

## *Ejercicios de contraste de hipótesis*

- (1°) Se ha medido la concentración de una solución de  $K_2Cr_2O_7$  por sucesivas determinaciones colorimétricas (expresadas en molaridades  $\times 10^{-4}$ ): 1.22, 1.23, 1.18, 1.25, 1.22 y 1.24. ¿Se puede suponer que la concentración media del  $K_2Cr_2O_7$  es  $1.0 \times 10^{-4} M$ ?
- (2°) En una muestra aleatoria de diez latas de maíz de un proveedor A, el peso medio por lata fue  $\bar{y} = 9.4$  onzas, con desviación estándar  $s = 1.8$  onzas. ¿Contiene esta muestra suficiente evidencia para indicar que el peso medio es menor de 10 onzas a un nivel de significación  $\alpha = 0.01$ ?
- (3°) Se han efectuado 50 mediciones de la concentración de una solución (en  $\mu g/cc$ ):

54.20	51.73	52.56	53.55	56.15	57.50	52.94	54.25	54.46	53.08
53.82	54.15	53.10	51.56	53.43	53.77	55.88	54.96	58.51	54.65
55.13	51.12	53.73	55.01	55.57	53.95	53.39	54.30	52.89	57.35
55.77	52.22	54.55	56.78	56.00	57.27	54.89	57.05	56.25	56.35
56.52	56.91	52.35	52.02	58.16	57.73	55.33	54.13	56.60	55.21

¿Se puede afirmar que la concentración de dicha solución es igual o superior a 55  $\mu g/cc$  con un nivel de significación del 1 %?

- (4°) Se dispone de dos botellas abiertas que contienen ácido clorhídrico. Después de medir su concentración se han encontrado los siguientes resultados (expresados en normalidades):

$N_1$	$N_2$
15.75	15.58
15.64	15.49
15.92	15.72

Por otra parte, se sabe (por información suministrada por el fabricante) que la varianza media en los análisis de la concentración de ácido clorhídrico durante el último año de producción fue 0.016. A partir de estos datos, ¿es razonable creer que las dos botellas de ácido proceden de una misma concentración original con un nivel de confianza del 5 %?

- (5°) Para estudiar el efecto de un catalizador en un proceso de reducción de  $NO_2$  se han tomado como referencia dos concentraciones diferentes con los siguientes resultados:

Concentración	<i>Media de cada subgrupo, <math>\bar{X}_i</math></i> <i>(5 observaciones en cada uno)</i>			<b>Media del grupo, <math>\bar{X}_i</math></b> <b>(basada en 15 observaciones)</b>
	A	B	C	
<b>0.5 %</b>	5.18	5.52	5.42	5.37
<b>1.0 %</b>	5.58	5.62	5.82	5.67

¿Se puede deducir que no existe diferencia entre las medias de ambas concentraciones,  $\mu_{0.5\%}$  y  $\mu_{1.0\%}$  con un nivel de significación del 5 %?

- (6°) El tiempo de respuesta de computadora es el tiempo que un usuario debe esperar mientras el ordenador accede a la información en el disco. Supón que un centro de datos desea comparar los tiempos de respuesta medios de sus dos unidades de disco de computadora. Si  $\mu_1$  es el tiempo medio de respuesta del disco 1 y  $\mu_2$  es el tiempo medio de respuesta del disco 2, se desea detectar (si existe) una diferencia entre  $\mu_1$  y  $\mu_2$ . Los datos (en milisegundos) registrados fueron:

Disco 1 ( $n_1 = 13$ )				Disco 2 ( $n_2 = 15$ )			
59	73	74	61	71	63	40	34
92	60	84		38	48	60	75
54	73	47		47	41	44	86
102	75	33		53	68	39	

¿Hay pruebas suficientes de una diferencia entre los tiempos medios de respuesta de las unidades de disco para un nivel  $\alpha = 0.05$ ?

