

# PROBLEMAS DE FUNDAMENTOS DE TECNOLOGÍA ELÉCTRICA. SEGUNDA PARTE

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y  
AUTOMÁTICA

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

GRADO EN INGENIERÍA QUÍMICA INDUSTRIAL

Iñaki ARRANBIDE  
Puy ARRUTI  
Olatz AZURZA  
Julián MOLINA

Elena MONASTERIO  
Juan José UGARTEMENDIA  
Itziar ZUBIA

Donostia - San Sebastián, Junio 2013



# Índice general

9. CIRCUITOS MAGNÉTICOS	1
10. TRANSFORMADOR	7
11. MÁQUINA ASÍNCRONA O DE INDUCCIÓN	11
12. MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA	15



## Capítulo 9

# CIRCUITOS MAGNÉTICOS

1. Un protón se mueve con una velocidad de  $8 \cdot 10^6$  m/s a lo largo del eje X, entrando en una región del espacio donde existe un campo magnético de módulo 2,5 T situado en el plano XY formando un ángulo de  $60^\circ$  con el eje X. Calcula la fuerza magnética que actúa sobre el protón y su aceleración cuando entra en dicha región, sabiendo que la masa de un protón es  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.
2. Considera un electrón que se encuentra próximo al ecuador magnético. ¿En qué dirección se deflejaría si su velocidad estuviera dirigida hacia: a) abajo; b) norte; c) oeste; d) este?
3. Un protón moviéndose con una velocidad de  $4 \cdot 10^6$  m/s a través de un campo magnético de 1,7 T experimenta una fuerza magnética de  $8,3 \cdot 10^{-13}$  N. ¿Cuál es el ángulo entre la velocidad del protón y el campo?
4. En la región del espacio donde está situado el cubo de la figura 9.1, existe una inducción magnética  $\underline{B} = (5\hat{u}_x + 4\hat{u}_y + 3\hat{u}_z)$  T. Si el lado del cubo es de 2,5 cm, calcula: a) el flujo magnético que atraviesa la cara lateral derecha del cubo; b) el flujo magnético total que atraviesa el cubo.

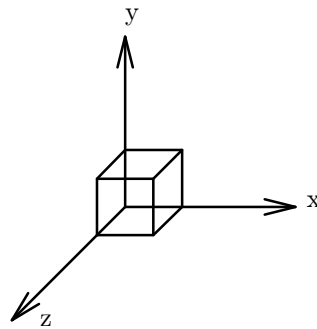


Figura 9.1: Figura del problema 4.

5. Un solenoide sin núcleo que transporta una determinada intensidad de corriente genera una inducción magnética en su eje de 10,1 mT. Calcula: a) el valor de la excitación magnética en su eje; b) los valores de la inducción y de la excitación magnética en su eje si su núcleo es de tungsteno, cuya susceptibilidad magnética es  $6,8 \cdot 10^{-5}$ .
6. Un solenoide está arrollado alrededor de un núcleo de tungsteno y transporta una determinada corriente. Si se extrae el núcleo mientras la corriente permanece constante, ¿la inducción magnética dentro del solenoide crece o decrece? ¿En qué porcentaje?
7. Cuando una muestra de líquido se inserta en un solenoide que transporta una determinada intensidad de corriente constante, la inducción magnética del solenoide disminuye un 0,004%. ¿Cuál es la susceptibilidad magnética del núcleo?

8. El valor de la inducción magnética en el eje de un solenoide que transporta una corriente de 10 A es de 62,8 mT cuando no tiene núcleo. Calcula la variación que sufre la inducción si se utiliza un núcleo a) de aluminio ( $\chi_m = 2,3 \cdot 10^{-5}$ ); b) de plata ( $\chi_m = -2,6 \cdot 10^{-5}$ ).
9. En el caso del hierro recocido la permeabilidad relativa tiene un valor máximo de unos 5500 cuando la excitación magnética alcanza un valor de 125 A/m. Hallar la inducción magnética cuando la permeabilidad es máxima.
10. Calcula el valor de la permeabilidad relativa del núcleo de un solenoide, sabiendo que los valores de la inducción y de la excitación magnética en su eje son, respectivamente, 1,72 T y 10 kA/m.
11. Cuando el núcleo de un toroide está relleno de un material paramagnético, cuya susceptibilidad es  $2,9 \cdot 10^{-4}$ , la inducción magnética en el interior del núcleo vale 3,02 mT. a) ¿Cuál sería el valor de la inducción magnética si no estuviera presente el núcleo paramagnético?; b) ¿Y si se sustituyera el núcleo paramagnético por hierro dulce cuya permeabilidad relativa es 500?
12. En la figura 9.2 se muestra un circuito magnético de sección recta cuadrada. Halla la densidad de flujo en el entrehierro cuando la fuerza magnetomotriz total es de 200 A. Supón que el material ferromagnético del núcleo es blando, con una permeabilidad relativa constante de valor  $\mu_r = 4.000$ . Las dimensiones del núcleo son:  $l_a = l_b = 1$  m (longitudes medias de las mitades derecha e izquierda),  $l_c = 0,34$  m (longitud media de la columna central),  $l_g = 0,76$  mm (longitud del entrehierro) y  $S = 7,9 \cdot 10^{-3}$  m<sup>2</sup>.

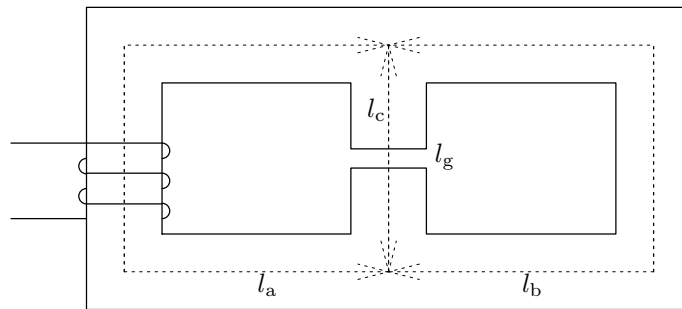


Figura 9.2: Circuito magnético de los problemas 12 y 13.

13. Halla la fuerza magnetomotriz necesaria para producir una densidad de flujo de 0,2 T en el entrehierro del circuito magnético de la figura 9.2.
14. Calcula el valor de la inducción magnética en el entrehierro en el circuito magnético de la figura 9.3, sabiendo que la longitud media del hierro es 120 cm, la longitud del entrehierro es 2 mm, el área transversal vale 10 cm<sup>2</sup>, la permeabilidad relativa del hierro tiene un valor de 1.000,  $N_1 = 5$ ,  $N_2 = 10$ ,  $I_1 = 2$  A e  $I_2 = 0,1$  A.

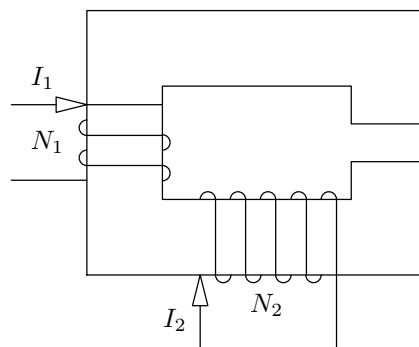


Figura 9.3: Circuito magnético del problema 14.

