\, t + c_{III}\, t^2$

Deribatuz:

$$\dot{q}_{III}(t) = b_{III} + 2c_{III}\, t$$

$$\dot{q}_{III}(t_{fin}) = 0^\circ/s \Rightarrow 0 = b_{III} + 2c_{III}\, t_{fin} \Rightarrow \boxed{b_{III} = -2c_{III}\, t_{fin}}$$

Abiadura II zatian t_{fin-p} denboran= Abiadura III zatian t_{fin-p} denboran

$$\dot{q}_{III}(t_{fin} - t_p) = \ddot{q}\, t_p \Rightarrow \boxed{\ddot{q}\, t_p = b_{III} + 2c_{III}\,(t_{fin} - t_p)}$$

$$\boxed{c_{III} = \frac{\ddot{q}_{III}}{2} \quad b_{III} = -\ddot{q}_{III}\, t_{fin}}$$

$$q_{III}(t_{fin}) = \boxed{q_{fin} = a_{III} + b_{III}\, t_{fin} + c_{III}\, t_{fin}^2}$$

$$\boxed{a_{III} = q_{fin} + \frac{\ddot{q}_{III}}{2} t_{fin}^2}$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

Hasierako eta amaierako puntuekin egindako ibilbide artikularraren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

Adibidea:
Demagun hasieran 5º biratuta dagoen eta 40º/s^2 azelerazioa daukan biraketa-artikulazio bakarreko robota. Kalkulatu 2 segundotan 20º biratzen duen **interpolazio lineala doiketa parabolikoarekin** .

Datuak:

$$t_{fin} = 2\,s$$
$$t_m = 1\,s$$
$$q_{ini} = 5^\circ$$
$$q_{fin} = 25^\circ$$
$$q_m = 15^\circ$$
$$\ddot{q}_I = 40^\circ/s^2$$
$$\ddot{q}_{III} = -40^\circ/s^2$$

$$t_p = 1 - \frac{\sqrt{40^2 1^2 - 40(25-5)}}{40} = 0.293\,s$$

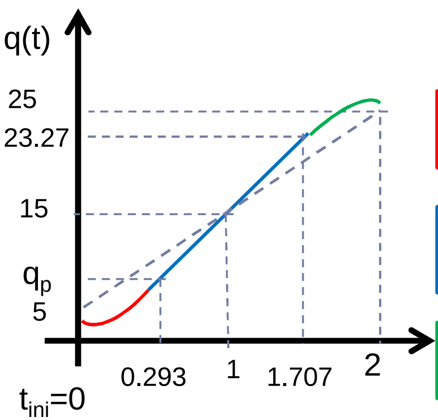
$$\beta = \ddot{q}\,t_p = 40 \cdot 0.293 = 11.71^\circ/s$$

$$q_p = \alpha = 5 + 20\,t_p^{\,2} = 6.716^\circ$$

$$a_{III} = q_{fin} + \frac{\ddot{q}_{III}}{2} t_{fin}^2 = -55$$

$$c_{III} = \frac{\ddot{q}_{III}}{2} = -20$$

$$b_{III} = -\ddot{q}_{III}\,t_{fin} = 80$$



$$\boxed{q_I(t)} = q_{ini} + \frac{\ddot{q}}{2} t^2 = \boxed{5 + 20t^2} \longrightarrow t \in (0, 0.293\,s)$$

$$\boxed{q_{II}(t)} = \alpha + \beta(t - t_p) = \boxed{6.716 + 11.71(t - 0.293)} \rightarrow 0.293 < t < 1.707$$

$$\boxed{q_{III}(t)} = a_{III} + b_{III}\,t + c_{III}\,t^2 = \boxed{-55 + 80t - 20t^2} \rightarrow 1.707 < t < 2$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

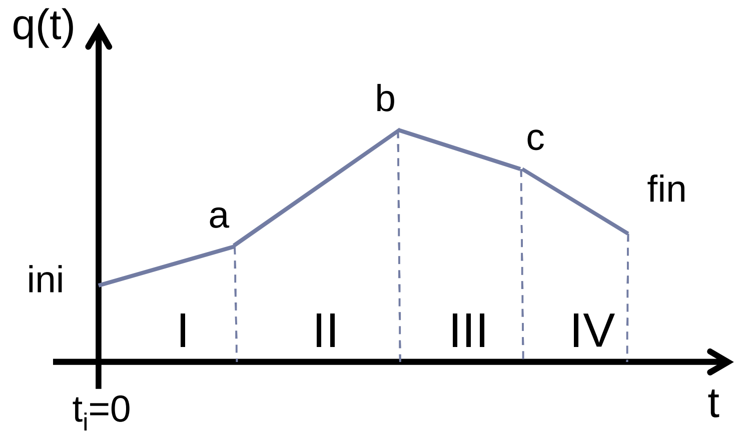
KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio KUBIKOA

Kasu batzuetan, beharrezkoa da artikulazio bakoitzak egin behar dituen ibilbidetan, bitarteko puntuak definitzea. Orokorrean orain arte ikusitako metodoak erabili daitezke, bitarteko puntu bakoitza zati baten amaiera eta hurrengoaren hasiera kontsideratuz; arazo bakarra, bitarteko puntu horietan abiadura zero izatea behartzen duela, nahiz eta beharrezkoa ez izan.
Bitarteko abiaduren balioak erabiltzaileak zehaztu behar ditu. Orokorrean, ondoz ondoko bi ibilbide-zatien maldak **zeinuz kontrakoak badira, abiadura zero hartzen** da. Ostera, **maldak zeinu berekoak** badira, bi abiaduren arteko **batez besteko abiadura** hartzen da

