2.9. Problemak

1. Defini ditzagun a, b, c eta d aldagaiak honela: $a = 14.75$, $b = -5.92$, $c = 61.4$ eta $d = 0.6(ab - c)$. MATLABen bitartez kalkula itzazu:

$$(a) \qquad a + \frac{ab(a+d)^2}{c\sqrt{|ab|}} \qquad\qquad (b) \qquad de^{d/2} + \frac{(ad+cd)/\left(\frac{25}{a}+\frac{35}{b}\right)}{a+b+c+d}$$

2. Sortu tarte berak bereizitako lerro-bektore bat 16 gai daukana, non lehenengo gaia 4 baita eta azkena 61.

3. Sortu zutabe-bektore bat non lehenengo gaia 31 baita, hurrengo gaiak txikiagoak egiten baitira -4 gehituz, eta azkena -9 baita. (Zutabe-bektore bat sor daiteke lerro-bektore bat irauliz).

4. Sortu jarraian ematen den matrizea. Lerroak sartzean, erabili bektoreen notazioa tarte berak bereizitako bektoreak sortzeko. (Hots, ez sartu gaiak banan-banan.)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 & 2.0000 & 3.0000 & 4.0000 & 5.0000 & 6.0000 \\ 3.0000 & 9.1667 & 15.3333 & 21.5000 & 27.6667 & 33.8333 & 40.0000 \\ 28.0000 & 27.7500 & 27.5000 & 27.2500 & 27.0000 & 26.7500 & 26.5000 \\ 6.0000 & 5.0000 & 4.0000 & 3.0000 & 2.0000 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$$

   Lehenengo bi ariketetan bi puntuen ikurra (:) erabiliz, egin hau:

   (a) Sortu 4gaiko lerro-bektore bat, `va` izenekoa, A-ren bigarren lerroko azken lau gaiak dauzkana.

   (b) Sortu 4gaiko zutabe-bektore bat, `vb` izenekoa, A-ren seigarren zutabeko gaiak dauzkana.

   (c) Sortu 3×4 matrizea, `B` izenekoa, A matrizearen 1., 2. eta 4. lerroetako eta 1., 2. 4. eta 7. zutabeetako gaiak erabiliz.

   (d) Sortu 2×3 matrizea, `C` izenekoa, A matrizearen 2. eta 4. lerroetako eta 2., 5. eta 6. zutabeetako gaiak erabiliz.

5. Demagun $y = \dfrac{(x^3+1)^2}{x^2+2}$ funtzioa. Kalkula ezazu y-ren balioa x-ren balio hauetarako: -1.6, -1.2, -0.8, -0.4, 0, 0.4, 0.8, 1.2. Ebatzi problema hau x bektore bat sortuz eta gero y bektore bat sortuz, gaiez gaiko kalkuluak erabiliz. Bikote horietarako egin grafiko bat, non puntuak izartxo batez adierazita agertzen baitira eta puntuak lotuta lerro beltzez. Etiketatu ardatzak.

6. Defini dezagun $a = 0.8$ eskalarra eta $x = -3, -2.8, -2.6, \ldots, 2.6, 2.8, 3$. Orduan, erabili aldagai horiek honela, y kalkulatzeko: $y = \dfrac{8a^2}{x^2+4a^2}$. Marraztu y, x-rekiko.

7. Erabili MATLAB frogatzeko $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{2n+1}$ serie infinituaren batura $\pi/4$-era jotzen duena. Egin batura, hori kalkulatuz, n-ren balio hauetarako:

   (a) $n = 100$
   (b) $n = 1000$
   (c) $n = 5000$

   Sortu `n` izeneko bektore bat alde bakoitzean, non lehenengo gaia 0 baita, gehikuntza 1 eta azken gaia 100, 1000 edo 5000 baita. Orduan, erabili gaiez gaiko kalkulua bektore bat sortzeko, non gaiak $(-1)^n \frac{1}{2n+1}$ baitira. Azkenik, erabili `sum` funtzioa seriearen gaiak batzeko. Konparatu (a), (b) eta (c) ataletan lortutako balioak $\pi/4$ balioarekin.