15. Cada una de las bobinas del circuito magnético de la figura 9.4 tiene 200 vueltas y la permeabilidad relativa del núcleo es 1.000. Las cotas están en cm. Calcula: a) el flujo de cada una de las columnas; b) la densidad de flujo magnético en cada una de las columnas. En la figura, las medidas están expresadas en cm.

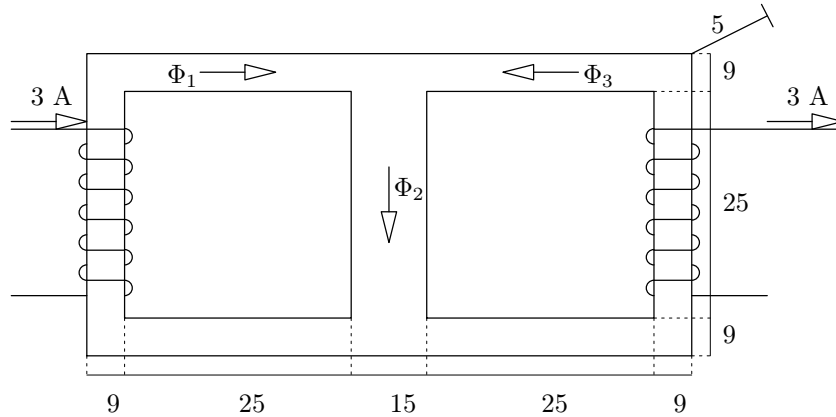


Figura 9.4: Circuito magnético del problema 15.

16. La bobina del circuito magnético de la figura 9.5 lleva una intensidad de corriente de 2 A y la permeabilidad relativa del hierro es 1.0000. Calcula la reluctancia magnética del circuito, el flujo magnético y el número de vueltas de la bobina para que la inducción magnética en el entrehierro sea 1 T. Las dimensiones están expresadas en cm.

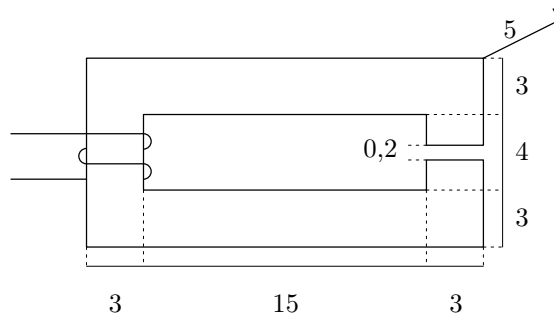


Figura 9.5: Circuito magnético del problema 16.

17. La curva  $B-H$  del hierro de los circuitos magnéticos de la figura 9.6 se corresponde a los valores de la tabla 9.1. Calcular para los cuatro circuitos: a) valores de  $B$  en los puntos P, Q y R; b) valores de  $H$  en los puntos P, Q y R. Además, en los circuitos 1, 2 y 3 halla: c) la reluctancia del hierro; d) la reluctancia del entrehierro (si existe); e) la reluctancia del circuito.

$B$ (T)	0,00	0,05	0,15	0,29	0,43	0,54	0,62	0,69	0,74
$H$ (A/m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$B$ (T)	0,79	0,83	1,07	1,23	1,30	1,32	1,33	1,49	
$H$ (A/m)	90	100	200	400	600	800	1.000	5.000	

Tabla 9.1: Tabla  $B-H$  del núcleo de los circuitos magnéticos de los problemas 17 y 18.

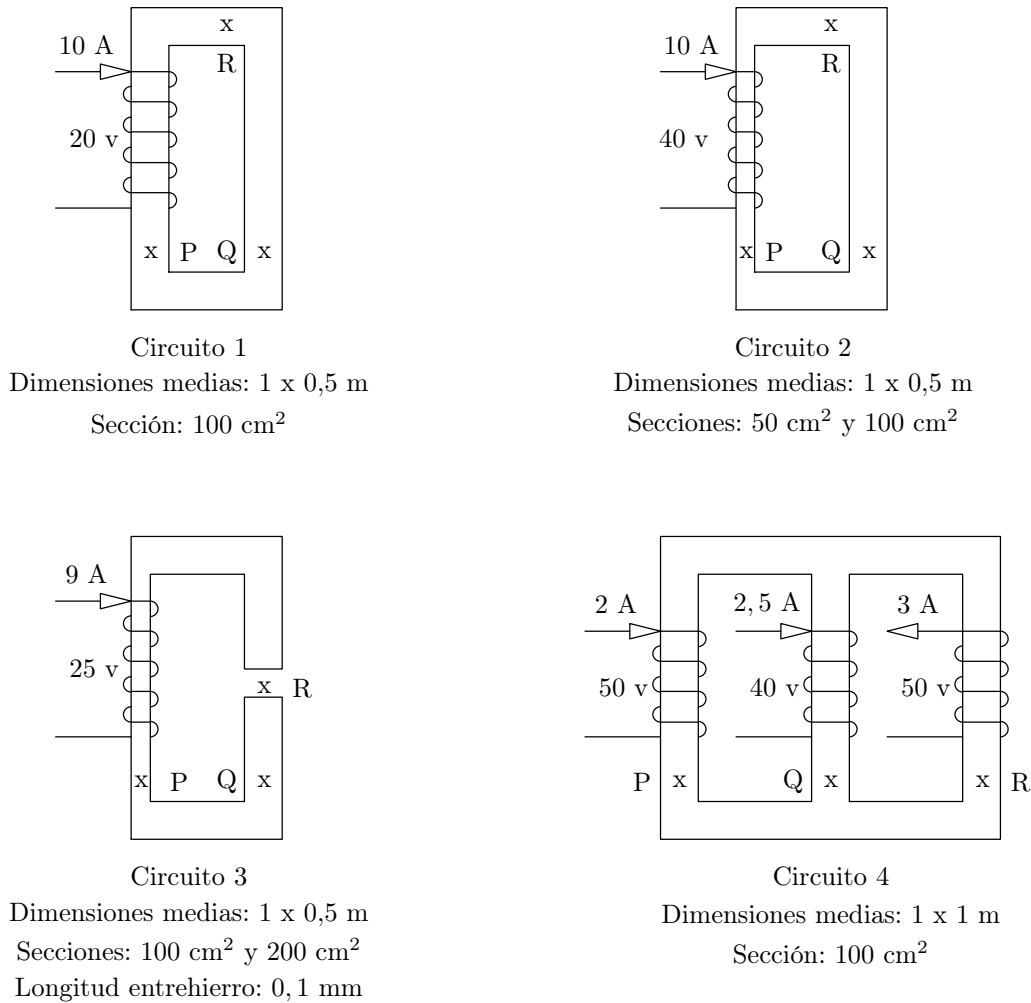
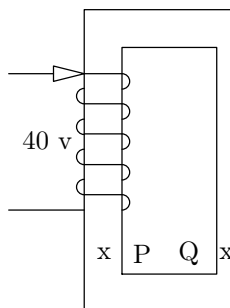


Figura 9.6: Circuitos magnéticos del problema 17.