Adibidea:
a puntuaren abiadura= I eta II zatien batez besteko abiadura
b puntuaren abiadura = 0, Zeinuz kontrako maldak
c puntuaren abiadura= III eta IV zatien batez besteko abiadura



KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio KUBIKOA

$$\boxed{q(t) = a + bt + ct^2 + dt^3} \xrightarrow{\text{deribatuz}} \dot{q}(t) = b + 2ct + 3dt^2$$

$$q(t_{ini}) = q(0) = q_{ini} \quad \rightarrow \quad \boxed{a = q_{ini}}$$

$$q(t_{fin}) = q_{fin}$$

abiadurak:

$$\dot{q}(t_{ini}) = \dot{q}(0) = \dot{q}_{ini}$$

$$\dot{q}(t_{fin}) = \dot{q}_{fin}$$

$$\dot{q}(t_{ini}) = \dot{q}(0) = b \Rightarrow \boxed{b = \dot{q}_{ini}}$$

$$\left.\begin{aligned} q(t_{fin}) &= q_{ini} + \dot{q}_{ini}\, t_{fin} + c\, t_{fin}^2 + d\, t_{fin}^3 = q_{fin} \\ \dot{q}(t_{fin}) &= \dot{q}_{ini} + 2c\, t_{fin} + 3d\, t^2{}_{fin} = \dot{q}_{fin} \end{aligned}\right\}$$

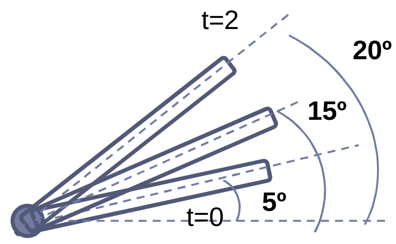
$$\boxed{\begin{aligned} c &= \frac{3(q_{fin} - q_{ini})}{t_{fin}^2} - \frac{2\dot{q}_{ini} + \dot{q}_{fin}}{t_{fin}} \\ d &= \frac{-2(q_{fin} - q_{ini})}{t_{fin}^3} + \frac{\dot{q}_{fin} + \dot{q}_{ini}}{t_{fin}^2} \end{aligned}}$$

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio KUBIKOA

Adibidea:
Demagun hasieran 5º biratuta dagoen biraketa-artikulazio bakarreko robota. 2 segundotan 20º biratzen duen **interpolazio kubikoak** kalkulatu, jakinik bitarteko puntu batetik pasatu behar dela 15ºko biraketa duena 5º/s-ko abiadurarekin. Hasierako eta amaierako abiadurak zero direla kontsideratzen da.



I zatia

$$\boxed{q_I(t)=a_I+b_I\,t+c_I\,t^2+d_I\,t^3}$$

$$a_I=q_{ini}=5^o$$

$$b_I=\dot{q}_{ini}=0$$

$$c_I=\frac{3(q_{fin}-q_{ini})}{t_{fin}^2}-\frac{2\dot{q}_{ini}+\dot{q}_{fin}}{t_{fin}}=\frac{3(15-5)}{1^2}-\frac{2\cdot 0+5}{1}=25$$

$$d_I=\frac{-2(q_{fin}-q_{ini})}{t_{fin}^3}+\frac{\dot{q}_{fin}+\dot{q}_{ini}}{t_{fin}^2}=\frac{-2(15-5)}{1^3}+\frac{5+0}{1^2}=-15$$