8. St. Louis-eko Sarrerako Arkua osatzen da ekuazio honen arabera:

$$y = 693.8 - 68.8 \cosh\left(\frac{x}{99.7}\right)$$

   (oinetan neurtuta). Egin Arkuaren marrazki bat non $-299.25 \leq x \leq 299.95$ oin.

9. Bektore bat honela emango dugu: `x=[15 85 72 59 100 80 44 60 91 38]`. Baldintzazko egiturak eta begiztak erabiliz, idatzi programa bat 59 baino handiagoak diren `x`-ko gaien batezbestekoa kalkulatzeko.

10. Kosinu funtzioaren balioa kalkula dezakegu serie infinitu honen bidez:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots$$

   Sortu M-fitxategi bat formula hori inplementatuz hau egiteko: $\cos x$-ren balioak kalkulatu, eta monitorean seriearen gai bakoitza erakutsi gehitzen dituen neurrian. Alegia, balio hauek elkarren segidan kalkulatu eta monitorean erakutsi:

$$\begin{aligned} \cos x &= 1 \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \\ &\vdots \end{aligned}$$

   eta segi horrela zuk aukeratutako ordenaraino. Aurreko balio hurbildu bakoitzerako, kalkulatu ehuneko errore erlatiboa eta erakutsi monitorean hau kontuan hartuz:

$$errorea = \frac{egiazkoa - seriearen\ hurbilpena}{egiazkoa} \times 100$$

   Proba bezala, erabili programa cos(1.5) kalkulatzeko, batuketan 8 batugai sartuta; hau da, seriea garatuz $x^{14}/14!$ batugairaino.

11. Planoko puntu bat kokatzeko, bi koordenatu behar ditugu:

    - Koordenatu kartesiarretan, (x, y) ardatzekiko distantzia horizontala eta bertikala.
    - Koordenatu polarretan, (r, θ) erradioa eta angelua.

    Koordenatu polarrak ezagutuz gero, nahiko erraza da koordenatu kartesiarrak kalkulatzea. Aldiz, alderantziz ez da hain erraza. Erradioa adierazpen honen bidez kalkulatzen dugu:

    $$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

    Puntua lehenengo edo laugarren koadrantean dagoenean (hots, $x > 0$), erraza da θ kalkulatzeko formula :

    $$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

    Beste kasuetarako agertzen da zailtasuna. Honako taula honek laburtzen ditu aukerak:

x	y	θ
<0	>0	$\arctan(y/x) + \pi$
<0	<0	$\arctan(y/x) - \pi$
<0	$=0$	π
$=0$	>0	$\pi/2$
$=0$	<0	$-\pi/2$
$=0$	$=0$	0

    Idatzi M-fitxategi ondo egituratu bat r eta θ kalkulatzeko, x-ren eta y-ren funtzioan. Adierazi θ-rako azken emaitzak, gradutan. Proba ezazu zure programa, kasu hauek balioztatuz:

x	y	r	θ
1	0		
1	1		
0	1		
-1	1		
-1	0		
-1	-1		
0	0		
0	-1		
1	-1		

12. Garatu M-fitxategi bat, non 0tik 100erako zenbakizko balio bat igortzen badiogu, hark taula honi jarraituz letrazko kategoria bat bueltatuko baitigu:

Letra	**Irizpidea**
A	$90 \leq$ zenbakizko balioa ≤ 100
B	$80 \leq$ zenbakizko balioa < 90
C	$70 \leq$ zenbakizko balioa < 80
D	$60 \leq$ zenbakizko balioa < 70
E	zenbakizko balioa < 60

13. Manning-en ekuazio hau erabil dezakegu uraren abiadura kalkulatzeko ubide ireki laukizuzen batean:

$$U = \frac{\sqrt{S}}{n}\left(\frac{BH}{B+2H}\right)^{2/3},$$

non U = abiadura (m/s), S = ubidearen malda, n = marruskadura koefizientea, B = zabalera (m) eta H = sakonera (m). Datu hauek eskuragarriak dira bost ubidetarako:

n	S	B	H
0.035	0.0001	10	2
0.020	0.0002	8	1
0.015	0.0010	20	1.5
0.030	0.0007	24	3
0.022	0.0003	15	2.5

