

EJERCICIO 1

Se trata de un proceso dicotómico con $p = 0.7$ y $n = 200$, que es demasiado grande para los valores de las tablas que se utilizan en el curso. Por ello, y como $np = 140 > 5$, $nq = 60 > 5$, podemos efectuar la aproximación normal de la distribución binomial teniendo en cuenta que hay que aplicar la corrección por continuidad \Rightarrow

$$s = \sqrt{npq} = 6.4807$$

$$B(200,0.7) \rightarrow N(np = 140, \sqrt{npq} = 6.4807)$$

$$p(X < 135) \cong p(X \leq 134.5) = p\left(Z \leq \frac{134.5 - 140}{6.4807}\right) = p(Z \leq -0.8487) =$$

$$1 - p(Z \leq 0.8487) = 1 - 0.8020 = 0.1980$$

EJERCICIO 2

Se trata de una variable aleatoria de Poisson ya que $p = 0.004 \ll 1$ y $n = 1875 > 50$. Así pues:

(a) $\lambda = np = 7.5$ estudiantes

(b) $s = \sqrt{\lambda} = 2.7386$ estudiantes

(c) $p(8 \text{ estudiantes} \leq X \leq 10 \text{ estudiantes}) =$

$p(X \leq 10 \text{ estudiantes}) - p(X \leq 7 \text{ estudiantes}) = 0.8622 - 0.5246 = 0.3376$

(estos valores se obtienen interpolando en las tablas existentes)

EJERCICIO 3

Se trata de un problema de contraste de hipótesis de diferencia de medias aritméticas de muestras independientes con pequeñas muestras (y en consecuencia, hay que utilizar como referencia el modelo teórico de la distribución t de Student).

Los valores numéricos necesarios para efectuar el contraste son:

$$\begin{array}{ll} \sum_{i=1}^5 x_{i_{CT}} = 14.3000 \text{ años} & \sum_{i=1}^5 x_{i_{ST}} = 8.3000 \text{ años} \\ \bar{x}_{CT} = 2.8600 \text{ años} & \bar{x}_{ST} = 2.0750 \text{ años} \\ s_{CT}^2 = 3.1064 \text{ años}^2 & s_{ST}^2 = 1.0219 \text{ años}^2 \\ s_{CT} = 1.7625 \text{ años} & s_{ST} = 1.0109 \text{ años} \\ \hat{s}_{CT}^2 = 3.8830 \text{ años}^2 & \hat{s}_{ST}^2 = 1.3625 \text{ años}^2 \\ \hat{s}_{CT} = 1.9705 \text{ años} & \hat{s}_{ST} = 1.1673 \text{ años} \end{array}$$

$$\hat{d} = \bar{x}_{CT} - \bar{x}_{ST} = 0.785 \text{ años}$$

$$\sigma_{\hat{d}} = \sqrt{\frac{\hat{s}_{CT}^2}{n_{CT}} + \frac{\hat{s}_{ST}^2}{n_{ST}}} = 1.0570 \text{ años}$$

$$\nu = n_{CT} + n_{ST} - 2 = 7 \text{ gdl}$$

$$\begin{cases} H_0 : \bar{d} = 0 \\ H_a : \bar{d} \neq 0 \end{cases}$$

que implica un contraste de dos colas. El estadístico de la prueba es:

$$t = \frac{\bar{x}_{CT} - \bar{x}_{ST} - \bar{d}}{\sigma_{\hat{d}}} = 0.7427$$

y el valor de referencia para el contraste

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 95 \% \Rightarrow \begin{cases} t_{97.5\%, 7 \text{ gdl}} = 2.36 \\ t_{95\%, 7 \text{ gdl}} = 1.89 \end{cases}$$

Así pues, como $t < t_{97.5\%, 7 \text{ gdl}}$ no hay, a partir de la muestra considerada, evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula. Es decir, el suero no es efectivo.

EJERCICIO 4

Es un problema de bondad de ajuste.

$$\begin{cases} H_0 : \text{La razón es } 5 : 2 : 2 : 1 \\ H_a : \text{La razón no es } 5 : 2 : 2 : 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = 10\% \Rightarrow 1 - \alpha = 90\% \\ \nu = n - 1 = 3 \text{ gdl} \end{cases} \Rightarrow \chi^2_{90\%, 3 \text{ gdl}} = 6.25$$

Para ello construimos la siguiente tabla:

	CACAHUETES	AVELLANAS	ANACARDOS	NUECES	TOTAL
OBSERVADOS $n^{(o)}$	269	112	74	45	500
$f^{(o)}$	0.5380	0.2240	0.148	0.0900	1
TEÓRICOS $n^{(t)}$	250	100	100	50	500
$f^{(t)}$	0.5000	0.2000	0.2000	0.1000	1
χ^2	1.4440	1.4400	6.7600	0.5000	10.1440

de donde se deduce el estadísticos de la prueba:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \frac{[n^{(o)} - n^{(t)}]^2}{n^{(t)}} = 10.1440$$

Ahora bien, $\chi^2 > \chi^2_{90\%, 3 \text{ gdl}} \Rightarrow$ existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula; es decir, la razón de reparto no es 5:2:2:1.