18. La curva  $B$ - $H$  del hierro del circuito magnético de la figura 9.7 se corresponde a los valores de la tabla 9.1. Dicho circuito presenta una reluctancia total de  $44.000 \text{ H}^{-1}$ . Calcular: a) el valor de la intensidad de corriente que circula por el bobinado; b) los valores  $B$  y  $H$  en los puntos P y Q.
19. Algunas veces la curva  $B$ - $H$  de un material puede expresarse por la ecuación de Froelich,  $B = \frac{aH}{b+H}$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes del material. Sean  $a = 1,5 \text{ T}$  y  $b = 100 \text{ A/m}$ . Un circuito magnético consta de dos partes, de longitudes  $l_1$  y  $l_2$  y áreas de sección transversal  $A_1$  y  $A_2$ . Si  $A_1 = 25 \text{ cm}^2 = 2 \cdot A_2$  y  $l_1 = 25 \text{ cm} = l_2/2$  y si el núcleo es portador de una fuerza magnetomotriz de  $1.000 \text{ A}$ , calcula el flujo en el núcleo.
20. La característica  $B$ - $H$  de un cierto material ferromagnético puede simplificarse tal y como se muestra en la figura 9.8. Bajo este supuesto, calcular la inductancia de una bobina anular formada por 100 espiras y arrollada sobre un núcleo de sección rectangular de radio interno  $R_1 = 4 \text{ cm}$ , radio externo  $R_2 = 6 \text{ cm}$  y altura  $b = 1 \text{ cm}$ , y hecho con el material anteriormente señalado, cuando la corriente del arrollamiento es de  $1 \text{ A}$ .
21. Una bobina de resistencia despreciable tiene 300 vueltas y su flujo de dispersión es despreciable. Al ensayar la bobina se obtienen los siguientes resultados: 30 V, 60 Hz, 10 A y 50 W. Calcula: a) el circuito equivalente; b) desfase de la corriente respecto a la tensión.





Dimensiones medias: 1 x 0,5 m  
Secciones: 50 cm<sup>2</sup> y 100 cm<sup>2</sup>

Figura 9.7: Circuito magnético del problema 18.

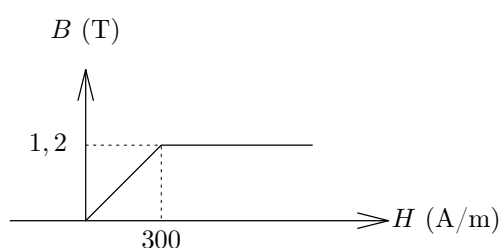


Figura 9.8: Característica B-H del núcleo del circuito del problema 20.

**SOLUCIONES**

1.  $2,77 \cdot 10^{-12} \hat{u}_z$  N;  $1,66 \cdot 10^{15} \hat{u}_z$  m/s<sup>2</sup>.
2. a) oeste; b) no se deflectaría; c) arriba; d) abajo.
3. 49,7° o 130,3°.
4. a) 3,13 mWb; b) 0.
5. a) 8.037 A/m; b) la inducción es un  $6,8 \cdot 10^{-3}$  % mayor y la excitación es igual.
6. Disminuye un  $6,8 \cdot 10^{-3}$  %.
7.  $-0,004 \cdot 10^{-2}$ .
8. a) Aumenta un  $2,3 \cdot 10^{-3}$  %; b) disminuye un  $2,6 \cdot 10^{-3}$  %.
9. 0,86 T.
10. 137.
11. a) Un  $2,9 \cdot 10^{-2}$  % menor; b) 1,5 T.
12. 0,13 T.
13. 312,45 A.
14. 3,5 mT.
15. a)  $\Phi_1 = \Phi_3 = 2,40$  mWb;  $\Phi_2 = 4,72$  mWb; b)  $B_1 = B_3 = 0,53$  T;  $B_2 = 0,63$  T.
16.  $1,08 \cdot 10^6$  H<sup>-1</sup>; 1,5 mWb; 810 vueltas.

17. Circuito 1: a)  $B_P = B_Q = B_R = 0,67 \text{ T}$ ; b)  $H_P = H_Q = H_R = 67 \text{ A/m}$ ; c)  $R_{m-Fe} = 30,3 \text{ mH}^{-1}$ ; d)  $R_{m-g} = 0$ ; e)  $R_m = 30,3 \text{ mH}^{-1}$ .  
 Circuito 2: a)  $B_P = 1,15 \text{ T}$ ;  $B_Q = B_R = 0,58 \text{ T}$ ; b)  $71,4 \text{ mH}^{-1}$ ; d)  $R_{m-g} = 0$ ; e)  $R_m = 71,4 \text{ mH}^{-1}$ .  
 Circuito 3: a)  $B_P = 0,85 \text{ T}$ ;  $B_Q = B_R = 0,43 \text{ T}$ ; b)  $H_P = 110 \text{ A/m}$ ;  $H_Q = 40 \text{ A/m}$ ;  $H_R = 340 \text{ kA/m}$ ; c)  $R_{m-Fe} = 22,25 \text{ mH}^{-1}$ ; d)  $R_{m-g} = 3,99 \text{ mH}^{-1}$ ; e)  $R_m = 26,24 \text{ mH}^{-1}$ .  
 Circuito 4: a)  $B_P = 0,25 \text{ T}$ ;  $B_Q = 0,57 \text{ T}$ ;  $B_R = 0,82 \text{ T}$ ; b)  $H_P = 27 \text{ A/m}$ ;  $H_Q = 54 \text{ A/m}$ ;  $H_R = 100 \text{ A/m}$ .
18. Hay dos soluciones posibles:  $I = 2,024 \text{ A}$ ,  $B_P = 0,18 \text{ T}$ ,  $B_Q = 0,37 \text{ T}$ ,  $H_P = 23 \text{ A/m}$  y  $H_Q = 35 \text{ A/m}$ ; o  $I = 4,708 \text{ A}$ ,  $B_P = 0,43 \text{ T}$ ,  $B_Q = 0,86 \text{ T}$ ,  $H_P = 40 \text{ A/m}$  y  $H_Q = 110 \text{ A/m}$ ;
19.  $1,8 \text{ mWb}$ .
20.  $24 \text{ mH}$ .
21. a)  $R_1 = X_1 = 0$ ;  $R_{Fe} = 18 \Omega$ ;  $X_m = 3,04 \Omega$ ; b)  $-80,4^\circ$ .

