

EJERCICIOS DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

(1°) Se describen a continuación cuatro experimentos. Identifica cuál de ellos puede ser tratado razonablemente como un experimento binomial. Si un experimento dado se ve claramente que no es binomial, establece qué es lo que lo descalifica. Si es un experimento binomial escribe la función de probabilidad para Y indicando los valores correspondientes de los parámetros n y p

- A. Cinco por ciento de las estampillas de una colección grande son extremadamente valiosas. Las estampillas se quitan de una en una hasta localizar diez estampillas valiosas. La variable aleatoria Y que se observa es el número total de estampillas que se quitan.
- B. Hay 15 estudiantes en la clase de estadística de Bill. Se escriben los nombres de estos estudiantes en tarjetas y se colocan dentro de una caja. Periódicamente se extrae de la caja al azar una tarjeta y al estudiante cuyo nombre aparece en la misma se le pide que declame. La tarjeta se devuelve a la caja y el proceso continúa. Sea Y el número de veces que se llame a Bill para que declame cuando el profesor hace cinco extracciones de la caja.
- C. Este experimento se efectúa de la manera descrita para el experimento (B.) salvo que cuando se extrae una tarjeta no se regresa a la caja. Sea Y el número de veces que se llama a Bill para que declame cuando el profesor ha hecho cinco extracciones de la caja.
- D. El sesenta por ciento de las casas de un condado determinado poseen seguro contra incendios. Una muestra de cinco casas se extrae al azar de este condado. Sea Y el número de casas aseguradas entre las cinco seleccionadas.

(2°) Durante la década de 1950 se realizaron varias pruebas de armas nucleares en el desierto de Nevada. Desde entonces, las estimaciones de exposición a la radiación de poblaciones fuera del sitio de las pruebas, sobre todo en Utah, han sido objeto de un gran esfuerzo de investigación científica. El Registro de Vigilancia, Epidemiología y Resultados Finales (SEER) recabó datos acerca de la incidencia de cáncer de la tiroides entre los residentes de Utah durante el período de 1973 a 1977. El SEER averiguó que la tasa de incidencia de cáncer en la tiroides entre hombres de 50 años de edad es de 3.89 en una población de 100000. Esto implica que la probabilidad de que un hombre de Utah de 50 años de edad desarrolle cáncer de la tiroides es de 0.0000389. En una muestra aleatoria de 1000 hombres de Utah de 50 años de edad, sea Y el número de los que desarrollaron cáncer de la tiroides.

- a) Calcula la media y la varianza de la distribución binomial.
- b) ¿Qué esperanza hay de encontrar por lo menos un hombre de 50 años con cáncer de tiroides entre los 1000?

(3°) La revista Organic Gardening realizó una encuesta para averiguar si los consumidores preferían frutas y verduras cultivadas con fertilizantes y plaguicidas (New York Times, 21-03-1989). Si los costos de los dos tipos de alimentos fueran los mismos, 85% dijo que preferiría la comida orgánica. Sorprendentemente, 50% dijo que preferiría la comida orgánica incluso si tuviera que pagar más por ella. Considere las preferencias de una muestra aleatoria de $n = 25$ consumidores.

- a) Suponiendo que los porcentajes de la encuesta reflejan las preferencias de la población, calcula la probabilidad de que por lo menos 20 de los 25 consumidores prefieran los alimentos cultivados orgánicamente, si los costos fueran iguales.
- b) Suponiendo que los porcentajes de la encuesta reflejan las preferencias de la población, calcula la probabilidad de que por lo menos 20 de los 25 consumidores prefieran los alimentos cultivados orgánicamente, incluso si los costos fueran mayores que los de los alimentos cultivados con fertilizantes y pesticidas..

(4°) En la historia de una enfermedad se ha encontrado que cerca de $\frac{1}{2}$ de sus víctimas se recuperan

- a) Encuentra la probabilidad de que exactamente uno de los siguientes cinco pacientes que sufran de esa enfermedad se recuperen.
- b) Encuentra la probabilidad de que cuando menos uno de los siguientes cinco pacientes afectados por la enfermedad se recuperen.

