

# IRAKASKUNTZA GIDA

## Kurtsoaren Deskribapena

Algebra Lineala espazio bektorialak eta beraien arteko aplikazioak ikasten dituen Matematikaren zatia da.

Kurtso hau "[Algebra Linealerako Sarrera](#)" irakasgaiaren jarraipen naturala da. Azken irakasgai hau, irakasle berberak egin, 2009. urteko UPV-EHU OCW Proiektuan argitaratu zen. Aurkezten dugun kurtsoa eta "**Algebra Linealerako Sarrera**" biltzen dute bien artean Algebra Lineal irakasgaiko ia programa osoa. Aurkezten dugun irakasgaia hurrengo gaiak ditu:

**1.GAIA: ALJEBRA LINEALAREN OINARRIZKO ELEMENTUAK:** Gai honetan Algebra Linealaren oinarritzko elementuak aurkezten dira, era azkar batean. Ez gara zehaztasunetan sartuko elementu guzti hauek "[Algebra Linealerako Sarrera](#)" irakasgaiaren daudelako. Helburua da notazioa finkatzea eta zehaztea ze elementuekin egingo dugu lan hurrengo gaietan.

**2.GAIA: ENDOMORFISMO BATEN JORDANEN FORMA KANONIKOA:** Espazio bektorial baten endomorfismoekin egingo dugu lana. Helburua da, endomorfismo triangulargarri baten Jordanen Forma Kanonikoa lortzeko metodo bat ematea da.

**3.GAIA: MATRIZE BATEN JORDANEN FORMA KANONIKOA:** Matrize triangulargarrien karakterizazioa emango da eta Jordanen Matritzea eta aldaketa matrizea lortzeko metodo bat ematen da. Gainera endomorfismo eta matrize baten Jordanen formen arteko erlazioa aztertuko da.

**4.GAIA: FORMA BILINEALAK:** Forma bilinealak sakonki aztertu dira eta dauden forma bilineal mota desberdinak aurkeztuko dira. Gainera ortogonalitasuna eta signaturaren kontzeptuak emango dira.

**5.GAIA: ESPAZIO EUKLIDEARRAK:** Gai honetan forma bilinealen mota berezi batekin egingo dugu lana: biderketa eskalarrak. Espazio euklidearretan oinarri ortonormalak lortzeko metodo ezagun bate mango dugu. Gainera espazio euklidearretan oso garrantzitsuak diren bi aplikazio lineal mota aztertuko ditugu: isometria linealak eta endomorfismo autoadjuntuak. Bereziki, isometria linealen karakterizazioak emango ditugu eta endomorfismo autoadjuntuen Teorema Espektrala aurkeztuko da (honek 2.Gaia eta 3.Gaia-rekin lotura izango du).

**ERANSKINA: POLINOMIOEN ERAZTUNAK:** Polinomioen eraztunaren oinarritzko elementuak aurkezten dira. Polinomioei buruzko informazio honek

eragin zuzena izango du Jordanen Forman (endomorfismo edo matrizeetan) agertzen den polinomio karakteristikoan.

Gai bakoitzeko laburpen teorikoa, hemen definizioak, propietateak eta oinarritzko teorema aurkezten ditugu, eta bestalde, ebazitako ariketa zerrenda bat ere aurkezten dugu. Gainera, galdera teorikoak eta azterketa ereduak ere jarriko ditugu irakurleak lantzeko.

## Gaitasunak

1. Espazio Bektorial baten endomorfismoaren kontzeptuan sakontzea.
2. Endomorfismo triangulargarriak karakterizatu eta hauetarako jakin nola kalkulatu den Jordanen forma kanonikoa.
3. Antzeko matrizeak definitu.
4. Jakin bi matrize triangulargarriak antzekoak diren ala ez.
5. Jakin nola kalkulatu matrize triangulargarri baten Jordanen forma kanonikoa.
6. Forma bilinealaren definizioa ulertu eta mota desberdinetako forma bilinealekin lan egin.
7. Espazio euklidearren oinarritzko elementuak ikasi.
8. Ortogonalizatu bektore-sistema bat espazio euklidear batean.

## Helburuak

Kurtsoaren oinarritzko helburua Algebra Lineal sakontzea da. Horretarako Jordanen forma kanonikoa eta oinarri ortonormalen bilaketa espazio euklidearretan elementu garrantzitsuenetarako dira.