## Capítulo 10

# TRANSFORMADOR

1. Un transformador monofásico tiene 2.000 vueltas en el primario y 140 en el secundario. La sección del núcleo es de  $100 \text{ cm}^2$ , de la que un 86 % corresponde al material ferromagnético. Si se alimenta con una tensión senoidal a 50 Hz, se obtiene una inducción máxima de 1,6 T. Calcula los valores eficaces de las fuerzas electromotrices del primario y del secundario.
2. El número de vueltas del primario de un transformador monofásico es de 330, y el del secundario, 165. La frecuencia de la tensión sinusoidal de alimentación es  $100\pi \text{ rad/s}$ , y el valor máximo del flujo obtenido en el circuito es 3 mWb. Halla los valores eficaces de las fuerzas electromotrices de los dos bobinados.
3. Un transformador monofásico tiene 462 vueltas en uno de los bobinados y 315 en el otro. Cuando se aplica una tensión alterna sinusoidal de 50 Hz - 220 V en el lado que tiene más espiras, el otro devanado proporciona una corriente de 4 A a una carga. Suponiendo que se trata de un transformador ideal, calcula: a) la relación de transformación; b) la tensión del secundario ; c) la potencia aparente suministrada por el transformador; d) la intensidad del primario.
4. Un transformador monofásico cuya relación de transformación es 220/127 V proporciona una potencia de 200 W a una carga a 127 V. Suponiendo que es un transformador ideal y que el factor de potencia de la carga es unitario, encuentra las intensidades de corriente del primario y del secundario.
5. La placa de características de un transformador monofásico indica los siguientes datos: 20 kVA, 5000/230 V. Calcula las intensidades del primario y del secundario cuando funciona a plena carga (es decir, suministrando 20 kVA).
6. Un transformador monofásico tiene 1.296 vueltas en el primario y 845 vueltas en el secundario, y se conecta a una red de 230 V - 50 Hz. Suponiendo que se comporta como un transformador ideal, halla: a) la relación de transformación; b) el flujo máximo del circuito magnético; c) la fuerza electromotriz del secundario; d) el flujo máximo y la fuerza electromotriz del secundario si la frecuencia se incrementa hasta 60 Hz.
7. Un transformador de 25 Hz, 120/30 V y 500 VA se alimenta con una fuente de 60 Hz. Encuentra, para que no cambie la densidad de flujo del núcleo: a) la tensión eficaz que hay que aplicar en el primario; b) las nuevas tensión y corriente nominales que habrá en el secundario.
8. El transformador de la figura 10.1 se alimenta a 120 V - 50 Hz, y en vacío absorbe la corriente  $I_0 = 3 \text{ A}$ . El primario tiene 200 vueltas y el secundario 600. Si al secundario llega el 40 % del flujo, calcula: a) la tensión del secundario; b) el flujo máximo total.
9. Cuando un transformador monofásico de 50 kVA, 15.000/380 V y 50 Hz trabaja a plena carga, las pérdidas en el hierro son de 500 W y las pérdidas en el cobre de 800 W. Encuentra el rendimiento que tendrá en esa situación, sabiendo que el factor de potencia es unitario.
10. Un transformador a 60 Hz que tiene 480 vueltas en el devanado primario absorbe 80 W y 1,4 A cuando la tensión de entrada es de 120 V funcionando en vacío. Si la resistencia del devanado

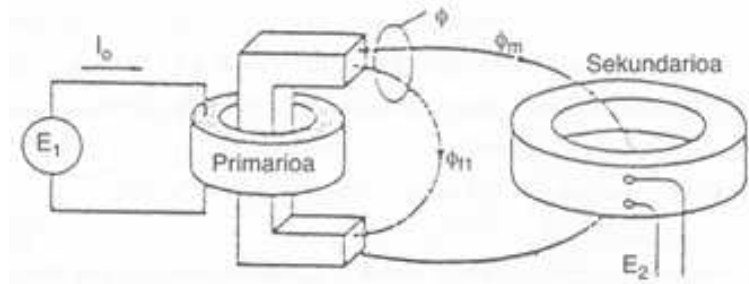


Figura 10.1: Figura del problema 8.

primario es de  $0,25 \Omega$ , determina: a) pérdidas en el núcleo; b) factor de potencia sin carga; c) el flujo máximo en el núcleo (despreciando la impedancia del devanado primario).

11. El circuito equivalente del transformador 150 kVA, 2.400/240 V se muestra en la figura 10.2, siendo los valores:  $R_1 = 0,2 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \text{ m}\Omega$ ,  $X_1 = 0,45 \Omega$ ,  $X_2 = 4,5 \text{ m}\Omega$ ,  $R_{\text{Fe}} = 10 \text{ k}\Omega$  y  $X_m = 1,55 \text{ k}\Omega$ . Utilizando el circuito referido al primario de la figura 10.2 y sabiendo que el transformador trabaja con carga nominal y un factor de potencia 0,8 atrasado, calcula: a) la tensión de regulación; b) el rendimiento.

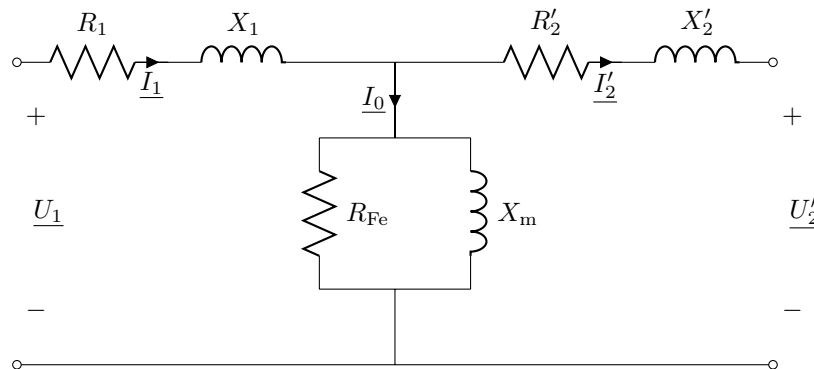


Figura 10.2: Figura del problema 11.

12. Los valores de los parámetros de un transformador cuya relación de transformación vale 5 son:  $R_1 = 0,5 \Omega$ ,  $R_2 = 0,021 \Omega$ ,  $X_1 = 3,2 \Omega$ ,  $X_2 = 0,12 \Omega$ ,  $R_{\text{Fe}} = 350 \Omega$  y  $X_m = 98 \Omega$  (los dos últimos referidos al primario). Determina y dibuja: a) el circuito equivalente aproximado referido al primario; b) el circuito equivalente aproximado referido al secundario.
13. Los parámetros de un transformador 110 kVA, 2.200/110 V y 60 Hz son los siguientes:  $R_1 = 0,22 \Omega$ ,  $R_2 = 0,5 \text{ m}\Omega$ ,  $X_1 = 2 \Omega$ ,  $X_2 = 5 \text{ m}\Omega$ ,  $R_{\text{Fe}} = 5,5 \text{ k}\Omega$  y  $X_m = 1,1 \text{ k}\Omega$ . El ciclo de carga que tiene dicho transformador durante un día (24 horas) es: 4 horas sin carga; 8 horas a 1/4 de la carga, con un factor de potencia 0,8; 8 horas con 1/2 de la carga con un factor de potencia unitario; y 4 horas a plena carga y factor de potencia la unidad. Suponiendo que las pérdidas en el núcleo son constantes y que valen 1,346 kW, halla el rendimiento que tiene durante todo el día.
14. Un transformador (5 kVA - 240/120 V - 60 Hz) tiene el circuito magnético de la figura 10.3. Los aislamientos de las chapas suponen el 10% del volumen total del hierro, siendo la permeabilidad relativa 3.000. Si la inducción máxima del hierro es 1,5 T, calcula: a) el número de vueltas del primario y del secundario, despreciando la resistencia de los bobinados y el flujo de dispersión; b) la intensidad de magnetización, despreciando las pérdidas en el hierro.
15. Las características de un transformador monofásico son 5 kVA, 2.400/240 V y 60 Hz. Cortocircuitando el primario y alimentando el secundario con 24 V, por el primario circula la corriente nominal.