(5°) La probabilidad de lluvia es $\frac{1}{6}$ para cada día de la semana próxima. Para el propósito de este ejercicio supón que los siete días comprenden pruebas independientes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no llueva durante la próxima semana?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que llueva cuando menos dos de los siete días de la semana próxima?

(6°) Halla la probabilidad de que lanzando una moneda ideal 6 veces aparezcan (a) 0, (b) 1, (c) 2, (d) 3, (e) 4, (f) 5, (g) 6 caras.

(7°) Si X denota el número de caras en un solo lanzamiento de cuatro monedas, halla (a) $p(X = 3)$, (b) $p(X < 2)$, (c) $p(X \leq 2)$, (d) $p(1 < X \leq 3)$.

(8°) Un vendedor de seguros vende pólizas a cinco hombres, todos de la misma edad y con buena salud. De acuerdo con las tablas actuariales, la probabilidad de que un hombre de esa edad viva 30 años más es $\frac{2}{3}$. Halla la probabilidad de que después de 30 años vivan (a) los 5 hombres, (b) al menos 3, (c) solamente 2, (d) al menos 1.

(9°) Repetidas estadísticas en todo el mundo han dado origen a la siguiente distribución de probabilidad del sexo de un recién nacido:

Sexo:	0	1
Probabilidad:	0.485	0.515

en la que 0 indica que el recién nacido es hembra y 1 que es varón. Calcula la distribución de probabilidad según el sexo, de los próximos 10 nacimientos en un cierto hospital. Dibuja el histograma correspondiente. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de niñas esté comprendido entre 3 y 7?. ¿Cuántos niños esperas que nazcan?. Halla la media y la desviación típica de la distribución del número de varones en 10 nacimientos.

(10°) Un inversionista compra 5 viviendas como parte de su plan de inversiones. Supón que la probabilidad de obtener beneficio en cada una de ellas es de 0.9. Suponiendo que hay independencia:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga beneficio en todas ellas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que se pierda en todas ellas?

(11°) El 80% de los tubos fluorescentes de una cierta marca son de buena calidad (vida media superior a 700 horas), según se ha comprobado después de repetidas estadísticas. Tomamos al azar 300 tubos de dicha marca. ¿Te parece poco o muy probable que el número de tubos de buena calidad que haya entre los 300 esté comprendido entre 226 y 254, ambos incluidos?

(12°) Un laberinto para ratas tiene un corredor recto y al final una bifurcación; en la bifurcación la rata debe ir a la derecha o a la izquierda. Supón que se colocan 10 ratas en el laberinto de una en una. Si cada una de las ratas toma al azar una de las dos alternativas del laberinto ¿Cuál es la distribución del número de ratas que van a la derecha? ¿Y de las que van a la izquierda? ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 9 vayan al mismo lado?

(13°) Usted tiene una probabilidad de 0.01 de verse involucrado en un accidente el próximo año, siendo la probabilidad de que el accidente se repita prácticamente nula.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de verse involucrado al menos en un accidente durante los próximos 5 años?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de verse involucrado en un único accidente durante los próximos 5 años?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de no verse involucrado en ningún accidente?
- d) Responder a las tres preguntas anteriores en caso de que la probabilidad anual sea el doble.

(14°) Supongamos que las 4 erratas de un artículo de 10 páginas están distribuidas aleatoriamente.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una errata esté en la primera página?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya erratas en la primera página?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que en la primera página haya exactamente 3 erratas?

(15°) Una floristería está preparando una exhibición floral para dentro de seis meses, en la que deberá presentar sin falta 12 helechos exóticos. Sus investigaciones realizadas han probado que existe un 0.70 de probabilidad de que un si se planta ahora un helecho estará listo para dentro de seis meses. Sin embargo, está interesada en conocer la cantidad mínima de helechos que hay que plantar si desea contar en el plazo prefijado con al menos los 12 helechos y con al menos una probabilidad del 90%. (a) ¿Serán suficientes 15?. (b) ¿Serán suficientes 20?. (c) ¿Serán suficientes 30?. (d) Encuentra la cantidad mínima de helechos que es necesario plantar para asegurar al menos 12 helechos en el plazo fijado con una probabilidad de 0.90 o superior.

