ANÁLISIS COMBINATORIO

Ejercicio 1

Hay 20 candidatos para 3 puestos distintos de ingeniero mecánico, ¿de cuántas formas se pueden ocupar dichos puestos?.

Ejercicio 2

¿De cuántas formas se pueden colocar 10 personas en un banco con capacidad para 4 personas?.

Ejercicio 3

Se cuenta con 4 analistas de sistemas y hay que asignar 3 de ellos al trabajo 1 y 1 al trabajo 2, ¿de cuántas formas posibles se puede efectuar la tarea?.

Ejercicio 4

¿De cuántas formas pueden ordenarse 5 bolas rojas, 2 bolas blancas y 3 bolas azules si las de igual color son: (a) indistinguibles, (b) distinguibles?.

Ejercicio 5

¿Cuántas muestras de 4 juntas unidas por soldadura blanda de estaño-plomo se pueden seleccionar de un lote de 25 juntas de este tipo disponibles para pruebas de resistencia?

Ejercicio 6

Hay 5 matemáticos y 7 físicos para formar un comité de 2 matemáticos y 3 físicos. ¿De cuántas formas pueden agruparse si:

(a) al comité puede pertenecer cualquier físico y cualquier matemático?
(b) un físico determinado debe pertenecer al comité?
(c) 2 matemáticos específicos no pueden estar en el comité?.

Ejercicio 7

Una persona tiene 5 monedas de diferentes valores. ¿Cuántas sumas distintas de dinero pueden hacerse con las 5 monedas?.

Ejercicio 8

De 100 solicitantes se contratarán 5 ingenieros de ventas, ¿de cuántos modos posibles puede realizarse la selección?

Teoría de la probabilidad

EJ 1. Un hombre lanza una moneda no trucada hasta obtener dos caras seguidas o hasta que en total hayan aparecido tres cruces (no necesariamente seguidas). Describir el espacio muestral y, supuestos independientes los diversos lanzamientos, calcular las probabilidades asociadas a cada suceso elemental. ¿Cuál es la probabilidad de que haya que proceder a más de tres lanzamientos para acabar el juego?.

EJ 2. Una urna tiene 4 bolas blancas y 2 bolas rojas. Se extrae una bola al azar. Si es roja se devuelve a la urna, y si es blanca no. En cualquier caso se efectúa una segunda extracción. Sean: A el suceso "la primera bola extraída sea blanca" y B el suceso " la segunda bola extraída sea blanca". Analizar si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones: (a) $p(A) = 2/3$, (b) $p(B/A) = 3/5$, (c) A y B son sucesos incompatibles, (d) A y B son sucesos independientes.

EJ 3. 4 turistas llegan a un pueblo que tiene 6 hoteles. Si los turistas eligen al azar el hotel donde se van a hospedar. ¿Cuál es la probabilidad de que: (a) todos se hospeden en hoteles distintos?, (b) por lo menos dos de ellos se hospeden en el mismo hotel?

EJ 4. Una urna I contiene 2 bolas rojas y 4 blancas y una urna II contiene 3 bolas rojas y 2 blancas. Se saca una bola de la urna I y se la coloca en la urna II, luego se saca una bola de ésta la cual resulta ser roja, ¿cuál es la probabilidad de que la bola pasada de I a II haya sido blanca?

EJ 5. Un profesor asigna una semana antes del examen un conjunto de 10 problemas. El examen consistirá de 5 problemas elegidos al azar de entre los 10 asignados. Un estudiante solo pudo resolver 7 de esos problemas. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante: (a) conteste bien 3 de las 5 preguntas? (b) tenga por lo menos 4 preguntas buenas?

EJ 6. Pedro desea enviar una carta a María. La probabilidad de que Pedro escriba la carta es de 0.80; la probabilidad de que el correo no la pierda es 0.90 y la probabilidad de que el cartero la entregue es 0.9. Si María no recibió la carta, ¿cuál es la probabilidad de que Pedro no la haya escrito?

EJ 7. ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia con tres hijos el menor de ellos sea varón si el mayor lo es?

EJ 8. Una compañía de seguros clasifica a sus clientes en tres grupos: bajo (A), medio (B) y alto riesgo (C). Sus estadísticas indican que la probabilidad de que haya implicados en un accidente en cada uno de los tres grupos es: 5 % (bajo riesgo), 15 % (riesgo medio) y 0.30 (alto riesgo). Además, se sabe que el 20 % de los afiliados es de bajo riesgo, 60 % de riesgo medio y 30 % de alto riesgo. Si un asegurado no sufrió durante el último año ningún accidente, ¿cuál es la probabilidad de que esté en cada una de las tres clases de riesgo de esa compañía?