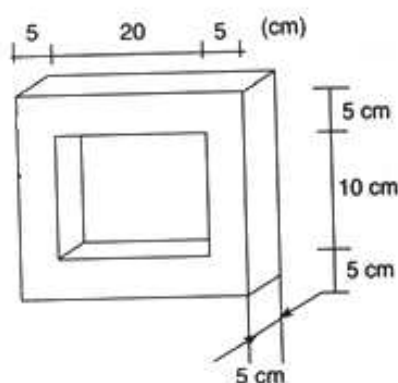


Figura 10.3: Figura del problema 14.

- Encuentra: a) con qué tensión hay que alimentar el primario estando el secundario cortocircuitado para que pase la corriente nominal; b) la impedancia equivalente vista desde el primario; c) la impedancia equivalente vista desde el secundario.
16. Visto desde el primario, un transformador (10 kVA, 500/100 V, 60 Hz) tiene estos parámetros:  $R_{cc} = 0,3 \Omega$  eta  $X_{cc} = 5,2 \Omega$ . La corriente de vacío es despreciable. En carga, se hacen las siguientes mediciones en el primario:  $I_1 = 20$  A,  $V_1 = 500$  V y  $P_1 = 8$  kW. Calcula: a) la tensión del secundario y el factor de potencia de la carga; b) la tensión de regulación.
  17. Los parámetros de un transformador empleado para el transporte de la energía (10 kVA, 2.300/230 V) son:  $R_1 = 4,4 \Omega$ ,  $R_2 = 0,04 \Omega$ ,  $X_1 = 5,5 \Omega$ ,  $X_2 = 0,06 \Omega$ ,  $R_{Fe} = 48$  k $\Omega$  y  $X_m = 4,5$  k $\Omega$  (los dos últimos vistos desde el primario). Determina: a) el circuito equivalente aproximado visto desde el lado de alta tensión; b) si la carga nominal se corresponde con 230 V y  $\cos\varphi = 0,8$  atrasado, la tensión de alimentación del primario, el rendimiento y la tensión de regulación.
  18. Las características de un transformador de distribución son: 10 kVA, 8.000/230 V. La impedancia equivalente vista desde el primario es  $(90 + j400) \Omega$ , y los parámetros de la rama en paralelo son  $R_{Fe} = 500$  k $\Omega$  y  $X_m = 60$  k $\Omega$ . Calcula la tensión del secundario y la tensión de regulación, si la tensión del primario es 7.967 V y la impedancia de la carga vale  $(4,2 + j3,15) \Omega$ .
  19. Un transformador de 200 kVA, 20/2,4 kV se alimenta con una línea cuya impedancia vale  $(38,2 + j140) \Omega$ . La impedancia equivalente vista desde el lado de baja tensión es  $(0,25 + j1,0) \Omega$ . La carga consume 190 kW con  $\cos\varphi = 0,9$  atrasado, y se alimenta con la tensión  $2,300\angle 0^\circ$  V. Encuentra: a) la tensión de la fuente; b) la tensión de regulación del transformador; c) el rendimiento del circuito.
  20. El rendimiento para un factor de potencia unidad de un transformador monofásico (200 kVA, 3.000/380 V) es de 0,98 tanto para plena carga como para media carga. a) Calcula los parámetros  $R_{cc}$  eta  $R_{Fe}$  del circuito equivalente referido al primario; b) sabiendo que la tensión de regulación a plena carga con un factor de potencia 0,8 inductivo es del 4%, calcula el valor de  $X_{cc}$ ; c) si el factor de potencia del transformador en vacío es 0,2, ¿cuánto vale  $X_m$ ?
  21. Un transformador de corriente tiene 1.000 / 5 A. Por el hilo de red van 600 A. Calcula: a) la tensión del secundario si se carga con una impedancia de  $0,15 \Omega$ ; b) la tensión del primario; c) nueva relación entre las corrientes si el primario pasa de tener una vuelta a tener 4.
  22. Un transformador de corriente tiene una relación 1/1 A. Si en el secundario hay una resistencia de  $5 \Omega$ , por el primario circula una corriente de 6,6 A y por el secundario 6,45 A. Despreciando el flujo de dispersión, las pérdidas en el hierro y la resistencia de los bobinados, calcula la intensidad de magnetización y la reactancia de magnetización.
  23. Un transformador de tensión (100 VA, 3 kV / 100 V, 50 Hz) está conectado a una carga de  $50 \Omega$ . Calcula: a) cuando en la red hay 3 kV las corrientes del primario y del secundario, la potencia

aparente del secundario y las corrientes nominales del primario y del secundario; b) la tensión en el secundario cuando en la red hay 2 kV.

24. Un transformador de corriente cuyas características son 50 VA - 400/5 A - 36 kV - 50 Hz, está conectado a una red que tiene una fase a 24,9 kV y neutro. El amperímetro, el relé y el resto de las cargas que están en el secundario tienen una impedancia de  $1,2 \Omega$ . Si por el hilo circulan 280 A, calcula: a) la corriente en el secundario; b) la tensión del secundario; c) la tensión en el primario.
25. Un transformador de corriente tiene las siguientes características nominales; 10 VA, 50/5 A, 50 Hz, 2,4 kV. Calcula la tensión y la corriente nominal del primario.