(16°) Se sabe en determinada ciudad costera que el 43 % de las langostas que se atrapan durante la época de freza tendrán huevas comestibles. El propietario de un restaurante querría disponer de 20 langostas con huevas para preparar una comida especial. ¿Cuál es la mínima cantidad de langostas que debería encargar si desea tener al menos 20 langostas con huevas disponibles con una probabilidad el 95 % o mayor?.

(17°) Como consecuencia de que no todos los pasajeros se presentan en el aeropuerto, si bien han reservado su vuelo, una compañía aérea vende 125 billetes para un vuelo que cuenta sólo con 120 pasajeros. La probabilidad de que un pasajero no se presente es de 0.10, y los pasajeros se comportan de forma independiente:

- (a) ¿cuál es la probabilidad de que cada pasajero que se presente pueda tomar el vuelo?
- (b) ¿cuál es la probabilidad de que el vuelo despegue con asientos vacíos?

(18°) Este ejercicio ilustra el impacto que una pobre calidad puede tener en los costes y en los programas. Un proceso de manufacturación tiene que satisfacer 100 pedidos de clientes. Cada pedido necesita un componente que se compra a un suministrador dado. Sin embargo, se ha observado que el 2 % de tales componentes suelen ser defectuosos, y se puede suponer que dichos componentes son independientes.

- (a) Si el fabricante almacena 100 componentes, ¿cuál es la probabilidad de que se satisfagan 100 pedidos sin volver a solicitar componentes?
- (b) Si el fabricante almacena 102 componentes, ¿cuál es la probabilidad de que se satisfagan 100 pedidos sin volver a solicitar componentes?
- (c) Si el fabricante almacena 105 componentes, ¿cuál es la probabilidad de que se satisfagan 100 pedidos sin volver a solicitar componentes?
- (d) Explica los resultados que se han obtenido

EJERCICIOS DE DISTRIBUCIÓN DE POISSON

- (1°) Si el 3 % de las bombillas fabricadas por una compañía son defectuosas, halla la probabilidad de que en una muestra de 100 bombillas (a) 0, (b) 1, (c) 2, (d) 3, (e) 4, (f) 5 sean defectuosas. Calcula además la probabilidad de que (g) más de 5, (h) entre 1 y 3, (i) 2 bombillas o menos sean defectuosas.
- (2°) Una bolsa contiene una bola roja y siete bolas blancas. Se extrae una bola y se observa su color. Entonces, la bola se devuelve a la bolsa y se mezclan. Utilizando (a) la distribución binomial y (b) la aproximación de Poisson a la distribución binomial, halla la probabilidad de que en 60 de tales extracciones salga la bola roja 3 veces.
- (3°) Un estudio de movimientos naturales de talud rocoso en las Rocosas canadienses durante los últimos 5000 años reveló que el número de avalanchas importantes por cada 100 kilómetros cuadrados tenía un valor esperado de 1.57 (*Canadian Geotechnical Journal*, noviembre de 1985).
- A. Calcula la media y la desviación estándar de Y (el número de avalanchas importantes por cada 100 kilómetros cuadrados en las Rocosas canadienses durante un período de 5000 años).
- B. ¿Qué probabilidad hay de observar tres o más avalanchas importantes en un área de 100 kilómetros cuadrados durante un período de 5000 años?.
- (4°) Según la National Office of Vital Statistics of the U. S. Department of Health, Education and Welfare, el promedio de ahogados en accidente por año en Estados Unidos es 3 de cada 100000 personas. Halla la probabilidad de que en una ciudad cuya población es de 200000 habitantes haya (a) 0, (b) 2, (c) 6, (d) 8, (e) entre 4 y 8, (f) menos de 3 ahogados por año.
- (5°) La variable aleatoria Y (el número de automóviles que llegan a una intersección durante un período específico) a menudo posee una distribución de probabilidad de Poisson (aproximada). Si se conoce la tasa media de llegada λ , la distribución de probabilidad de Poisson puede servir para ayudar a un ingeniero de tránsito a diseñar un sistema de control del tráfico. Supón que estima en un automóvil por minuto el número medio de llegadas al cruce.
- a) ¿Qué probabilidad hay de que en un minuto dado el número de llegadas sea de tres o más?
- b) ¿Puedes asegurar al ingeniero que el número de llegadas casi nunca será mayor que tres por minuto?.
- (6°) Entre las 2 y las 4 de la tarde el promedio de llamadas telefónicas que recibe la centralita de una compañía por minuto es 2.5.
- a) Si la capacidad de la centralita es de 3 llamadas, ¿qué probabilidad tendrá un comunicante de encontrar la centralita ocupada?

