

1. autoebaluazio proba

1. Izan bitez zuzen bateko (x_0, y_0) eta (x_1, y_1) puntuak, aurkitu lerro horren ebakitze puntua x ardatzarekin. Bi formula hauek erabil ditzakegu:

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \quad \text{eta} \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$

- a) Froga ezazu bi adierazpenak aljebraikoki ondo daudela.
b) $(x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$ eta $(x_1, y_1) = (1.93, 4.76)$ datuak eta hiru digituko aritmetika erabiliz, kalkula ezazu ebakidura bi metodoen bidez. Zein metodo da hobereena? Zergatik?
2. (A) Frogatu puntu finkoaren teoremako (i) atala. Hots, “Demagun (a) $F, F' \in C[a, b]$, (b) $K > 0$, (c) $p_0 \in (a, b)$ eta (d) $F(x) \in [a, b]$, $x \in [a, b]$ guztietarako. Orduan, badago F -ren $p \in [a, b]$ puntu finko bat.

(i) Baldin $|F'(x)| \leq K < 1$, $x \in [a, b]$ guztietarako, orduan p da F -ren puntu finko bakarra $[a, b]$ tartean eta $p_n = F(p_{n-1})$ iterazioa p puntura konbergitzen da. Kasu horretan, p puntu finko erakargarria dela esaten da.”

(B) Izan bedi $x + \ln x = 0$ ekuazioa, $x_0 = 0.55$ -tik hurbil erro bat daukala. Puntu finkoaren metodoa erabiltzeko, besteak beste, iterazio funtzio hauek erabil ditzakegu:

- a) $x_n = -\ln(x_{n-1})$,
b) $x_n = \exp(-x_{n-1})$,
c) $x_n = \frac{x_{n-1} + \exp(-x_{n-1})}{2}$.

Emandako x_0 hastapen-puntu horretarako, iterazio funtzio horietako zeintzuk konbergitzen dira? Horietako zein konbergitzen da azkarrago? (A) atala kontuan hartuz arrazoitu bi erantzunak iterazioak egin gabe. Kalkulatu iterazio funtzio horien lehenengo hiru iterazioak aurreko ondorioekin konparatzeko.

3. Izan bedi $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ sistema non

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Lau digitu esangarri erabiliz egin ondokoa.

- a) Ebatzi sistema lineal hori LU deskonposizioaz pibotaze partzialarekin.
b) Ebatzi sistema lineal hori QR faktORIZAZIOAREN bidez.
c) Zein da \mathbf{A} matrizearen bat-norma? Zein da $\kappa_1(\mathbf{A})$ (bat-normari dagokion \mathbf{A} -ren bal-dintzazko zenbakia)?
4. Izan bedi ekuazio ez-linealen sistema hau:

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= x^2 - 10x + y^2 + 8 = 0, \\ f_2(x, y) &= xy^2 + x - 10y + 8 = 0 \end{aligned}$$

- a) Deskribatu sistema ez-linealetarako Newton-en metodoa.
b) Lau digitu esangarri erabiliz ebatzi sistema hori Newton-en metodoaz, $(x_0, y_0) = (1.2, 1.2)$ hartuz, eta bukatu $\|\mathbf{f}(x, y)\|_\infty < 10^{-3}$ denean, non $\mathbf{f} = (f_1, f_2)$. Zenbat iterazio erabili ditugu? Zein da zehaztasun erlatiboa? Zein da gutxi gorabehera konbergentzia ordena?