### SOLUCIONES

1.  $E_1 = 6,109 \text{ V}$ ;  $E_2 = 427,7 \text{ V}$ .
2.  $E_1 = 220 \text{ V}$ ;  $E_2 = 110 \text{ V}$ .
3.  $n = 1,467$ ; 150 V; 600 VA; 2,73 A.
4.  $I_1 = 0,91 \text{ A}$ ;  $I_2 = 1,57 \text{ A}$ .
5.  $I_1 = 4 \text{ A}$ ;  $I_2 = 87 \text{ A}$ .
6. a) 1,53; b) 0,80 mWb; c) 150 V; d) 0,66 mWb; 150 V.
7. a) 288 V; b) 72 V, 16,67 A.
8. a) 144 V; b) 2,7 mWb.
9. %97,5.
10. a) 79,5 W; b) 0,476; c) 0,94 mWb.
11. a) %2,23; b) %98,22.
12. a)  $R_{cc} = 1,025 \Omega$ ,  $X_{cc} = 6,2 \Omega$ ,  $R_{Fe} = 350 \Omega$ ,  $X_m = 98 \Omega$ ; b)  $R''_{cc} = 0,041 \Omega$ ,  $X''_{cc} = 0,284 \Omega$ ,  $R''_{Fe} = 14 \Omega$ ,  $X''_m = 3,92 \Omega$ .
13. %96,43.
14. a)  $N_1 = 267$  vueltas,  $N_2 = 134$  vueltas; b)  $I_m = 0,84 \text{ A}$ .
15. a) 240 V; b) 115,2  $\Omega$ ; c) 1,15  $\Omega$ .
16. a) 88 V,  $\cos\varphi = 0,895$ ; b) %12.
17. a)  $R_{cc} = 8,4 \Omega$ ,  $X_{cc} = 11,5 \Omega$ ,  $R_{Fe} = 48 \text{ k}\Omega$ ,  $X_m = 4,5 \Omega$ ; b)  $U_1 = 2,359,3 \text{ V}$ ,  $\epsilon_C = \%2,58$ ,  $\eta = \%96,68$ .
18.  $\underline{U}_2 = 218\angle -2,29^\circ \text{ V}$ ,  $\epsilon_C = \%4,8$ .
19. a)  $\underline{U} = 20,769\angle 5^\circ \text{ V}$ ;  $\epsilon_C = \%2,45$ ; c)  $\eta = \%96,78$ .
20. a)  $R_{cc} = 612 \text{ m}\Omega$ ;  $R_{Fe} = 6,61 \text{ k}\Omega$ ; b)  $X_{cc} = 2,18 \Omega$ ; c)  $X_m = 1,35 \text{ k}\Omega$ .
21. a) 0,45 V; b) 2,25 mV; c) 250/5 A.
22. 1,4 A; 23  $\Omega$ .
23. a)  $I_1 = 66,67 \text{ mA}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$ , 200 VA,  $I_{n1} = 33,33 \text{ mA}$ ,  $I_{n2} = 1 \text{ A}$ ; b) 66,67 V.
24. a) 3,5 A; b) 4,2 V; c) 52,5 mV.
25. 50 A; 0,2 V.

## Capítulo 11

# MÁQUINA ASÍNCRONA O DE INDUCCIÓN

1. Un motor asíncrono de 60 Hz tiene dos polos y trabaja a 3.510 r.p.m. Calcular: a) la velocidad síncrona; b) el deslizamiento porcentual.
2. Un motor trifásico asíncrono de 4 polos es alimentado por una fuente de 60 Hz y se encuentra trabajando en condiciones de carga tales que el deslizamiento es 0,03. Determinar: a) la velocidad del rotor en r.p.m.; b) la frecuencia de la corriente del rotor en Hz; c) la velocidad del campo magnético giratorio del rotor respecto de la armadura del estator en r.p.m.; d) la velocidad del campo magnético giratorio del rotor respecto del campo magnético giratorio del estator en r.p.m.
3. Un motor de inducción tiene 6 polos, 60 Hz, 208 V y un deslizamiento del 3,5%. Calcular: a) la velocidad del campo magnético en r.p.m.; b) la velocidad del rotor en r.p.m.; c) la velocidad del campo magnético creado por el rotor respecto al propio rotor en r.p.m.; d) la frecuencia de las corrientes del rotor.
4. Un motor de inducción trifásico tiene las siguientes características: 4 polos, 480 V - 50 Hz y deslizamiento del 0,04. Calcula: a) la velocidad de los campos magnéticos del rotor y del estator respecto a la tierra en r.p.m.; b) la velocidad del rotor en r.p.m.; c) la frecuencia de la corriente del rotor en Hz; d) la velocidad del campo magnético giratorio creado por la corriente del rotor respecto a éste en r.p.m.
5. La tensión entre los anillos deslizantes de un motor de inducción con rotor devanado es de 240 V en circuito abierto y estando el motor parado. El estator tiene 6 polos y está alimentado a 60 Hz. En el arranque, un motor de corriente continua y velocidad variable lo hace girar. Calcula la tensión en los anillos deslizantes y su frecuencia cuando el motor de corriente continua gira con las siguientes velocidades: a) 600 r.p.m. y en el mismo sentido que el campo magnético giratorio; b) 900 r.p.m. y en el mismo sentido que el campo; c) 3.600 r.p.m. y en sentido contrario al campo.
6. Un motor de inducción trifásico tiene 6 polos. Si se alimenta a 50, 60 y 400 Hz, calcular: a) la velocidad del campo magnético del estator; b) si la carga tiene un deslizamiento del 3%, la velocidad del eje y la frecuencia de la corriente del rotor.
7. El rotor de un motor trifásico asíncrono de 60 Hz y 4 polos consume 120 kW. La frecuencia de las corrientes del rotor es de 3 Hz. Determinar: a) la velocidad del rotor; b) las pérdidas en el cobre del rotor.
8. El motor del problema anterior tiene unas pérdidas en el cobre del estator de 3 kW, unas pérdidas mecánicas de 2 kW y unas pérdidas en el núcleo del estator de 1,7 kW. Calcular: a) la potencia de salida en el eje del motor; b) el rendimiento. Despreciar las pérdidas en el núcleo del rotor.
9. Un motor asíncrono de 6 polos, 60 Hz, trifásico, consume 48 kW de potencia a 1.140 r.p.m. Las pérdidas en el cobre del estator son de 1,4 kW, las pérdidas en el núcleo del estator son de 1,6 kW y las pérdidas mecánicas en el rotor son de 1 kW. Calcular el rendimiento.