II zatia

$$\boxed{q_{II}(t)=a_{II}+b_{II}\,t+c_{II}\,t^2+d_{II}\,t^3}$$

$$a_{II}=q_{II\,ini}=15^o$$

$$b_{II}=\dot{q}_{II\,ini}=5$$

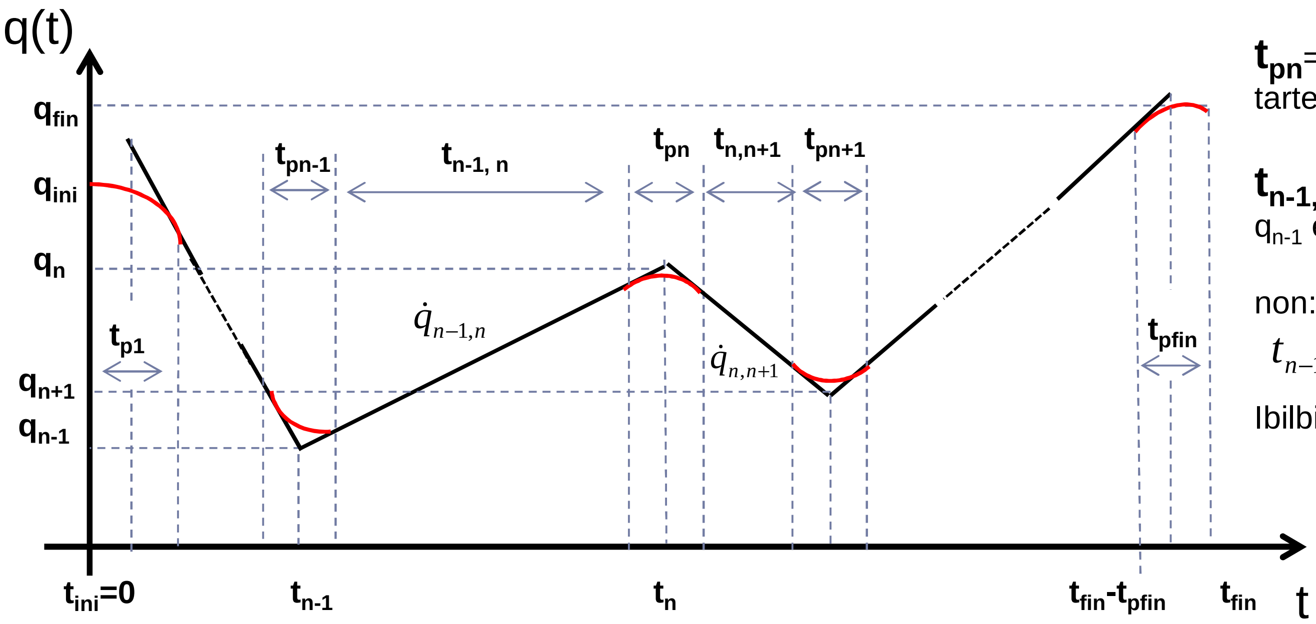
$$c_I=\frac{3(q_{fin}-q_{II\,ini})}{t_{fin}^2}-\frac{2\dot{q}_{II\,ini}+\dot{q}_{fin}}{t_{fin}}=\frac{3(15-15)}{1^2}-\frac{2\cdot 5+0}{1}=5$$

$$d_I=\frac{-2(q_{fin}-q_{II\,ini})}{t_{fin}^3}+\frac{\dot{q}_{fin}+\dot{q}_{II\,ini}}{t_{fin}^2}=\frac{-2(20-15)}{1^3}+\frac{0+5}{1^2}=-5$$

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

Interpolazio mota honetan eta bitarteko puntuen abiadurak desberdinak direnez, hasierako eta amaierako ibilbide-zati parabolikoak ezin dira simetrikoak izan, aurreko kasuan bezala (bitarteko puntu barik).



t_{pn}= doiketa <u>parabolikoaren</u> denbora-tartea q_n puntuan

$t_{n-1,\,n}$= doiketa <u>linealaren</u> denbora-tartea q_{n-1} eta q_n bitarteko puntuen artean

non:

$$t_{n-1,n} = (t_n - t_{n-1}) - 0.5t_{pn} - 0.5t_{pn-1}$$

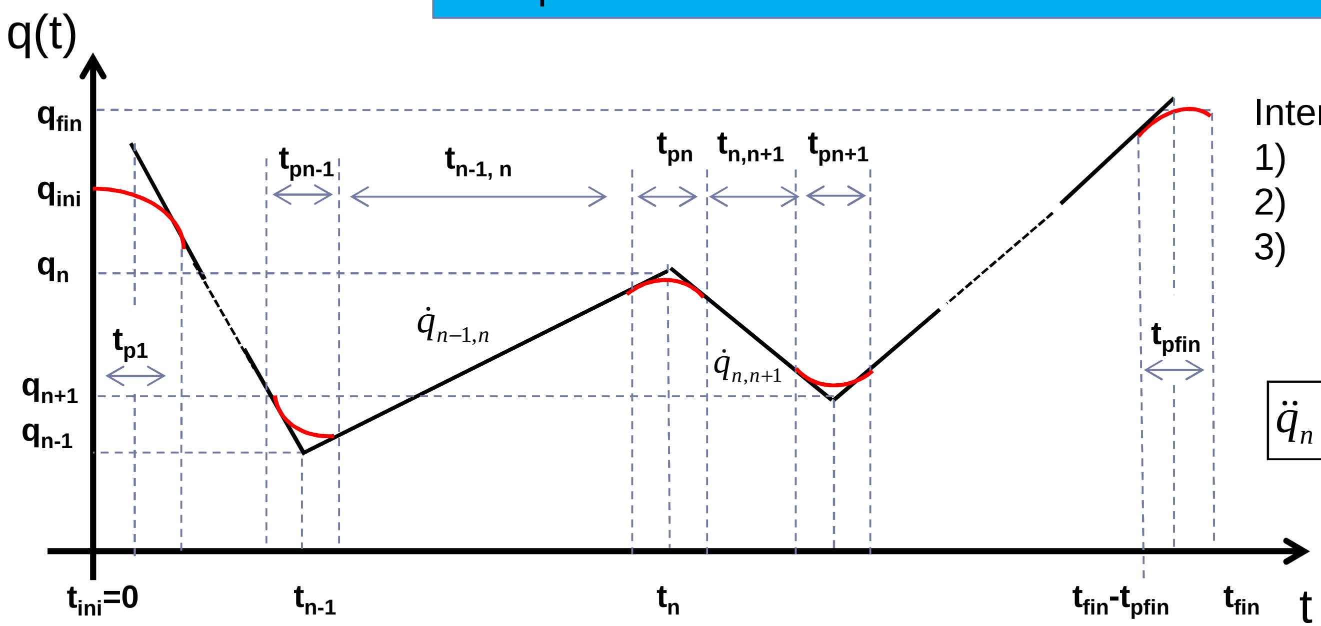
Ibilbide-zati linealaren abiadura:

$$\dot{q}_{n-1,n} = \frac{q_n - q_{n-1}}{t_n - t_{n-1}}$$

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN



Interpolazio datuak:

1) Bitarteko puntuak (q_1 …)
2) Puntu horietako denborak (t_n …)
3) Ibilbide-zati parabolikoen azelerazioa:

$$\ddot{q}_n = zeinua\,(\dot{q}_{n,n+1} - \dot{q}_{n-1,n})\left|\ddot{q}_n\right|$$

Ibilbidea zehaztuta izateko, bitarteko puntu batera hurbiltzen doan zati parabolikoan egon behar den denbora kalkulatu behar :

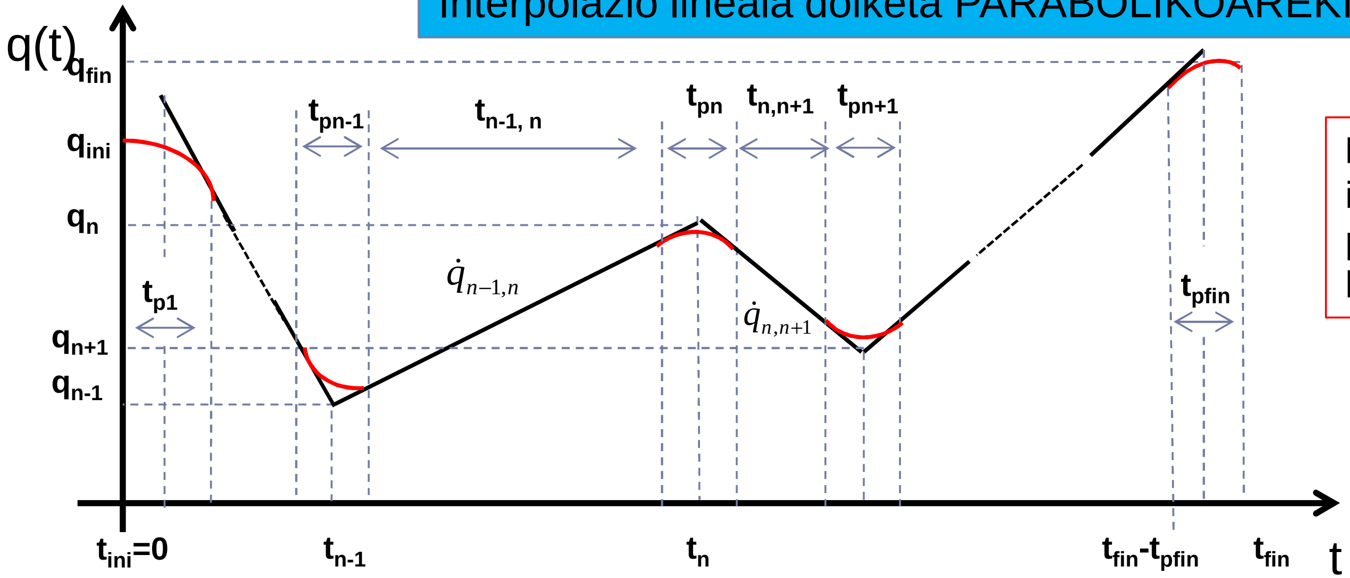
$$t_{pn} = \frac{\dot{q}_{n,n+1} - \dot{q}_{n-1,n}}{\ddot{q}_n}$$

Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN



Hasierako eta amaierako ibilbide-zatiak,osoak, parabolikoak izan behar dira, horrek aldaketak dakartza.