Idatzi M-fitxategi bat ubide horietarako abiadura kalkulatzen duena. Sartu balio horiek matrize batean, non zutabe bakoitzak parametro bat adierazten baitu eta lerro bakoitzak ubide bat. Monitorean taula itxura izan behar du M-fitxategiaren irteerak; baina handituta, bosgarren zutabe batekin, non ubide bakoitzari dagokion abiadura agertzen baita, zutabeak etiketatzeko taularen goiburuak sartuta.

14. Habe baten desplazamendua honelako funtzio batek neurtzen du:

$$y(x) = \frac{-5}{6}[< x-0 >^4 - < x-5 >^4] + \frac{15}{6} < x-8 >^3 + 75 < x-7 >^2 + \frac{57}{6}x^3 - 238.25x,$$

non x habearen zeharkako distantzia baita eta *singulartasun funtzioa* honela definitzen baita:

$$< x-a >^n = \left\{ \begin{array}{ll} (x-a)^n, & x > a \text{ denean} \\ 0, & x \leq a \text{ denean} \end{array} \right\}$$

Garatu M-fitxategi bat, x abszisa eta y ordenatua dituen grafiko bat egiteko.

15. Likido baten B bolumena, r erradiodun eta L luzedun zilindro horizontal baten barnean, likidoaren h sakoneraren menpean dago formula honen bidez:

$$B = \left[r^2 \arccos\left(\frac{r-h}{r}\right) - (r-h)\sqrt{2rh-h^2}\right] L$$

Garatu M-fitxategi bat, bolumena/sakonera grafiko bat marrazteko. Proba ezazu programa $r = 2$ m eta $L = 5$ m denean.

16. "Zatitu eta erdibanatu" metodoa, a zenbaki positibo baten erro karratua hurbiltzeko metodo zaharra, honela formula daiteke:

$$x = \frac{x + a/x}{2}$$

Idatzi `while ... break` begiztako egituran oinarritutako M-fitxategi ondo egituratu bat, algoritmo hori inplementatzeko. Erabili koska egoki bat, egitura argi bat izateko moduan. Urrats bakoitzean, balioetsi zure hurbilpenaren errorea adierazpen honen bidez:

$$\varepsilon = \left| \frac{x_{berria} - x_{zaharra}}{x_{berria}} \right|$$

Errepikatu begizta ε-ren balioa, zuk emandako ε_e tolerantzia bat baino txikiago izan arte. Diseinatu zure programa, emaitza eta errorea emateko. Ziurta ezazu zuk kalkula ditzakezula zero edo zero baino txikiagoak diren zenbaki guztien erro karratuak. Azken kasu horretan, erakutsi emaitza zenbaki irudikari bat bezala. Esate baterako, monitorean -4-ren erro karratuaren itzultzeak $2i$ izan behar du. Proba ezazu zure programa $a = 0, 2, 4$ eta -9 balioztatuz, $\varepsilon_e = 10^{-4}$ hartuz.

17. *Zatikako funtzioak*, batzuetan, oso erabilgarriak dira menpeko aldagaiaren eta aldagai askearen arteko erlazioa ekuazio bakar batean adierazi ezin dugunean. Adibidez, honela deskriba liteke espazio-suziri baten abiadura:

$$v(t) = \begin{cases} 11t^2 - 5t, & 0 \leq t \leq 10 \\ 1100 - 5t, & 10 < t \leq 20 \\ 50t + 2(t-20)^2, & 20 < t \leq 30 \\ 1520e^{-0.2(t-30)}, & t > 30 \\ 0, & \text{beste kasu batean} \end{cases}$$

Garatu M-fitxategi bat v kalkulatzeko t-ren funtzioan. Orduan, erabili $v = v(t)$ funtzio hori, grafiko bat sortzeko $t = -5$etik $t = 50$eraino (t abszisa eta v ordenatua erakutsiz).