

Seminario de problemas

Fecha de entrega:

ALUMNO		
---------------	--	--

- (1º) Las bodegas modernas utilizan vehículos guiados automatizados para el manejo de materiales. En consecuencia, la disposición física de la bodega debe diseñarse con cuidado a modo de evitar la congestión de los vehículos y optimizar el tiempo de respuesta. Se ha estudiado el diseño óptimo de una bodega automatizada. La disposición empleada supone que los vehículos no se bloquean entre sí cuando viajan dentro de la bodega (es decir, que no hay congestión). La validez de este supuesto se verificó simulando (en un ordenador) las operaciones de la bodega. En cada simulación se varió el número total de vehículos y se registró el tiempo de congestión (el tiempo total que un vehículo bloqueó a otro). Los datos se muestran en la siguiente tabla donde NV es el número de vehículos y TC es el tiempo de congestión (en minutos).

NV	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
TC	0	0	0.02	0.01	0.01	0.01	0.03	0.03	0.02	0.04	0.04	0.04	0.03	0.04	0.05

Algo que interesa a los investigadores es la relación entre el tiempo de congestión y el número de vehículos. Para ello:

- (A) Construye el diagrama de dispersión para los datos de la tabla.
 - (B) Encuentra la recta de mínimos cuadrados que relaciona el número de vehículos con el tiempo de congestión.
 - (C) Traza la recta de mínimos cuadrados en la gráfica del apartado (A).
 - (D) Interpreta los valores de $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.
 - (E) Calcula SSE, s^2 y s . Interpreta el valor de s .
 - (F) Determina un intervalo de confianza del 95 % para $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.
 - (G) Estima el incremento medio en el número de vehículos por cada incremento unitario del tiempo de congestión empleando un intervalo de confianza del 97.5 %. Interpreta el resultado.
 - (H) Calcula r , r^2 . Interpreta los resultados.
- (2º) La Comisión Federal de Comunicaciones (FCC) de Estados Unidos especifica que las emisiones electromagnéticas radiadas por dispositivos digitales se deben medir en un sitio de prueba de campo abierto. A fin de verificar la aceptabilidad de un sitio de prueba es preciso evaluar la atenuación del sitio (es decir, la pérdida de transmisión desde la entrada de un dipolo de media onda hasta la

UNIDAD TEMÁTICA 8
REGRESIÓN LINEAL Y
CORRELACIÓN

salida de otro cuando ambos dipolos se colocan sobre el plano de tierra). Un estudio realizado en un sitio de prueba produjo los siguientes resultados de atenuación A del sitio (en db.) (variable Y) y frecuencia de transmisión FT (en Mhz.) (variable X) para dipolos a una distancia de tres metros

FT	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
A	11.5	15.8	18.2	22.6	26.2	27.1	29.5	30.7	31.3	32.6	34.9

- (A) Elabora un diagrama de dispersión para los datos. ¿Es evidente una relación lineal entre FT y A?
- (B) Encuentra la recta de mínimos cuadrados que relaciona la atenuación de lugar con la frecuencia de transmisión
- (C) Traza la recta de mínimos cuadrados sobre el diagrama de dispersión para verificar los cálculos.
- (D) Interpreta los valores de $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.
- (E) Calcula SSE, s^2 y s. Interpreta el valor de s.
- (F) Prueba la hipótesis de que $\hat{\beta}_1 = 0$ con un nivel de significación del 1 %.
- (G) Calcula r, r^2 . Interpreta los resultados.
- (H) Establece un intervalo de predicción de 90 % para la atenuación de sitio de dipolos con frecuencia de transmisión de 350 Mhz.
- (I) Determina un intervalo de confianza de 90 % para la atenuación de sitio media de todos los conjuntos de dipolos con frecuencia de transmisión de 350 Mhz.
- (J) Compara y comenta los resultados de los apartados (H) e (I).
- (K) ¿Se podría reducir el tamaño de cualquiera de los intervalos, o de ambos, aumentando el tamaño de la muestra?. Explicálo.
- (3º) Los ingenieros civiles a menudo utilizan la ecuación de la recta $E[y] = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ para modelar la relación entre la resistencia de corte media $E[y]$ de las juntas de albañilería y el esfuerzo de precompresión x. Una serie de pruebas de esfuerzo con tabiques sólidos dispuestos en tripletas y unidos con cemento. Se varió el esfuerzo de precompresión (EPC \equiv variable x) para cada tripleta (T) y se registró la carga de corte máxima justo antes de la ruptura (llamada resistencia de corte (RC \equiv variable y, en N/mm²)):

T	1	2	3	4	5	6	7
RC	1.00	2.18	2.24	2.41	2.59	2.82	3.06
EPC	0.00	0.60	1.20	1.33	1.43	1.75	1.75

- (A) Dibuja los siete datos en un diagrama de dispersión. ¿Parece ser lineal la relación entre la resistencia de corte y el esfuerzo de precompresión?
- (B) Utiliza el método de mínimos cuadrados para estimar los parámetros del modelo lineal.
- (C) Interpreta los valores de $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$.
- (D) Calcula SSE, s^2 y s. Interpreta el valor de s.

