

ARIKETA EBATZIAK. 4 GAIA: ZATIGARRITASUNA

Ariketa 1. *Frogatu edozein a zenbaki oso baten karratua $3k$ edo $3k + 1$ motakoa dela, k zenbaki oso bat izanik, hau da, a^2 , 3-gatik zatitzerakoan lortutako hondarrak 0 edo 1-a direla.*

Baldin eta zatitzen bada a , 3-gatik, orduan hondar posible bakarrak 0, 1 edo 2 dira. Hau da, hiru aukera existitzen dira:

(i) $a = 3q$, orduan $a^2 = 9q^2 = 3(3q^2) = 3k$;

(ii) $a = 3q + 1$, orduan $a^2 = 9q^2 + 6q + 1 = 3(3q^2 + 2q) + 1 = 3k + 1$;

(iii) $a = 3q + 2$, orduan $a^2 = 9q^2 + 12q + 4 = 3(3q^2 + 4q + 1) + 1 = 3k + 1$.

Ariketa 2. *Pasatu $(3043)_5$ zenbakia 5 oinarritik 10 oinarrira?*

$$(3043)_5 = 3 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + 3 = 398$$

Ariketa 3. *Pasatu 1025 zenbakia era hamartarretik 7 oinarrira.*

1025 zenbakia 7 oinarrira pasatzeko, 7-gatik zatitzen da:

$$1025 = 146 \cdot 7 + 3. \text{ Ondoren, } 146 = 20 \cdot 7 + 6 \text{ eta } 20 = 2 \cdot 7 + 6. \text{ Beraz,}$$

$$1025 = 146 \cdot 7 + 3 = (20 \cdot 7 + 6) \cdot 7 + 3 = ((2 \cdot 7 + 6) \cdot 7 + 6) \cdot 7 + 3,$$

eta faktore komunak ateraz,

$$1025 = 2 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7 + 3 = (2663)_7$$

dugu.

Ariketa 4. *Pasatu 3027 zenbakia era hamartarretik 16 oinarrira.*

$$3027 = 189 \cdot 16 + 3 \text{ eta } 189 = 11 \cdot 16 + 13, \text{ eta ondorioz } 3027 = (BD3)_{16} \text{ dugu.}$$

Ariketa 5. *Kalkulatu definizioa erabiliz $zkh(-12, 18)$.*

Ohartu, -12 -ren zatitzaileak $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6$ eta ± 12 direla, eta 18-ren zatitzaileak $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ eta ± 18 direla. Beraz $zkh(-12, 18) = 6$ da.

Ariketa 6. *Kalkulatu $zkh(1479, 272)$.*

Zatitzen dugu 1479 zenbakia, 272-gatik ($1479 = 5 \cdot 272 + 119$). Beraz,

$$zkh(1479, 272) = zkh(272, 119).$$

Errepikatzen dugu operaketa berdina eta $272 = 2 \cdot 119 + 34$ dugu. Ondorioz,

$$\text{zkh}(1479, 272) = \text{zkh}(272, 119) = \text{zkh}(119, 34).$$

Berriro, $119 = 3 \cdot 34 + 17$, eta ondorioz

$$\text{zkh}(1479, 272) = \text{zkh}(272, 119) = \text{zkh}(119, 34) = \text{zkh}(34, 17).$$

Azkenik, $34 = 2 \cdot 17 + 0$. Beraz,

$$\text{zkh}(1479, 272) = \text{zkh}(272, 119) = \dots = \text{zkh}(17, 0) = 17.$$

Ariketa 7. *Adierazi $\text{zkh}(1479, 272)$, 1479 eta 272 zenbakien konbinazio lineal gisa.*

$$1479 = 5 \cdot 272 + 119,$$

$$272 = 2 \cdot 119 + 34,$$

$$119 = 3 \cdot 34 + 17,$$

$$34 = 2 \cdot 17 + 0.$$

Orduan, $\text{zkh}(1479, 272) = 17$ dugu. Eta,

$$17 = 119 - 3 \cdot 34 = 119 - 3 \cdot (272 - 2 \cdot 119) =$$

$$7 \cdot 119 - 3 \cdot 272 = 7 \cdot (1479 - 5 \cdot 272) - 3 \cdot 272 = 7 \cdot 1479 - 38 \cdot 272.$$