10. Un motor asíncrono trifásico tiene las siguientes características: 15 kW,  $\cos\varphi = 0,85$  atrasado, 220/380 V, 50 Hz, 1.460 r.p.m. y rendimiento del 87%. El momento de arranque es  $T_a = 2,5 \cdot T_n$  y la corriente de arranque  $I_a = 7,6 \cdot I_n$ , siendo  $T_n$  e  $I_n$  el par y la corriente nominales respectivamente. El arranque es estrella-triángulo. Calcula: a) la tensión de red y el número de pares de polos; b) las corrientes de arranque y nominal; c) los momentos de arranque y nominal.
11. Un motor asíncrono trifásico de 224 kW, 2,3 kV - 60 Hz con carga completa gira a 590 r.p.m. Calcula: a) las pérdidas en el rotor por efecto Joule; b) si manteniendo el par constante se baja la tensión de alimentación a 1,944 kV, calcular la velocidad, la potencia de salida y las pérdidas en el rotor.
12. Las características de un motor asíncrono trifásico son las siguientes: 22.388 kW, 13,2 kV - 60 Hz, 1.792,8 r.p.m.,  $\eta = 98,1\%$ ,  $\cos\varphi = 0,9$ ,  $T_a/T_n = 0,7$  e  $I_a/I_n = 4,7$ , siendo  $T_n$  e  $I_n$  el par y la corriente nominales respectivamente. Siendo las pérdidas por rozamiento en el rotor de 62 kW, calcular: a) la intensidad nominal y las pérdidas a carga total; b) las pérdidas por efecto Joule en el rotor; c) el par y la intensidad de arranque.
13. Un motor asíncrono trifásico tiene 4 polos y sus características son: 4 CV, 1.400 r.p.m., 50 Hz y las pérdidas por rozamiento en el rotor son el 4% de la potencia de salida. Despreciando las pérdidas en el estator, calcular: a) las pérdidas en el cobre a carga completa; b) a carga completa, la potencia que suministra el estator al rotor; c) siendo el par el nominal, si se coloca una resistencia en el rotor de tal forma que la velocidad se reduzca hasta 1.000 r.p.m., las pérdidas totales en el rotor.
14. Un motor trifásico de inducción tiene las siguientes características: 7 CV, 220 V, 50 Hz,  $T_n = 51,2 \text{ N}\cdot\text{m}$ , 6 polos y conexión en estrella. A potencia nominal toma de la red 7,2 kVA,  $\cos\varphi = 0,844$ , las pérdidas mecánicas en el rotor son de 400 W y las pérdidas del hierro son despreciables. Calcular: a) el rendimiento del motor; b) la velocidad del motor; c) las pérdidas en el cobre del rotor; d) las pérdidas en el cobre del estator; e) la resistencia por fase del estator.
15. Un motor asíncrono trifásico se alimenta con una frecuencia de 60 Hz. En vacío gira a 718 r.p.m. y a carga completa a 690 r.p.m. Calcular: a) el número de polos; b) el deslizamiento con carga nominal; c) si se baja la carga a un cuarto de la nominal ( $T_n/4$ ), la velocidad y la frecuencia del rotor.
16. Un motor trifásico asíncrono de 2 polos y 380 V - 50 Hz toma de la red 3.000 W. Las pérdidas en el hierro son de 20 W. Las pérdidas por efecto Joule en el estator son de 100 W y en el rotor de 200 W. Las pérdidas por rozamiento son de 150 W. Calcular: a) la potencia electromagnética y el rendimiento; b) el deslizamiento y la velocidad; c) el par útil.
17. La velocidad síncrona de un motor es de 900 r.p.m. En situación de rotor bloqueado, la potencia de entrada al motor es de 45 kW con 193,6 A. La resistencia del estator por fase es de  $0,2 \Omega$  y la relación de transformación es 2. Calcular: a) el valor óhmico de la resistencia del rotor por fase; b) el par de arranque del motor. El estator y el rotor están conectados en estrella.
18. Un motor asíncrono tiene las siguientes características: potencia eléctrica consumida de 10 kW, 1.450 r.p.m., 380 V y 50 Hz. Si se alimenta a 60 Hz, calcular: a) si se supone que el deslizamiento se mantiene constante, la tensión a la que debemos alimentarlo y la velocidad que tendrá; b) la potencia que puede suministrarse sin que se caliente excesivamente.
19. Un motor trifásico asíncrono tiene las siguientes características: 25 CV, 460 V - 60 Hz, 6 polos,  $s = 0,04$ ,  $\eta = 89\%$ ,  $\cos\varphi = 0,86$  atrasado,  $T_a = 1,7 \cdot T_n$ ,  $I_a = 7 \cdot I_n$ , siendo  $T_n$  e  $I_n$  el par y la corriente nominales respectivamente. El arranque se hace por medio de un autotransformador. Calcular: a) la tensión que debe suministrar el autotransformador para que  $T_a = T_n$ ; b) las corrientes en el motor y en la red en el momento del arranque.

### SOLUCIONES

1. a) 3.600 r.p.m.; b) 2,5 %.
2. a) 1.746 r.p.m.; b) 1,8 Hz; c) 1.800 r.p.m.; d) 0 r.p.m.
3. a) 1.200 r.p.m.; b) 1.158 r.p.m.; c) 42 r.p.m.; d) 2,1 Hz.



4. a) 1.500 r.p.m.; b) 1.440 r.p.m.; c) 2 Hz; d) 60 r.p.m.
5. a) 120 V, 30 Hz; b) 60 V, 15 Hz; c) 960 V, 240 Hz.
6. a) 1.000, 1.200 y 8.000 r.p.m.; b) 970, 1.164 y 7.760 r.p.m., 1,5, 1,8 y 12 Hz.
7. a) 1.710 r.p.m.; b) 6 kW.
8. a) 112 kW; b) 89,8 %.
9. 87 %.
10. a) 220 V, 2 pares de polos; b)  $I_n = 53,23$  A,  $I_a = 134,85$  A; c)  $T_n = 98,1$  N · m,  $T_a = 82$  N · m.
11. a) 3,8 kW; b) 586 r.p.m., 222 kW, 5,3 kW.
12. a)  $I_n = 1,109$  A, 433,6 kW; b) 90,2 kW; c) 83,47 kN · m, 5.213 A.
13. a) 218,70W; b) 3.278,46 W; c) 1.178 W.
14. a) 85 %; b) 960 r.p.m.; c) 226 W; d) 299 W; e) 279 mΩ.
15. a) 5 pares de polos; b) 4,2 %; c) 712,8 r.p.m., 0,6 Hz.
16. a) 2.880 W, 84,4 %; b) 7 %, 2.790 r.p.m.; c) 8,66 N · m.
17. a) 0,05 Ω; b) 238,6 N · m.
18. a) 456 V, 1.740 r.p.m.; b) 12 kW.
19. a) 352 V; b)  $I_m = 164$  A,  $I_{red} = 126$  A.



## Capítulo 12

# MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA

1. Un generador de corriente continua gira a 1.000 r.p.m. y su tensión de salida es de 100 V. Si quisiéramos que suministrara 150 V: a) ¿con qué velocidad deberíamos hacerlo girar sin cambiar el flujo?; b) manteniendo la velocidad inicial, qué flujo debería existir?
2. En la placa de características de un generador de excitación independiente aparece la siguiente información:  $n = 1.500$  r.p.m.;  $V = 200$  V;  $I_i = 10$  A;  $R_i = 2 \Omega$ ;  $P = 2$  kW. Las características del circuito inductor son: 220 V, 1 A. Encuentra: a)  $E$ ; b) el rendimiento; c)  $K_E \cdot \Phi$ ; d) el par.
3. Se desea utilizar el generador anterior como motor. Se alimenta el circuito inductor con su tensión nominal y el inducido con 220 V. Halla: a) el par nominal; b) la velocidad nominal; c) dando el par nominal, ¿con qué tensión habría que alimentarlo para que girara a 1.000 r.p.m.?
4. Las características de un motor shunt son: 230 V, 38,5 A,  $R_i = 0,2 \Omega$ ,  $N = 1.800$  vueltas/polo y 1.200 r.p.m. Con el mismo campo de excitación, gira a 1.200 r.p.m. sin carga. La curva de magnetización a 1.200 r.p.m. es la que se indica en la tabla 12.1. ¿Cuánto valdrá la corriente de excitación en vacío y a 1.200 r.p.m.?