HASIERAKOA

$$t_{1,2} = t_2 - t_{p1} - 0.5 t_{p2}$$

$$t_{p1} = t_2 - \sqrt{t_2^{\,2} - \frac{2(q_2 - q_1)}{\ddot{q}_1}}$$

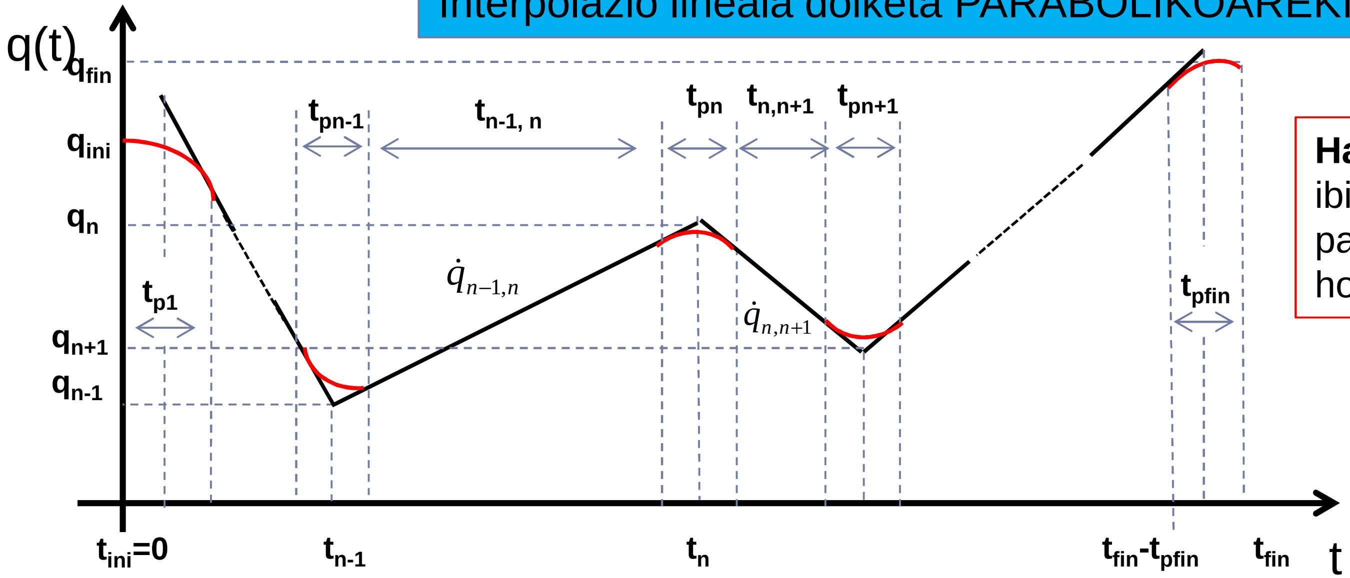
$$\ddot{q}_1 = signo\ (q_2 - q_1)\,|\ddot{q}_1|$$

$$\dot{q}_{1,2} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - 0.5 t_{p1}}$$

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN



Hasierako eta amaierako ibilbide-zatiak,osoak, parabolikoak izan behar dira, horrek aldaketak dakartza.

AMAIERAKOA

$$t_{fin-1,\,fin} = t_{fin} - t_{fin-1} - t_{pfin} - 0.5\,t_{n+1}$$

$$t_{p\,fin} = (t_{fin} - t_{fin-1}) - \sqrt{(t_{fin} - t_{fin-1})^2 - \frac{2(q_{fin} - q_{fin-1})}{\ddot{q}_{fin}}}$$

$$\ddot{q}_{fin} = signo\;(q_{fin} - q_{fin-1})\left|\ddot{q}_{fin}\right|$$

$$\dot{q}_{fin-1,\,fin} = \frac{q_{fin} - q_{fin-1}}{(t_{fin} - t_{fin-1}) - 0.5\,t_{pfin}}$$

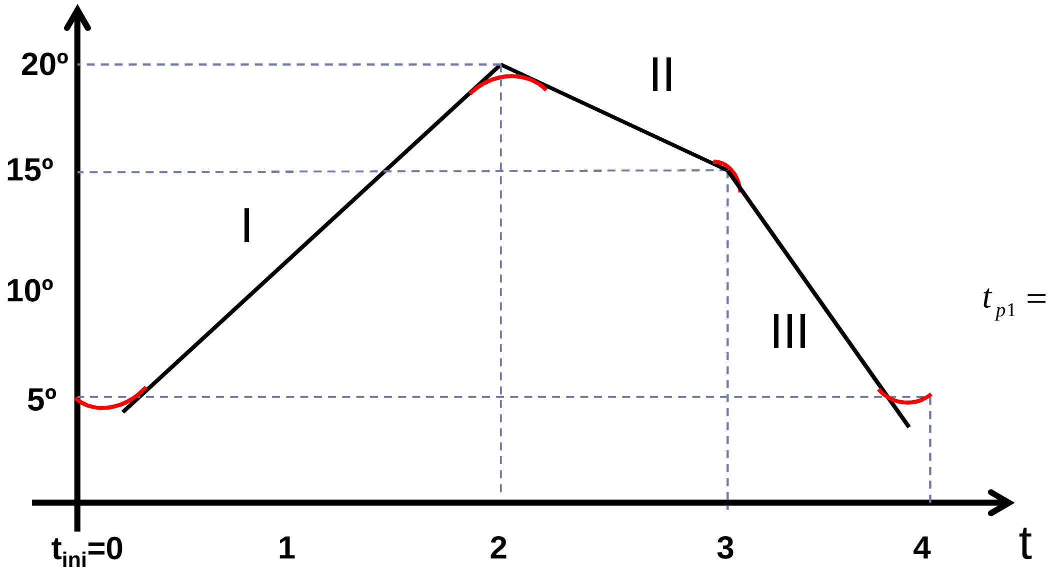
Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

Adibidea:
Demagun artikulazio errotazional bakarreko robot bat. 5º, 20º, 15º, 5º puntuetatik pasatu behar du eta azelerazioa 30º/s^2-koa izan behar da. Kalkulatu interpolazio linealeko doiketa parabolikoaren parametroak. Hasierako eta amaierako abiadurak zero dira.



