

ARIKETA EBATZIAK. 3 GAIA: KONBINATORIA

Ariketa 1. *Demagun seinaleztapen 6 bandera ditugula, bi gorri, bi berde eta bi urdin, hain zuzen ere. Zenbat seinale desberdin egin daitezke bat edo bi banderekin, aldi berean?*

Denota ditzagun bandera gorriak, berdeak eta urdinak, G, B eta U ikurren bidez, hurrenez hurren. Argi dago bandera bakar batekin 3 seinale desberdin baino ezin daitezkeela egin.

$$G, B, U$$

Bi banderekin aldi berean (adibidez, lehenengo, bandera bat aterata eta gero bestea) ondoko seinaleak egin daitezke:

$$GG, GB, GU, BG, BB, BU, UG, UB, UU$$

Hau da, baldin eta bi bandera erabiltzen badira, 9 seinale desberdin egin daitezke. Beraz, bandera batekin edo bi banderekin, $3 + 9 = 12$ seinale desberdin egin daitezke.

Ohartu A eta B bi gertaera daudela, ondoko eran definiturik: A “Bandera bakar batekin egiten dira seinaleak” eta B “Bi banderekin egiten dira seinaleak”, eta argi dago A eta B gertaera biak ezin daitezkeela aldi berean bete, zeren eta bandera bakar batekin seinaleak egitea erabakitzen bada, bigarren aukera alboratzen da, eta alderantziz.

Ariketa 2. *Zenbat futboleko kiniela desberdin egin daitezke?*

Kontutan hartzen dugu partidu bakoitzean 3 emaitza posible eman daitezkeela: 1, X edo 2; 14 partidu daudela eta partidu bakoitzaren emaitza besteen independentea dela. Beraz, kiniela betetzeko ditugun aukera kopurua $3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3 = 3^{14}$ da.

Ariketa 3. *52 pertsonak, 60 pertsona onar ditzakeen autobus bat (gidaria barne) alokatzen dute. Zenbat modu desberdinetan koka daitezke 52 pertsona, gidaria, horietako 52 pertsonetariko bat baldin bada?*

$V_{59,51} = 59 \cdot 58 \cdot \dots \cdot 9$ (gidariaren jesarlekua, dauden 60 jesarlekuetariko bat da eta nola gidaria, dauden 52 pertsonetariko bat den, 51 pertsona geratzen dira kokatzeko, libre geratzen diren 59 jesarleku artean).

Ariketa 4. *Zenbat bi zifra desberdinetako zenbaki desberdin eraiki daitezke 5, 7 eta 9 digituak erabiliz?*

Zuhaitzaren diagramaren bidez argudiatzen baldin badugu, 3 aukera ditugu lehenengoko zifrentzat, eta horietariko bakoitzarentzat bi aukera bigarren zifrentzat. Guztiz, $3 \cdot 2 = 6$ aukera.

Ariketa 5. *Gaztelako alfabetoarekin (25 hizki), zenbat 6 hizki desberdinetako hitz (zentzua dutenak edo zentzu gabekoak) lor daitezke? Eta honetariko, zenbat hasten dira bokal bategatik?*

$V_{25,6}$ eta bokal bategatik hasten direnak $5V_{24,5}$.

Ariketa 6. *1-etik 9 bitarteko zifreekin (biak barne), zenbat 3 zifretako zenbaki desberdin osa daitezke?*

$$VR_{9,3} = 9^3$$

Ariketa 7. *3 txanponen jaurtiketan, zenbat emaitza posible ditugu?*

1) Zuzenean aldakuntzak erabiliz: 3 elementutako azpimultzoak osatu behar ditugu, ditugun bi elementuekin (aurpegia eta gurutzea), jakinda elementuak errepika daitezkeela, eta jakinda ere ordena aldatu ez gero emaitza desberdin bat lortzen dela. Beraz, 3-naka harturik 2 elementuko errepikapeneko aldakuntzak dira, hau da, $VR_{2,3} = 2^3 = 8$.