- b) ¿Qué capacidad deberá tener la centralita para que dicha probabilidad sea mayor o igual que 10%?

Nota: Haz el ejercicio haciendo uso de las tablas.

- (7°) Se utiliza la tasa de descarga (o respuesta) de las fibras nerviosas auditivas (registrada como el número de picos por 200 milisegundos (ms) de una ráfaga de ruido) para medir el efecto de estímulos acústicos sobre el nervio auditivo. Un estudio empírico de las tasas de respuesta del nervio auditivo en gatos arrojó una media de 15 picos/ms (*Journal of the Acoustical Society of America*, febrero de 1986). Sea Y la tasa de respuesta de las fibras del nervio auditivo de un gato escogido al azar entre los que intervinieron en el estudio.
- a) Si Y es aproximadamente una variable aleatoria de Poisson, calcula la media y la desviación típica de Y .
- b) Suponiendo que Y es Poisson, ¿qué probabilidad aproximada hay de que Y exceda a 27 picos/ms?
- c) En el estudio se determinó que la varianza de Y era “considerablemente menor” que 15 picos/ms. ¿Es razonable esperar que Y siga un proceso de Poisson?. ¿Cómo afectará esto a la probabilidad calculada en el apartado b)?
- (8°) La tabla adjunta muestra la estadística de accidentes de automóvil producidos en una ciudad a lo largo del año

Número de accidentes, y_i	Frecuencia, f_i
0	151
1	129
2	53
3	24
4	8
	365

Haciendo uso de estos datos estima la probabilidad de que en un día determinado se produzcan al menos 2 accidentes.

- (9°) La probabilidad de que un motor de avión falle durante un vuelo es de 0.01. Sabiendo que un avión puede completar el viaje si al menos la mitad de sus motores funcionan, decir qué será más seguro: un bimotor o un cuatrimotor.
- (10°) Supongamos que las 60 erratas de un artículo de 300 páginas están distribuidas aleatoriamente.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una errata esté en la primera página?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya erratas en la primera página?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que en la primera página haya más de 3 erratas?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que en la primera página haya menos de 3 erratas?

- (11°) Supongamos que, en promedio, una persona entre 1000 comete un error numérico al preparar la declaración de la renta. Si se seleccionan 10000 declaraciones al azar y se examinan, ¿cuál es la probabilidad? de que (a) 6, (b) 7 y (c) 8 de las declaraciones contengan un error?.
- (12°) Una compañía compra lotes grandes de cierta clase de dispositivo electrónico. Se utiliza un método que rechaza un lote si se encuentran dos o más unidades defectuosas en una muestra aleatoria de 100 unidades.
- (a) ¿Cuál es el número medio de unidades defectuosas que se encuentran en una muestra de 100 unidades si el lote tiene 1 % de defectuosas?.
- (b) ¿Cuál es la varianza?.
- (13°) Los cambios en los procedimientos de los aeropuertos requieren una gran planificación. Los índices de llegadas de los aviones es un factor importante a tener en cuenta. Suponga que los aviones pequeños llegan a cierto aeropuerto, de acuerdo con un proceso de Poisson, con un índice de seis por hora. De esta manera, el parámetro de Poisson para las llegadas en un período de t horas es $\lambda = 6t$.
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente cuatro aeronaves pequeñas lleguen durante un período de una hora?.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos cuatro lleguen durante un período de una hora?.
- (c) Si se define un día laboral como 12 horas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 75 pequeñas aeronaves lleguen durante un día?.