EJ 9. El 70 por ciento de los pacientes de un hospital son mujeres y el 20% de ellas son fumadoras. Por otro lado el 40 por ciento de los pacientes hombres son fumadores. Se elige al azar un paciente del hospital, ¿cuál es la probabilidad de que sea fumador?

EJ 10. Dos personas eligen al azar un número natural entre 1 y n, donde $n \in \mathbb{N}$ está fijado. ¿Cuál es la probabilidad de que los números coincidan?

EJ 11. En un hospital el 98 por ciento de los bebes nacen vivos. Por otro lado 15% de todos los partos son por cesárea y de ellos el 96 % sobreviven al parto. Se elige al azar una mujer a la que no se va practicar cesárea, ¿cuál es la probabilidad de que el bebe viva?

EJ 12. Suponga que las condiciones que hacen llover o no en un día cualquiera dependen sólo de las condiciones del día inmediatamente anterior. Se sabe que si un día llueve, lloverá al siguiente con probabilidad 0.70, y que si un día no llueve , lloverá al siguiente con probabilidad 0.40. Sabiendo que hoy no llovió, calcula la probabilidad de que sí lo haba dos días después.

EJ 13. Suponga que los chips de un circuito integrado son probados con un cierto instrumento y la probabilidad de que se detecten los defectuosos es 0.99. Por otro lado hay una probabilidad de 0.95 de que un chip sea declarado como bueno si efectivamente lo es. Si el 1 por ciento de todos los chips son defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que un chip que es declarado como defectuoso sea en realidad bueno?.

EJ 14. Se escriben en cuatro cartulinas los números 1, 2, 3 y 123, respectivamente, y se escoge una de ellas al azar. Sean A, B y C los sucesos "salió un número que tenía los dígitos 1, 2 y 3", respectivamente. (a) ¿Son A, B y C sucesos independientes 2 a 2? (b) ¿Son A, B y C independientes?

EJ 15. Tres máquinas A, B y C producen piezas con una proporción de defectuosos del 5%, 3% y 2%, respectivamente. Se tiene un lote compuesto por 100 piezas de A, 50 de B y 50 de C. Se extrae una pieza al azar. (a) Calcular la probabilidad de que una pieza sea defectuosa (b) Si la pieza es defectuosa, calcular la probabilidad de que venga de A

EJ 16. En un programa de televisión hay cuatro cajas de las cuales tres están vacías y en una hay 1 millón de €. El concursante debe escoger al azar una de las cuatro cajas, el presentador del programa le ofrece un premio de consolación si se retira ahora, cosa que el concursante rechaza. De las cajas que el concursante no escogió el presentador abre dos, que resultan estar vacías. A continuación el presentador le propone un mejor premio de consuelo por retirarse en ese momento, el concursante rehúsa pero pide cambiar su elección por la que quedó cerrada de las que no había escogido. ¿Hizo lo correcto? Nota: suponer que el presentador sabe donde está la llave y quiere mantener el suspenso.

EJ 17. The following table lists the history of n wafers in a semiconductor manufacturing process. That is, the wafers were classified as either in the "centre" or at the "edge" of the sputtering tools that was used in manufacturing (location), and by the degree of contamination. Then, the proportion of wafers in each category is shown in such a table:

Number of contamination particles	Centre	Edge
0	0.30	0.10
1	0.15	0.05
2	0.10	0.05
3	0.06	0.04
4	0.04	0.01
5 or more	0.07	0.03

(a) What is the probability that a randomly selected wafer from this batch was in the centre of the sputtering tool?
(b) What is the probability that a wafer contains four or more particles ant it was at the edge?
(c) What is the probability that a wafer contains less than two particles or that it is both at the edge ant contains more than four particles?

Now, assume one wafer is selected at random from the set above. Let A denote the event that a wafer contains four or more particles, and let B be the event that a wafer is from the centre of the sputtering tool. Determine: (d) $p(A)$, (e) $p(A \mid B)$, (f) $p(B)$, (g) $p(B \mid A)$, (h) $p(A \cap B)$, (i) $p(A \cup B)$.