$E$ (V)	180	200	220	240	250
$I_{exc}$ (A)	0,74	0,86	1,10	1,45	1,70

Tabla 12.1: Curva de magnetización a 1.200 r.p.m. del problema 4.

5. Un vehículo tiene un motor shunt de corriente continua: se alimenta con una batería de 48 V,  $R_i = 0,1 \Omega$  y  $R_{exc} = 6 \Omega$ . Las pérdidas del rotor son de 300 W y constantes. La velocidad debe estar comprendida entre 500 y 1.500 r.p.m. La curva de magnetización a 500 r.p.m. viene expresada en la tabla 12.2. Por medio de un reostato conectado en el inductor se controla la velocidad del

$E$ (V)	12,5	19,6	26,8	33,7	40,0	45,3	50	54,2
$I_{exc}$ (A)	1	2	3	4	5	6	7	8

Tabla 12.2: Curva de magnetización a 500 r.p.m. del problema 5.

vehículo. A veces funciona como motor y otras como generador (frenando). En el frenado la energía cinética se convierte en energía eléctrica, siendo utilizada para cargar la batería. Los valores límite del régimen de funcionamiento son: 1) la peor frenada: con la menor velocidad (500 r.p.m.), debe generar una potencia de 5 CV; 2) la peor situación como motor: con la mayor velocidad (1.500 r.p.m.), debe entregar al eje una potencia mecánica de 5 CV. Encuentra los valores límite de la resistencia del reostato para que cumpla las dos condiciones anteriores.

6. Se alimenta un motor serie con 200 V, siendo  $R_i + R_{exc} = 0,5 \Omega$  e  $I_i = 30$  A. Sabiendo que se cumple la ecuación  $E = 1,2 \cdot n \frac{I_i}{I_i + 20}$  ( $n$  en r.p.m. e  $I_i$  en A), determina: a) el par electromagnético y la velocidad a carga completa; b) ¿qué ocurriría si de repente desapareciera el par resistivo?
7. Las características de un motor de excitación independiente son las siguientes:  $V = 220$  V,  $I_i = 10$  A,  $P = 2$  kW,  $R_i = 2 \Omega$ ,  $n = 400$  r.p.m.; inductor: 220 V, 1 A. Calcula con qué tensiones se debe alimentar el motor a partir del arranque para que la intensidad no supere el valor  $1,5 \cdot I_n$ .
8. Un motor de corriente continua shunt se utiliza para hacer mover una bomba y tiene las siguientes características: 30 CV, 230 V,  $R_i = 0,15 \Omega$  y  $R_{exc} = 174 \Omega$ . Cuando la bomba gira a 1.200 r.p.m., toma 83,5 A de la red. A la misma velocidad, pero sin bomba, hay que bajar la tensión a 216 V y entonces toma 6,5 A. Calcula: a) la potencia que suministra a la bomba; b) el rendimiento del motor a carga completa; c) el par de arranque electromagnético, el par de arranque útil y la resistencia que hay que poner en serie si se quiere limitar la corriente a 83,5 A.
9. Un motor shunt tiene las siguientes características: 10 CV, 1.150 r.p.m.,  $I_{exc} = 1,8$  A; inducido: 230 V, 38,5 A,  $R_i = 0,3 \Omega$ . a) ¿Qué resistencia hay que colocar en serie con el inducido para que a 450 r.p.m. el par sea  $T = 120 \% T_n$ ?; b) para que el par de arranque sea  $150 \% T_n$ , ¿qué resistencia hay que añadir al inducido?
10. El rotor de un motor de excitación independiente (10 CV, 230 V, 1.200 r.p.m.,  $R_i = 0,3 \Omega$ ,  $R_{exc} = 180 \Omega$ ) tiene un rendimiento del 80% a carga completa. El campo se alimenta con 230 V y el inducido a  $0 \div 230$  V. a) ¿Cuál será la velocidad del motor, si en vacío y a tensión nominal consume 3 A?; b) si a carga completa y a campo nominal hay que bajar la velocidad hasta 1.000 r.p.m., ¿con qué tensión hay que alimentar el inducido?; c) si queremos limitar la corriente de arranque a 3 veces la corriente nominal, ¿con qué tensión hay que alimentar el motor?
11. Un motor serie (250 V,  $R_i = 0,1 \Omega$ ,  $R_{exc} = 0,1 \Omega$ ) gira a 1.000 r.p.m. cuando consume 50 A. ¿Qué velocidad y corriente tendrá si se alimenta a 200 V y se duplica el par? Supondremos que la curva de magnetización es lineal.
12. Un motor serie tiene la curva de magnetización lineal y 40 HP, 150 A, 220 V, 750 r.p.m. y  $R_i + R_{exc} = 0,12 \Omega$ . Despreciando todas las pérdidas, calcula la velocidad, la potencia y el par cuando consume  $1/4$  y  $1/2$  de la corriente nominal.
13. Un motor serie tiene las siguientes características nominales: 220 V - 60 A - 1.000 r.p.m. -  $R_i = 0,12 \Omega$  -  $R_{exc} = 0,08 \Omega$ . Suponiendo que la curva de magnetización es lineal, el rendimiento constante y las pérdidas en el hierro nulas: a) ¿cuánto vale el par electromagnético nominal?; b) si queremos arrancar el motor con una corriente de 100 A, ¿cuánto debe valer la resistencia de arranque y cuánto valdrá el par?; c) si al bobinado de excitación se le coloca un shunt de  $0,16 \Omega$  en paralelo, ¿a qué velocidad girará a corriente nominal?

### SOLUCIONES

1. a) 1.500 r.p.m.; b)  $\phi_2 = 1,5 \cdot \phi_1$ .
2. a) 220 V; b) 82,64%; c) 0,147 V/r.p.m.; d) 14 N·m.
3. a) 14 N·m; b) 1.364 r.p.m.; c) 166,67 V.
4. 1,275 A.
5.  $0 \div 42 \Omega$ .
6. a) 256,9 r.p.m.; 206,3 N·m; b)  $n \rightarrow \infty$ .
7. 30 V, 40 V, 50 V, ..... 220 V.
8. a) 16,756 kW; b) 87,25%; c) 142,35 N·m; 133,3 N·m; 2,5  $\Omega$ .
9. a) 2,82  $\Omega$ ; b) 3,68  $\Omega$ .
10. a) 1.261 r.p.m.; b) 194 V; c) 36 V.

11. 547 r.p.m.; 70,7 A.
12. 3.200 r.p.m.; 1.567 r.p.m.; 7.959 W; 15.585 W; 23,75 N·m; 94,98 N·m.
13. a) 119 N·m; b) 2  $\Omega$ ; 331 N·m; c) 1.511 r.p.m.