- (7°) Se desea estudiar la resistencia al agua de dos tipos de pintura, A y B. Para ello se toman cinco láminas de diversos materiales y se pinta cada cara de ellas con cada tipo de pintura. Después de un mes de exposición a las mismas condiciones meteorológicas los resultados fueron (en las unidades adecuadas): (Tipo A, Tipo B) =  $\{(1.57, 1.45), (1.46, 1.59), (1.53, 1.27), (1.30, 1.48), (1.37, 1.49)\}$ . Es plausible a un 5 % de nivel de significación: (a) ¿que la pintura A sea más resistente que la B?, (b) ¿que la pintura B sea más resistente que la A?, (c) ¿entre qué dos límites es razonable esperar que caiga dicha diferencia de medias con un 95 % de confianza?
- (8°) Unos laboratorios farmacéuticos realizaron un experimento con el fin de evaluar el efecto de un nuevo fármaco utilizando el laberinto de natación de T única. Se tomaron 19 ratas de agua y a cada una se le administró una dosis del fármaco. Se escogieron al azar un cachorro macho y uno hembra de la camada resultante para actuar en el laberinto. Se colocó a cada cachorro en un extremo del laberinto y se le permitió nadar hasta escapar con éxito por el otro extremo. Si el cachorro no conseguía escapar después de un cierto tiempo, se le colocaba otra vez al principio del laberinto y se le daba una nueva oportunidad. El experimento se repitió hasta que cada cachorro logró escapar tres veces. La tabla siguiente muestra el número de intentos que cada cachorro necesitó para escapar tres veces:

Cachorro	Macho	Hembra	Cachorro	Macho	Hembra
1	8	5	11	6	5
2	8	4	12	6	3
3	6	7	13	12	5
4	6	3	14	3	8
5	6	5	15	3	4
6	6	3	16	8	12
7	3	8	17	3	6
8	5	10	18	6	4
9	4	4	19	9	5
10	4	4			

¿Hay pruebas suficientes de una diferencia entre el número medio de intentos requeridos por cachorros machos y hembras con un nivel de significación del 10 %?, ¿y al 5 %?

- (9°) Se desea conocer si la proporción de todos los lotes de una línea de montaje que son satisfactorios es mayor que el 90 % con un nivel de significación del 5 %. Para ello se toma una muestra aleatoria de referencia de 100 lotes y se comprueba que 95 son satisfactorios. Comenta este resultado.
- (10°) La empresa X fabrica tubos de cobre haciendo uso de dos métodos distintos de anillado por compresión. Se toma una muestra de 100 tubos de cada método. Con el método 1 se observa que 10 tubos no fijan bien, mientras que con el método 2 son 3. Se desea conocer si las proporciones  $p_1$  y  $p_2$  de tubos que no fijan son las mismas para los dos métodos. ¿Se puede decir que  $p_1 - p_2 \neq 0$  con un nivel de significación del 1 %?. Trata de obtener la respuesta con las técnicas de estimación de intervalo y de contraste de hipótesis.
- (11°) Se han medido, bajo las mismas condiciones, las velocidades del flujo de agua fría en un intercambiador de calor (en  $m^3/min$ ): 5.84, 5.76, 6.03, 5.90 y 5.87. Es de la mayor importancia que la imprecisión (debida al propio proceso de medición) no afecte excesivamente esta medida. ¿Se puede estar razonablemente seguro que la varianza del proceso de medida es menor que 0.01 con un nivel de significación del 2.5 %?
- (12°) La tabla siguiente muestra la temperatura (en °C) de reacción de dos concentraciones diferentes del mismo catalizador (medidas en días diferentes).

	Concentración 1	Concentración 2
1	310.95	308.94
2	308.86	308.23
3	312.80	309.98
4	309.74	311.59
5	311.03	309.46
6	311.89	311.15
7	310.93	311.29
8	310.39	309.16
9	310.24	310.68
10	311.89	311.86
11	309.65	310.98
12	311.85	312.29
13	310.73	311.21

Para un nivel de significación del 2 %, ¿hay alguna diferencia significativa en las variaciones de temperatura de las dos concentraciones?. ¿La diferencia de temperaturas medias proporciona la misma conclusión?

