UPV/EHU Open Course Ware

ESTATISTIKA APLIKATUA

6. GAIA: PROBABILITATEA ETA PROBABILITATE BANAKETAK

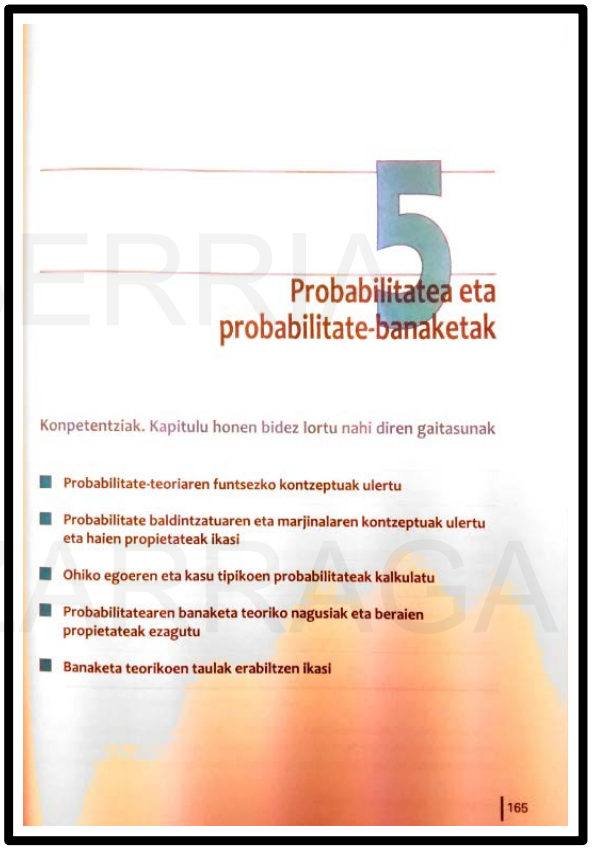
JUAN ETXEBERRIA eta JON MIKEL LUZARRAGA

6. GAIAN SAKONTZEKO

ESTATISTIKA APLIKATUA – TEORIA ETA PRAKTIKA (ELHUYAR)

165-214- ORRIALDEAK

KLIKATU LIBURUA IKUSTEKO



AURKIBIDEA

OCW
JUAN ETXEBERRIA
eta
JON MIKEL LUZARRAGA

1 . PROBABILITATEAREN DEFINIZIOA

KLASIKOA

$$P(A) = \frac{\text{Aldeko kasuak}}{\text{Kasu posibleak}}$$

Karta-pilotik urre bat ateratzeko probabilitatea

$$P(A) = \frac{\text{Aldeko kasuak}}{\text{Kasu posibleak}} = \frac{10}{40}$$

1 . PROBABILITATEAREN DEFINIZIOA

ENPIRIKOAK

MOMENTURA ARTE BEHATUTAKO GERTAERAK ETORKIZUNEAN IRAUNGO DUENAREN BALDINTZAN OINARRITZEN DIRA

SORRERA MAIZTASUN ERLATIBOEN KONTZEPTUAN DAUKA

UNIBERTSITATEAN 100 PERTSONETATIK 5 KARRERA EZ DUTE AMAITZEN.

MATRIKULATZEN DEN PERTSONA BAT KARRERA BUKATZEKO ZE PROBABILITATEA DAUKA

$$P'(A) = \frac{95}{100}$$

2 . PROBABILITATEAREN PROPIETATEAK

$$P(A) = \frac{\text{Aldeko kasuak}}{\text{Kasu posibleak}}$$

1.- $0 \leq P(A) \leq 1$

2a.- $P(A \text{ eta } B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

2b.- $P(A \text{ eta } B) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$

3.- $P(A \text{ edo } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

2 . PROBABILITATEAREN PROPIETATEAK

PROBABILITATE TOTALAREN TEOREMA

$$P(A) = P(A \cap B1) + P(A \cap B2) + \ldots\ldots\ldots + P(A \cap Bk)$$

$$P(A) = P(B1 \cap A) + P(B2 \cap A) + \ldots\ldots\ldots + P(Bk \cap A)$$

$$P(A) = P(B1) \cdot P(A/B1) + P(B2) \cdot P(A/B2) + \ldots + P(BK) \cdot P(A/BK)$$

OCW JUAN ETXEBERRIA eta JON MIKEL LUZARRAGA

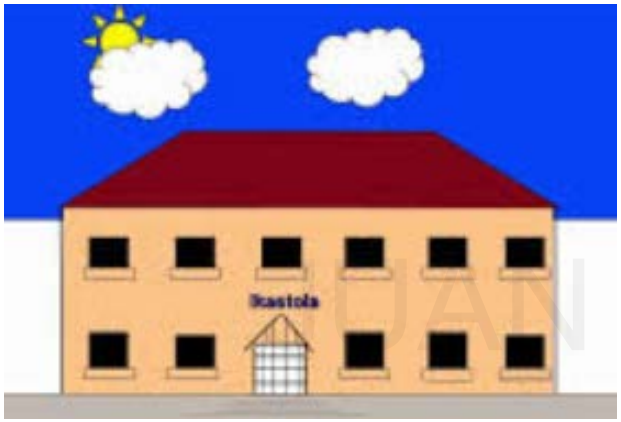
3. BAYES-EN TEOREMA

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A/B_1)}{P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2)}$$

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A/B_1)}{P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) \cdot P(A/B_2) + \ldots + P(B_K) \cdot P(A/B_K)}$$

OCW
JUAN ETXEBERRIA
eta
JON MIKEL LUZARRAGA

3. BAYES-EN TEOREMA



IKASTETXE BATEKO PROBABILITATEAK	
P (IKASLEAK)	2/3
P (LANGILEAK)	1/3
P (EMAK/IKAS)	1/4
P (EMAK/LANG)	1/2

IKASTETXE HONETAN, EMAKUME BATEK IKASLEA IZATEKO PROBABILITATEA ZEIN IZANGO LITZATEKE?