## Aurrebaldintzak

Aurkezten den materialean irakasgaia ulertzeko behar ditugun elementu guztiak daude. Hala ere, suposatzen da irakurleak Algebra Linealaren oinarritzko elementuak menperatzen dituela: espazio bektorialak, oinarriak, aplikazio linealak, ..., lehenengo gaien birpasatzen direnak. Gainera, suposatzen da irakurleak baduela oinarritzko trebetasuna beharrezkoak diren kalkuluak egiteko.

## Irakasgaiaren programa

### **1.Gaia: ALJEBRA LINEALAREN OINARRIZKO KONTZEPTUAK.**

Espazio bektorialak eta oinarriak. Aplikazio lineala eta elkartutako matrizea. Endomorfismo eta matrize karratu baten balio eta bektore propioak. Polinomio karakteristikoa.

### **2.Gaia: ENDOMORFISMO BATEN JORDANEN FORMA KANONIKOA.**

Sarrera. Endomorfismo triangeluargariak. Azpiespazio orokortuak. Endomorfismo triangeluargari baten Jordanen Forma Kanonikoa.

### **3.Gaia: MATRIZE BATEN JORDANEN FORMA KANONIKOA.**

Sarrera: matrize antzekoak eta matrize triangeluargariak. Azpiespazio orokortuak. Matrize triangeluargari baten Jordanen Forma Kanonikoa. Endomorfismo eta matrize triangeluargarien Jordanen Forma Kanonikoaren arteko erlazioa. Cayley-Hamilton-en teorema.

### **4.Gaia: FORMA BILINEALAK.**

Definizioa eta propietateak. Forma bilineal simetrikoak. Ortogonaltasuna, forma ez-enadatuak. Oinarri ortogonalak. Sylvesterren inertzi-legea. Forma bilineal positiboki definituak eta negatiboki definituak. Forma kuadratikoa.

### **5.Gaia: ESPAZIO EUKLIDEARRAK.**

Definizioa eta propietateak. Oinarri ortonormalak eta matrize ortogonalak. Isometria linealak. Endomorfismo autoadjuntuak. Isometria linealak  $\mathbb{R}^2$  eta  $\mathbb{R}^3$  espazioetan.

### **Eranskina: POLINOMIOEN ERAZTUNA: $K[X]$ .**

$K[X]$  polinomioen eraztunaren eraiketa. Polinomio baten maila. Zatigarritasuna: Zatiketaren Algoritmoa. Polinomio baten erroak. Polinomio irreduzibleak. Polinomio baten faktORIZAZIOA.

## Metodologia

Gai bakoitzean gomendatzen dugun metodologia irakurleak materiala ondo aprobetxatu dezan hurrengoa da:

- Material teorikoa sakonki ikasi, bibliografian aipatutako liburuetan dauden teoriako emaitzen frogapenak ulertuz.
- Ikasi ebatzitako ariketa praktikoak. Bertan oinarrizko teknikak aplikatzen dira.
- Ebatzi proposatutako ariketak.
- Autoebaluazio ariketak aztertu konprobatzeko benetan dena ulertu dutela.

Lehenengo gaitik hasia gomendatzen dugu oinarrizko elementuak eta hurrengo gaitan erabiltzen dugun notazio ulertu ahal izateko. Gaien orden logikoa jarraitzea gomendatzen dugu, hala ere, posible litzateke 2. Eta 3. Gaiak

alde batetik eta 4., 5. Gaiak bestetik ikastea. Irakurleak duen polinomioei buruzko informazioa eskasa bada, gomendatzen da Eranskina ikastea 2. eta 3.gaiak baino lehen.

### Kronograma

Gure ustean, kurtsoa aurrera eramateko denbora 15 astekoa da (lauhileko bat), astero 4 ordu ikasiz. Suposatzen badugu irakurleak Aljebra Linealaren oinarritzko elementuak ezagutzen dituela gai bakoitzeko beharko lukeen denbora hurrengoa izango zen:

1.gaiak: 5 ordu: 1,5 teoria ikasteko eta 3,5 ariketak egiteko.

2., 4. eta 5.gaiak: 15 ordu gai bakoitzeko: 6 teoria ikasteko eta 9 praktikak egiteko.

3. gaiak: 10 ordu: 4 teoria ikasteko eta 6 praktikak egiteko.