- (13°) Una moneda de 500 pesetas se tira 100 veces, de las cuales 65 son caras. ¿Se puede afirmar con razón que esta moneda está trucada con un nivel de significación del 1 %?
- (14°) Se ha tomado una muestra aleatoria de 2640 estudiantes que viven en una residencia. A cada estudiante se le ha preguntado por sus hábitos diarios de comida mediante el cuestionario X. La misma información se ha obtenido a partir de otra muestra aleatoria de estudiantes con el cuestionario Y. Los resultados fueron los que se muestran en la siguiente tabla

Intervalo de clase	Número de estudiantes	
	X	Y
No se pierde ninguna comida a la semana	385	316
Se pierde de 1 a 4 comidas por semana	1490	1581
Se pierde de 5 a 8 comidas por semana	728	719
Se pierde 8 o más comidas por semana	37	24

Justificando la respuesta desde un punto de vista estadístico, ¿la diferencia de las dos series estadísticas puede ser debida puramente al azar?.

- (15°) Una planta piloto produce naftaleno basada en un método. Se proponen dos variaciones de dicho método con el fin de aumentar la pureza del naftaleno que se produce. La tabla siguiente refleja el resultado de pureza de los productos obtenidos en diversas simulaciones (en % de naftaleno):

<b>Condiciones A</b>	76.0	77.5	77.0	75.5	75.0		
<b>Condiciones B</b>	80.0	76.0	80.5	75.5	78.5	79.0	78.5

En cada serie, las condiciones se controlan de un modo normal y no hay evidencia de los registros de producción que haya ido nada mal.

- (a) El ingeniero de control informa que a la vista de estos datos, las condiciones B proporcionan mejor grado de pureza pero que el control es más pobre a estas condiciones. ¿Estás de acuerdo con él?. ¿Cuáles son las posibilidades de que se equivoque en cada una de estas conclusiones?
- (b) Para una única simulación bajo las condiciones B, ¿cuál es la probabilidad de que la pureza del producto sea mayor que el 76.0 %?
- (c) ¿Cuáles son los límites del intervalo de confianza (al 95 %) de la varianza de la población de las condiciones B a partir de estos datos?.
- (16°) Una urna contiene bolas rojas y azules. Para ensayar la hipótesis de proporciones iguales de estos colores, se acuerda en tomar una muestra de 64 bolas con remplazamiento, anotando los colores extraídos y adoptando la siguiente regla de decisión
- (i) Se acepta la hipótesis si se extraen entre 28 y 36 bolas rojas
- (ii) Se rechaza en caso contrario
- (a) Halla la probabilidad de rechazar la hipótesis cuando en realidad sea correcta
- (b) Interpreta gráficamente la regla de decisión y el resultado obtenido en (a)
- (c) ¿Qué regla de decisión se adoptaría si se quisiera que la probabilidad de rechazar la hipótesis siendo realmente correcta sea a lo sumo 0.01?
- (d) ¿A qué nivel de significación aceptaría, entonces, la hipótesis?
- (e) ¿Cuál sería la regla de decisión si se adoptara un nivel de significación del 0.05?
- Supóngase que se desea ensayar la hipótesis de que hay mayor proporción de bolas rojas que de azules.
- (f) ¿Cuál sería la hipótesis nula y la hipótesis alternativa?
- (g) ¿Se utilizaría un ensayo de una o de dos colas?, ¿por qué?
- (h) ¿Qué regla de decisión se adoptaría si el nivel de significación fuera del 0.5?
- (i) ¿Cuál sería la regla de decisión si el nivel de significación fuera del 0.01?
- (j) Determina la probabilidad de aceptar la hipótesis de que haya igual proporción de bolas rojas y azules cuando la proporción real  $p$  de bolas rojas sea 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 0.3, respectivamente.