2) Zuhaitzeko diagrama erabiliz: Pentsa dezagun txanpon bakoitzarekin ditugun aukerak, aurreko txanponaren aukeraren arabera. Aukera guztiak idatziko ditugu:

$$\{(a, a, a), (a, a, g), (a, g, a), (a, g, g), (g, a, a), (g, a, g), (g, g, a), (g, g, g)\},$$

guztiz $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ aukera.

Ariketa 8. *Zenbat 5 zifra desberdinetako zenbaki osa daitezke 1, 2, 3, 4 eta 5 digituekin?*

$$P_5 = 5! = 120$$

Ariketa 9. *Zenbat 4 zifra desberdinetako zenbaki osa daitezke 0, 1, 2 eta 3 digituekin?*

$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 24 - 6 = 18$ (P_3 zenbakia kentzen dugu, zeroz hasten diren zenbakiak baztertzeo, zenbaki horiek ez dituztelako lau zifra).

Ariketa 10. *Zenbat modu desberdinetan jesar daitezke 7 pertsona banku batetan?*
 $P_7 = 7!$

Ariketa 11. *Koadernaketa erreferentzia izanik, zenbat modu desberdinetan koka daitezke 30 liburu, honetariko 10 larruan egonik, 9 oihalean, 6 kartoian eta 5 paper-azalez?*

$$P_{30}^{10,9,6,5} = \frac{30!}{10!9!6!5!}$$

Ariketa 12. *Zenbat zenbaki 6 zifratakoak osa daitezke, baldin eta horietan beti badago bat 1, bi 2 eta hiru 3?*

$$P_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1!2!3!} = 60$$

Ariketa 13. *Zenbat biderketa desberdin egin daitezke 3 zenbakitik 17 zenbaki bitartera dauden zenbaki arruntekin, horiek barne, 4-naka biderkatuz eta bat ere errepika gabe?*

Ditugun 15 zenbakien artean 4 aukeratu behar dira (3-tik 17-ra 15 zifra daudelako), eta biderketa trukakorra denez, ez dugu kontutan hartzen aukeratutako biderkagaien kokatzeko ordena:

$$C_{15,4} = \binom{15}{4} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 1365$$

Ariketa 14. *Zenbat apustu posible egin daitezke Primitiba loterian, laukian agertzen diren 49 zenbakien artean 6 zenbaki markatuz?*

$$C_{49,6} = \binom{49}{6} = \frac{49!}{6!43!} = 13983816$$

Ariketa 15. *Lan iragarki bati erantzunez, administratibo hiru lanpostu betetzeko 12 pertsona aurkezten dira. Zenbat pertsonazko multzo desberdin aukera daitezke?*

12 pertsonen artean 3-nako multzoak aukeratu behar dira, ordenak inporta gabe.

$$C_{12,3} = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9!3!} = 220$$

Ariketa 16. *Zenbat hiruki desberdin osa daitezke planuan, planuko 8 punturekin, baldin eta horietariko hiru puntu ez badaude inoiz lerro berdinean?*

Bi hiruki desberdinak izateko, behintzat erpin bat desberdina izan behar dute. Bestalde, kasu honetan hartzen ditugun erpinen ordenak ez du eraginik aukeraketan. Beraz,

$$C_{8,3} = \binom{8}{3} = \frac{8!}{5!3!} = 56$$

Ariketa 17. Zenbat multzo hiru hizkiekin osa daitezke a, b, c, d, e, f, g hizkiekin, multzo bakoitzean berdina den hizki bat, baten baino gehiagotan ager badaiteke?

Kontutan hartu adibidez, $\{a, b, c\}$ eta $\{b, c, a\}$ multzoak berdinak direla, eta elementuak errepika daitezkeela, hau da, $\{a, a, b\}$ hiru hizkitako multzo gisa kontsidera daitekeela. Orduan, $CR_{7,3} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6!3!} = 84$ aukera daude.