UNIDAD TEMÁTICA 8
REGRESIÓN LIENAL Y
CORRELACIÓN

- (E) Prueba la hipótesis de que la pendiente de la recta de mínimos cuadrados es positiva con un nivel de significación del 10 %.
- (F) ¿Hay suficientes evidencias que indiquen que la carga de corte máxima (justo antes de la ruptura) aumenta linealmente con el esfuerzo de precompresión para un nivel de significación del 2.5 %?.
- (G) Calcula r , r^2 . Interpreta los resultados.
- (H) Establece un intervalo de confianza del 95 % para la carga de corte máxima cuando el esfuerzo de precompresión de 2 unidades.
- (4º) Un túnel cuántico es el fenómeno por el que un sólido pasa a través de otro. Se coloca helio sólido en un refrigerador en dilución junto con una sustancia sólida impura, y se registra la proporción de la impureza (PI, en peso) que atraviesa el helio sólido en función de la temperatura (T, en °C).

PI	0.204	0.315	0.202	0.620	0.715	0.935	0.957	0.906	0.985	0.987
T	-256	-262	-265	-267	-270	-272	-272	-272	-273	-273

- (A) Construye un diagrama de dispersión para los datos.
- (B) Encuentra la recta e mínimos cuadrados para los datos y trázala sobre el diagrama de dispersión.
- (C) Define β_1 en el contexto del ejercicio.
- (D) Prueba la hipótesis (con $\alpha = 0.05$) de que la temperatura no contribuye con información a la predicción de la proporción de impurezas que atraviesa el helio cuando se utiliza un modelo lineal.
- (E) Establece un intervalo de confianza del 90 % para β_1 . Interpreta los resultados.
- (F) Calcula el coeficiente de correlación para los datos dados.
- (G) Calcula el coeficiente de determinación para el modelo lineal del apartado (B). Interpreta su resultado.
- (H) Establece un intervalo de confianza del 99 % para la proporción de impurezas que atraviesa el helio cuando la temperatura se fija en -270 °C.
- (I) Estima la proporción media de impurezas que atraviesa el helio cuando la temperatura se fija en -270 °C, con un intervalo de confianza del 99 %.
- (5º) Un ingeniero realizó un estudio con miras a determinar si existe una relación lineal entre la resistencia a la ruptura (RR) de vigas de madera y el peso específico relativo (PER) de la madera. Diez vigas fueron seleccionadas al azar con las mismas dimensiones de sección transversal, y se sometieron a esfuerzo hasta romperse con los datos de la tabla

Viga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PER	0.499	0.558	0.604	0.441	0.550	0.528	0.418	0.480	0.406	0.467
RR	11.14	12.74	13.13	11.51	12.38	12.60	11.13	11.70	11.02	11.41

Analiza los datos del ingeniero.

- (6º) En la tabla siguiente se muestra una porción de los datos experimentales obtenidos en un estudio de la resistencia radial a la tensión de tubos de cemento (con unas mismas condiciones geométricas y estructurales).

EDAD	20	20	20	25	25	25	31	31	31
CARGA	11450	10420	11142	10840	11170	10450	9470	9190	9540

Si la respuesta Y es la carga (en N/cm^2) que se aplica antes de que se observe en el tubo la primera grieta, y la variable independiente X es la edad del tubo (en días) en el momento de la prueba:

- (A) Calcula $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$, s y r^2 . Interpreta dichos valores.
- (B) ¿Los datos proporcionan pruebas suficientes que indiquen que la carga que debe aplicarse antes de que se observe la primera grieta disminuye linealmente al aumentar la edad del tubo con un $\alpha = 0.05$?
- (C) Estima (con un intervalo de confianza del 95 %) la carga media que debe aplicarse a especímenes de tubos con una edad de 28 días antes de que se observe la primera grieta.
- (7º) Se ha realizado un experimento con objeto de estudiar el agrietamiento por esfuerzos de corrosión de acero inoxidable tipo 304 en un entorno simulado de reactor con agua en ebullición. La tabla presenta la carga máxima (CM, en $\text{Mpa m}^{1/2}$) y la rapidez de crecimiento de grietas resultante (RCG, en $\text{m/s} \times 10^{10}$) para seis muestras del mencionado acero

CM	30.0	35.6	41.5	50.2	55.5	61.1
RCG	1.0	2.2	3.9	5.8	5.0	14.0

- (A) ¿Hay suficientes pruebas que indiquen que la rapidez de crecimiento de grietas aumenta linealmente con la carga máxima con $\alpha = 0.10$? Estima el incremento medio en la rapidez de crecimiento de grietas por cada incremento unitario en la carga máxima, empleando un intervalo de confianza de 90 %. Interpreta el resultado.