I Zatia

I zati parabolikoaren azelerazioa:

$$\ddot{q}_1 = zeinua \quad (q_2 - q_1)\left|\ddot{q}_1\right| = 30\,^{o}/s^2$$

$$t_{p1} = t_2 - \sqrt{t_2^{\,2} - \frac{2(q_2 - q_1)}{\ddot{q}_1}} = 2 - \sqrt{2^2 - \frac{2(20-5)}{30}} = 0.268\, s$$

I zati linealaren abiadura:

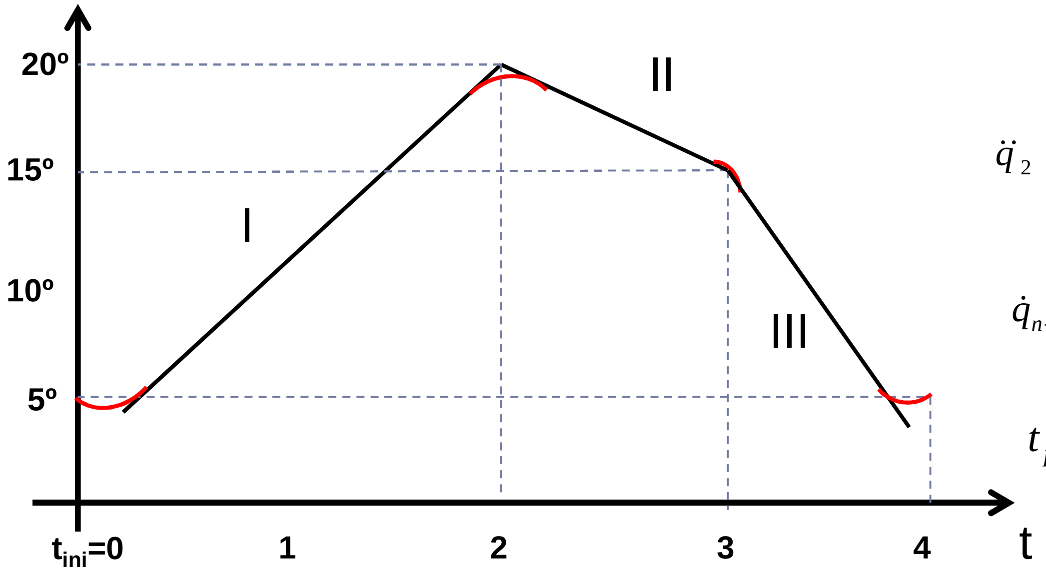
$$\dot{q}_{1,2} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - 0.5t_{p1}} = \frac{20-5}{2 - 0.5\cdot 0.268} = 8.04\,^{o}/s$$

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

Adibidea:
Demagun artikulazio errotazional bakarreko robot bat. 5º, 20º, 15º, 5º puntuetatik pasatu behar du eta azelerazioa 30º/s^2-koa izan behar da. Kalkulatu interpolazio linealeko doiketa parabolikoaren parametroak. Hasierako eta amaierako abiadurak zero dira.



II Zatia

II zati parabolikoaren azelerazioa:

$$\ddot{q}_2 = zeinua \quad (\dot{q}_{2,3} - \dot{q}_{1,2})\left|\ddot{q}_2\right| = -30\ ^{o} / s^2$$

II zati linealaren abiadura :

$$\dot{q}_{n-1,n} = \frac{q_n - q_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \rightarrow \dot{q}_{2,3} = \frac{q_3 - q_2}{t_3 - t_2} = \frac{15-20}{3-2} = -5^{o}/s$$

$$t_{pn} = \frac{\dot{q}_{n,n+1} - \dot{q}_{n-1,n}}{\ddot{q}_n} \rightarrow t_{p2} = \frac{\dot{q}_{2,3} - \dot{q}_{1,2}}{\ddot{q}_2} = 0.435\,s$$

$$t_{1,2} = t_2 - t_{p1} - 0.5\,t_{p2} = 2 - 0.268 - 0.5 \cdot 0.435 = 1.514\,s$$

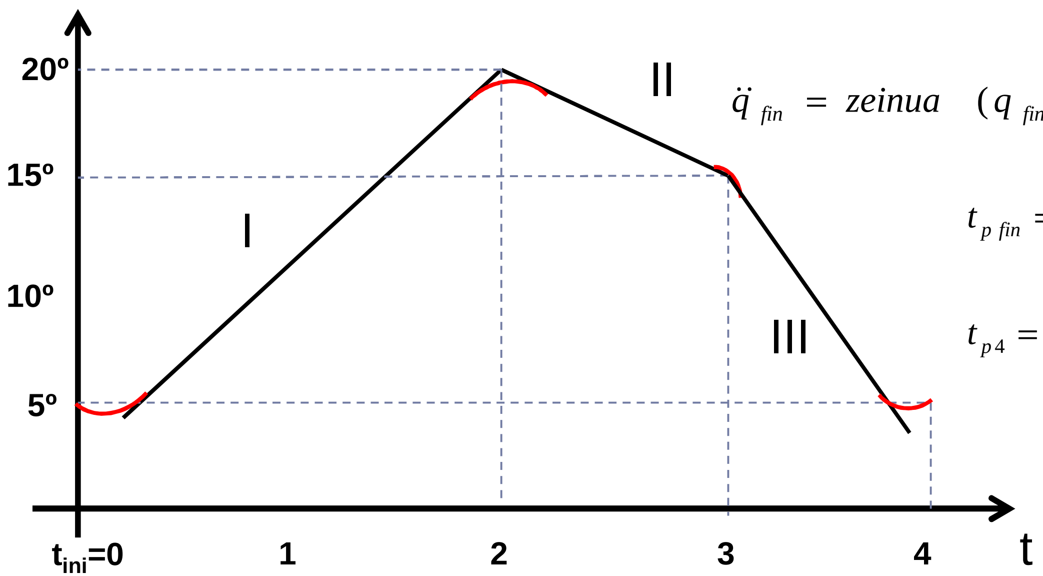
Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

Adibidea:
Demagun artikulazio errotazional bakarreko robot bat. 5º, 20º, 15º, 5º puntuetatik pasatu behar du eta azelerazioa 30º/s^2-koa izan behar da. Kalkulatu interpolazio linealeko doiketa parabolikoaren parametroak. Hasierako eta amaierako abiadurak zero dira.



