2. autoebaluazio proba

1. Idatzi -66.25 zenbakia era hauetan:

   (a) (a) Era bitarrean.

   (b) (b) Koma mugikorreko era normalizatuan.

   (c) (c) 32 biteko zehaztasun bakuneko kate baten bidez (IEEE-754 estandarrean).

2. Izan bedi urtegi kubiko bat, bere oinarri laukizuzenak $y = 110$ metroko luzera finkoa du eta x zabalera aldakorra. Baldin h ur-maila (metrotan) adierazpen honen arabera t denboraren (egunetan) eta x zabaleraren menpean badago:

$$h = \frac{t^2 \ln(x^2+2)}{x+4},$$

   zenbat neurtu behar du x zabalerak 4.5 egunetan urtegiak 10000 m^3 ur gordetzeko? Galdera hori erantzuteko aurkitu x aldagairako $[a, a+1]$ tarte egoki bat eta gero egin bi iterazio zuk aukeratutako metodo egokiena erabiliz.

3. a) Izan bedi $\boldsymbol{A}$ matrize ez-singular bat; hots, $\boldsymbol{A}^{-1}$ existitzen da eta bakarra da. Demagun sistema lineal hau:

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b},$$

   bere soluzio zehatza (eta bakarra) $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b}$ da. Demagun berdintzaren eskuin aldeko gaia $\boldsymbol{b}$ izatetik $\boldsymbol{b} + \delta\boldsymbol{b}$ izatera aldatzen dela (hots, $\boldsymbol{b}$ perturbatzen dugula), $\boldsymbol{A}$ berdina izanik. Izan bedi $\boldsymbol{x} + \delta\boldsymbol{x}_b$ aldatutako problemaren soluzio zehatza dela, alegia:

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x} + \delta\boldsymbol{x}_b) = \boldsymbol{b} + \delta\boldsymbol{b}.$$

   Baldin baldintzazko zenbakia $\kappa(\boldsymbol{A}) = \|\boldsymbol{A}^{-1}\| \cdot \|\boldsymbol{A}\|$ bada, aurrekoan oinarrituz frogatu hau egiaztatzen dela:

$$\frac{\|\delta\boldsymbol{x}_b\|/\|\boldsymbol{x}\|}{\|\delta\boldsymbol{b}\|/\|\boldsymbol{b}\|} \leq \kappa(\boldsymbol{A}) \qquad (*)$$

   b) Izan bedi $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ sistema non

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0.550 & 0.423 \\ 0.484 & 0.372 \end{bmatrix} \quad \text{eta} \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0.127 \\ 0.112 \end{bmatrix}.$$

   Baldin $\delta\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 0.00007 \\ 0.00028 \end{bmatrix}$ bada, egiaztatu $(*)$ desberdintza betetzen dela. Erabili norma infinitua.

4. Izan bitez $\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{R}^n$ Householder-en bektore bat eta $\boldsymbol{H} \in \boldsymbol{R}^{n\times n}$ elkartutako Householder-en matrizea.

   (a) Ikuspuntu geometriko batetik zer gertatzen da $\boldsymbol{x}$ bektore bati $\boldsymbol{H}$ matrizeaz aurrebiderkatzen diogunean? Nolakoa da $\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}$ bektorea $\boldsymbol{x}$ bektorearekiko?

   (b) Frogatu $\boldsymbol{H}$ simetrikoa eta ortogonala dela.

   (c) Baldin $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{H}_1\boldsymbol{H}_2\ldots\boldsymbol{H}_n$ bada ($\boldsymbol{H}_i$ Householder-en matrizeak $i = 1, 2, \ldots, n$), frogatu $\boldsymbol{Q}$ ortogonala dela.

5. Izan bitez datu hauek: (0,1), (0.25,1.284), (0.5,1.6487), (0.75,2.117). Doitu datu horiek bigarren mailako polinomio baten bidez eta bere koefizienteak aurkitzeko erabili minimo karratuen metodoa QR faktorizazioarekin. Bost digitu esangarri erabili eragiketa guztietarako. Zein da hondarra?

6. Aurkitu ondoko sistema ez-linealerako soluzioaren hurbilpen bat Newtonen metodoaren lehenengo iterazioa eginez, lau digitu esangarriko aritmetika erabiliz, $\boldsymbol{x}^{(0)} = (-0.5, -0.3, 5.1)^t$ hasierako hurbilpena izanik eta sortzen den sistema lineala ebazteko LU metodoa erabiliz pibotatze partzialarekin.

$$
\begin{aligned}
x_1 x_2 x_3 &= 1 \\
x_1 + 2x_2 &= 4 - x_3 \\
2x_1 + x_3 &= 4 - x_2
\end{aligned}
$$