1/2

4. ALDAGAI ALEATORIOAK

ESPERIMENTU ALEATORIOA

GERTA DAITEZKEEN GERTAERAK

GERTAERA HAUEN PROBABILITATEAK

JUAN ETXEBERRIA eta JON MIKEL LUZARRAGA

“Esperimentu aleatorio baten emaitzen unibertso posiblean definituriko funtzio erreal bat da”

4. ALDAGAI ALEATORIOAK

Txanpon bat botatzen dugunean

Gertaera	Balioa	Probabilitatea
Pil	1	p = 0,50
Kurutx	0	q = 0,50

Dadoa botatzen dugunean

Gertaera	Balioa	Probabilitatea
1 atera	1	1/6
2 atera	2	1/6
3 atera	3	1/6
4 atera	4	1/6
5 atera	5	1/6
6 atera	6	1/6

4. ALDAGAI ALEATORIOAK

$$X \longrightarrow p(X)$$

Itxaropen matematikoa:

$$E(x) = \Sigma X_i \cdot f(X_i) = \Sigma X_i \cdot P(X_i)$$

Bariantza:

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = E[(X - E(X))^2]$$

Non $E(X^2) = \Sigma x^2_i \cdot f(x_i)$ $\Sigma x^2_i \cdot p(x_i)$

5. BANAKETA DISKRETUAK

BERNOULLIREN BANAKETA	$X: \begin{cases} 0 & p \\ 1 & q = 1 - p \end{cases}$
BANAKETA BINOMIALA	B(n,p,k)
PASCALEN BANAKETA	P (kgarren arrakasta Ngarren saioan)

OCW JUAN ETXEBERRIA eta JON MIKEL LUZARRAGA

5. BANAKETA DISKRETUAK

N	k	,05	,10	,15	,20	,25	,30	,35	,40	,45	,50
6	0	,7351	,5314	,3771	,2621	,1780	,1176	,0754	,0467	,0277	,0156
	1	,2321	,3543	,3993	,3932	,3560	,3025	,2437	,1866	,1359	,0938
	2	,0305	,0984	,1762	,2458	,2966	,3241	,3280	,3110	,2780	,2344
	3	,0021	,0146	,0415	,0819	,1318	,1852	,2355	,2765	,3032	,3125
	4	,0001	,0012	,0055	,0154	,0330	,0595	,0951	,1382	,1861	,2344
	5	,0000	,0001	,0004	,0015	,0044	,0102	,0205	,0369	,0609	,0938
	6	,0000	,0000	,0000	,0001	,0002	,0007	,0018	,0041	,0083	,0156
7	0	,6983	,4783	,3206	,2097	,1335	,0824	,0490	,0280	,0152	,0078
	1	,2573	,3720	,3960	,3670	,3115	,2471	,1848	,1306	,0872	,0547
	2	,0406	,1240	,2097	,2753	,3115	,3177	,2985	,2613	,2140	,1641
	3	,0036	,0230	,0617	,1147	,1730	,2269	,2679	,2903	,2918	,2734
	4	,0002	,0026	,0109	,0287	,0577	,0972	,1442	,1935	,2388	,2734
	5	,0000	,0002	,0012	,0043	,0115	,0250	,0466	,0774	,1172	,1641
	6	,0000	,0000	,0001	,0004	,0013	,0036	,0084	,0172	,0320	,0547
	7	,0000	,0000	,0000	,0000	,0001	,0002	,0006	,0016	,0037	,0078
8	0	,6634	,4305	,2725	,1678	,1001	,0576	,0319	,0168	,0084	,0039
	1	,2793	,3826	,3847	,3355	,2760	,1977	,1373	,0896	,0548	,0312
	2	,0515	,1488	,2476	,2936	,3115	,2965	,2587	,2090	,1569	,1094
	3	,0054	,0331	,0839	,1468	,2076	,2541	,2786	,2787	,2568	,2188
	4	,0004	,0046	,0185	,0459	,0865	,1361	,1875	,2322	,2627	,2734
	5	,0000	,0004	,0026	,0092	,0231	,0467	,0808	,1239	,1719	,2188
	6	,0000	,0000	,0002	,0011	,0038	,0100	,0217	,0413	,0703	,1094
	7	,0000	,0000	,0000	,0001	,0004	,0012	,0033	,0079	,0164	,0312
	8	,0000	,0000	,0000	,0000	,0000	,0001	,0002	,0007	,0017	,0039

JUAN ETXEBERRIA
JON MIKEL LUZARRAGA