Azken zati parabolikoaren azelerazioa:

$$\ddot{q}_{fin} = zeinua\ (q_{fin} - q_{fin-1})\,|\ddot{q}_{fin}| = zeinua\ (q_4 - q_3)\,|\ddot{q}_4| = -30\ ^{o}/s^2$$

$$t_{p\,fin} = (t_{fin} - t_{fin-1}) - \sqrt{(t_{fin} - t_{fin-1})^2 - \frac{2\,(q_{fin} - q_{fin-1})}{\ddot{q}_{fin}}} =$$

$$t_{p4} = (4-3) - \sqrt{(4-3)^2 - \frac{2\,(5-15)}{-30}} = 0.423\ s$$

Azken zati linealaren abiadura:

$$\dot{q}_{3,4} = \frac{q_4 - q_3}{(t_4 - t_3) - 0.5 t_{p4}} = \frac{-10}{1 - 0.5 \cdot 0.423} = -12.68\ ^{o}/s$$

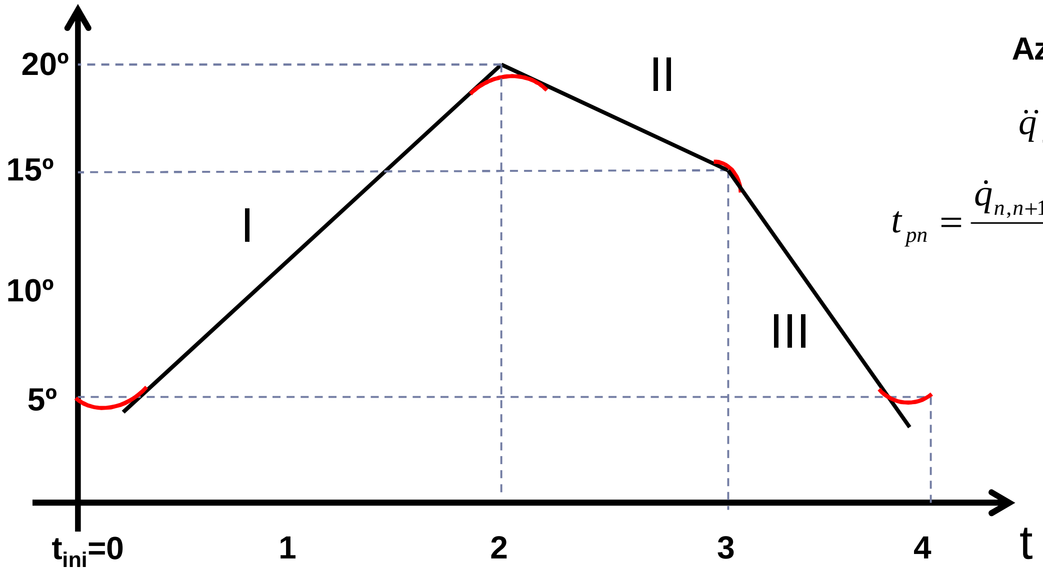
Jon Legarreta/ Raquel Martinez

KONTROL ZINEMATIKOA: IBILBIDE-SORKUNTZA

BITARTEKO puntuekin egindako ibilbide artikularren interpolazioa

Interpolazio lineala doiketa PARABOLIKOAREKIN

Adibidea:
Demagun artikulazio errotazional bakarreko robot bat. 5º, 20º, 15º, 5º puntuetatik pasatu behar du eta azelerazioa 30º/s^2-koa izan behar da. Kalkulatu interpolazio linealeko doiketa parabolikoaren parametroak. Hasierako eta amaierako abiadurak zero dira.



Azkenaurreko zati parabolikoaren azelerazioa:

$$\ddot{q}_3 = zeinua \quad (\dot{q}_{3,4} - \dot{q}_{2,3})\left|\ddot{q}_3\right| = -30\ ^{o}/s^2$$

$$t_{pn} = \frac{\dot{q}_{n,n+1} - \dot{q}_{n-1,n}}{\ddot{q}_n} \rightarrow t_{p3} = \frac{\dot{q}_{3,4} - \dot{q}_{2,3}}{\ddot{q}_3} = \frac{-12.68-(-5)}{-30} = 0.256\,s$$

3. eta 4. zatien denborak:

$$t_{n-1,n} = (t_n - t_{n-1}) - 0.5t_{pn} - 0.5t_{pn-1}$$

$$t_{2,3} = (t_3 - t_2) - 0.5t_{p3} - 0.5t_{p2} = 0.654\,s$$

$$t_{3,4} = (t_4 - t_3) - 0.5t_{p4} - 0.5t_{p3} = 0.66s$$

Higiduraren kontrola artikulazioen espazioan

Robotaren muturrak ibilbide bat jarrai dezan, beharrezkoa da artikulazio bakoitzak ibilbide zehatz bat jarraitzea. Beraz, higiduraren kontrola artikulazioen espazioan egin daiteke, ibilbide bakoitzentzako erreferentziak zehaztuz.

