

Técnicas de diseño de algoritmos

Divide y Vencerás

Examen (Autoevaluación): con soluciones

Luis Javier Rodríguez Fuentes
Amparo Varona Fernández

Departamento de Electricidad y Electrónica
Facultad de Ciencia y Tecnología, UPV/EHU
luisjavier.rodriguez@ehu.es
amparo.varona@ehu.es

OpenCourseWare 2015
Campus Virtual UPV/EHU

Divide y Vencerás – Examen

1. Demostrar por inducción que:

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. Resolver exactamente la siguiente recurrencia mediante el método de la ecuación característica:

$$t(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 2 & n = 1 \\ 5t(n-1) - 6t(n-2) + 4n - 4 & n > 1 \end{cases}$$

3. Dados dos enteros $a, b > 0$, la potencia a^b puede calcularse haciendo $b - 1$ multiplicaciones (lo que supone una complejidad lineal con respecto a b , que es el tamaño del problema), pero eso podría resultar muy costoso si b es grande. Utilizando un esquema de tipo *Divide y Vencerás*, escribir en lenguaje Python una función que calcule a^b en tiempo logarítmico. Deberá demostrarse que la complejidad temporal de la solución propuesta $t(b) \in \Theta(\log b)$.
4. La **moda** de una secuencia es el valor que más veces se repite. Dado un vector v , de longitud n , escribir en lenguaje Python una función que retorne la moda de v , aplicando un esquema de tipo *Divide y Vencerás*. Calcular su complejidad temporal en función de n y expresarla en notación asintótica. **Sugerencia:** dado un tramo $[izq, der]$ del vector, aplicar una variación de la partición del *quicksort* que produzca 3 tramos disjuntos: $[izq, i - 1]$ con valores menores que el pivote, $[i, j]$ con valores iguales al pivote y $[j + 1, der]$ con valores mayores que el pivote. Nótese que el pivote se elige aleatoriamente entre uno de los valores almacenados en el tramo $[izq, der]$ de v , de modo que el tramo central $[i, j]$ contendrá al menos un elemento. Nótese también que si $i = izq$, el tramo $[izq, i - 1]$ estará vacío (lo mismo sucederá con el tramo $[j + 1, der]$ si $j = der$).