KONTROL MOTAK

Kontrol desakoplatua edo artikulazio bakarreko kontrola

*Robotaren eredua **artikulazio independentez** osatutakoa dela onartzen da**,** euren arteko elkarrekintza kontuan izan barik. Kasu honetan, eragingailuaren eredua motor elektrikoa bat da.*
Desabantaila nagusiena, artikulazio baten mugimenduak daukan eragina besteengan eta ondorioz robotaren mugimendu osoan.

Artikulazio anitzeko kontrola

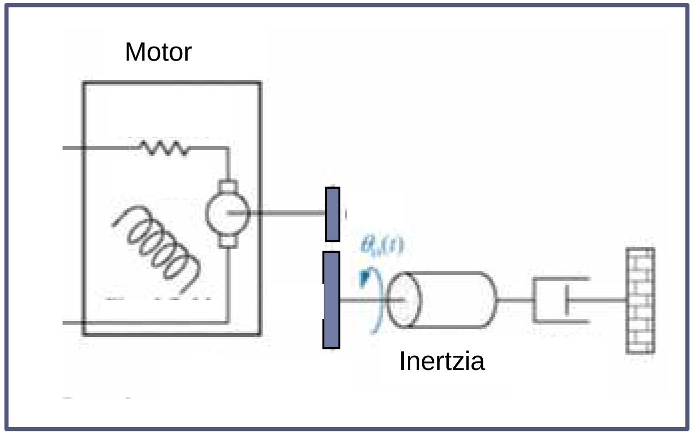
*Robotaren ereduan, **eredu dinamiko osoa** kontuan hartzen da. Hau da, **artikulazioen arteko mugimendu guztiak** kontuan hartzen ditu. Analitikoki ebazteko konplexuagoa da.*

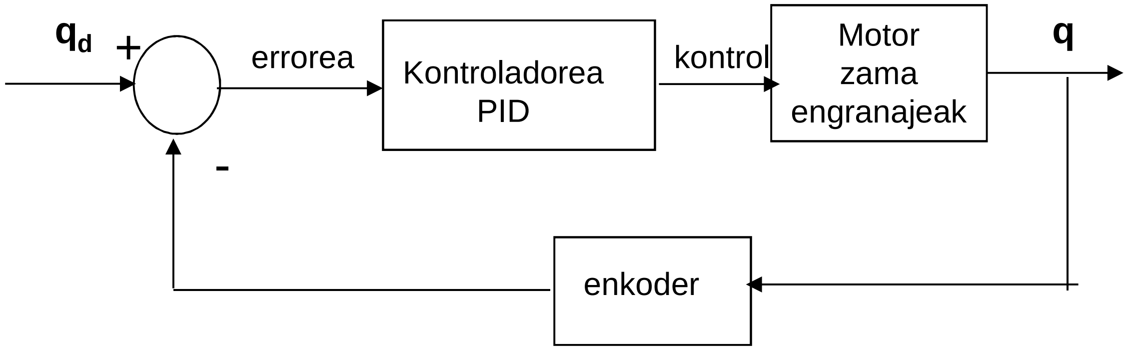
Higiduraren kontrola artikulazioen espazioan

Kontrol monoartikularra

Kasu honetan, ibilbide-sortzaileak artikulazio bakoitzarentzako, modu independente baten, dagokion ibilbidea sortzen du, beharrezkoak diren erreferentzi puntuak lortuz artikulazioa mugitzeko. Robotikan eragingailu erabilienak **korronte zuzeneko motorrak** dira.

Korronte zueneko motor baten eredu dinamikoa eta bloke-diagrama ondokoak lirateke:





Higiduraren kontrola artikulazioen espazioan

Kontrol multiartikularra

Robotaren kontrol zehatzago bat lortzeko, beharrezkoa da MIMO (Multiple Input Multiple Output) sistema bat bezala modelatzea. Artikulazioen **posizio, abiadura eta azelerazioko bektoreak** kontuan izanik, kontroladoreak **kontrol-seinaleen bektore bat bidaltzen du (kontrol-legea)** artikulazio bakoitzen motorrak aktibatzeko.

Aurreko atal baten lortutako **higidura-ekuazioa** gogoratuz:

$$\boxed{D(q)\cdot\ddot{q}+C(q,\dot{q})\cdot\dot{q}+g(q)=\tau}$$

Inertzia Coriolis grabitatea

n askatasun garduko robot batentzat eta **PD (**Proportzional-Deribatibo) kontroladore bat erabiliz, kontrol-legea ondokoa izango litzateke:

$$\tau = K_p(q_d - q) + K_d(\dot{q}_d - \dot{q}) = D(q)\cdot\ddot{q}+C(q,\dot{q})\cdot\dot{q}+g(q)$$

Non **Kp** eta **Kd,** PD kontroladorearen parametroak, n x n matrizeak diren.

Kontrol sistemaren bloke-diagrama