

FUNDAMENTOS DE TECNOLOGÍA ELÉCTRICA. SEGUNDA PARTE

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y
AUTOMÁTICA

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

GRADO EN INGENIERÍA QUÍMICA INDUSTRIAL

Iñaki ARRANBIDE
Puy ARRUTI
Olatz AZURZA
Julián MOLINA

Elena MONASTERIO
Juan José UGARTEMENDIA
Itziar ZUBIA

Índice general

9. CIRCUITOS MAGNÉTICOS	1
9.1. Características magnéticas de los materiales	1
9.1.1. Magnitudes magnéticas	1
9.1.2. Clasificación de los materiales en función de su comportamiento magnético	2
9.1.3. Materiales ferromagnéticos	4
9.1.3.1. Curva de primera imanación	4
9.1.3.2. Histéresis magnética	4
9.1.3.3. Corrientes parásitas o de Foucault	5
9.2. Circuitos magnéticos. Definición y tipos	6
9.3. Ley de Hopkinson	7
9.4. Analogías y diferencias entre los circuitos magnéticos y los circuitos eléctricos	8
9.5. Resolución de circuitos magnéticos	9
9.6. Flujo de dispersión	14
9.7. Inductor real: circuito equivalente	14
10. TRANSFORMADOR	17
10.1. Introducción	17
10.2. El transformador ideal	18
10.2.1. Funcionamiento del transformador ideal en vacío	18
10.2.2. Funcionamiento del transformador en carga	20
10.2.3. El transformador como adaptador de impedancia	20
10.2.4. Puntos homólogos	21
10.3. Características nominales del transformador	22
10.4. El transformador real	22
10.4.1. Funcionamiento del transformador real en carga	23
10.4.2. Circuitos equivalentes	23
10.5. Caída de tensión interna de un transformador. Tensión de regulación	24
10.5.1. Diagrama fasorial del transformador	25
10.5.2. Tensión de regulación	26
10.6. Rendimiento del transformador	28
10.7. Transformadores trifásicos	28
10.8. Transformadores de medida	31
10.8.1. Transformadores de tensión	32
10.8.2. Transformadores de corriente	32
10.8.3. Errores de los transformadores de medida	33
11. MÁQUINA ASÍNCRONA O DE INDUCCIÓN	37
11.1. Introducción	37
11.2. Construcción	37
11.3. Principio de funcionamiento	39
11.4. Circuito equivalente del motor asíncrono	43
11.5. Balance de potencias	44
11.6. Par de rotación	46
11.6.1. Generalidades	46
11.6.2. Tipos de funcionamiento de la máquina asíncrona	48

11.6.2.1. Régimen motor	48
11.6.2.2. Régimen generador	49
11.6.2.3. Régimen de freno	49
11.7. Arranque de los motores asíncronos	49
11.7.1. Arranque directo	50
11.7.2. Arranque con tensión reducida	50
11.7.3. Arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor	51
12. MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA	55
12.1. Introducción	55
12.2. Construcción	55
12.3. Principio de funcionamiento	56
12.4. Reacción de inducido	61
12.5. Conmutación	63
12.6. Generadores de corriente continua. Características de servicio	63
12.7. Motores de corriente continua. Características de servicio	65

Capítulo 9

CIRCUITOS MAGNÉTICOS

9.1. Características magnéticas de los materiales

9.1.1. Magnitudes magnéticas

Si las cargas eléctricas se mueven, generan un campo magnético en el espacio que les rodea. A todos los puntos en los que existe campo magnético se les asigna el vector \underline{B} . A este vector se le llama **inducción magnética** o **densidad de flujo**. La unidad de inducción en el sistema SI (Sistema Internacional de Unidades) es *tesla* (T). Sin embargo suele utilizarse la unidad del sistema cegesimal (CGS), esto es, *gauss* (Gs). La relación entre ambas unidades es:

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gs}$$

Para que sirva de referencia, a continuación se muestran los valores de algunos campos magnéticos:

- Tierra: 0,5 Gs;
- Pequeño imán permanente: 100 Gs;
- Gran electroimán: 20 kGs;
- Imanes de los aceleradores de partículas: 60 kGs.

Esta magnitud puede ser comprendida a través de sus efectos. Si en una región del espacio se desprecia el efecto del campo gravitatorio, tampoco existe campo eléctrico y hay una inducción magnética \underline{B} , sobre una carga de valor q que se mueve con una velocidad \underline{v} se ejercerá la siguiente fuerza:

$$\underline{F} = q \cdot \underline{v} \wedge \underline{B} \quad (9.1)$$

Si se analiza con detenimiento la definición del vector \underline{B} , se observa que sería más adecuado denominarlo intensidad de campo magnético. Pero por razones históricas, el nombre de intensidad se asignó a otro vector relacionado con el campo magnético.

Flujo magnético (Φ) es el número de líneas del vector inducción que atraviesan una determinada superficie, es decir:

$$\Phi = \int \int_S \underline{B} \cdot d\underline{s} \quad (9.2)$$

Su unidad en el sistema SI es *weber* (Wb). En el sistema CGS se utiliza *maxwell* (Mx), de tal manera que se cumple:

$$1 \text{ Wb} = 10^8 \text{ Mx}$$

La relación entre las unidades del flujo y de la inducción en el sistema SI es:

$$\text{T} = \text{Wb/m}^2$$

El valor de la inducción magnética depende de la corriente que la crea y del medio en el que surge. La inducción magnética total en el seno de un material surge gracias a la corriente y a la **imantación**

o **magnetización** (\underline{M}). \underline{M} es la fuente de campo magnético que se origina íntegramente en el seno del material. De esta manera, se ha definido otra magnitud denominada **intensidad de campo magnético** o **excitación magnética** (\underline{H}):

$$\underline{B} = \mu \cdot \underline{H} \quad (9.3)$$

donde μ es la **permeabilidad magnética** del material. \underline{H} es independiente del medio, es decir, si se sustituye el material por espacio libre, o al revés, se mantiene constante. La unidad de la excitación magnética en el sistema SI es *ampere/metro* (A/m), y en el sistema GGS es *oersted* (Oe). La relación entre ellas es la siguiente:

$$1 \text{ A/m} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe}$$

La permeabilidad magnética de un material mide la facilidad con la que se magnetiza. El vacío no se puede magnetizar ($\underline{M} = 0$) y el valor de su permeabilidad magnética es:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

A menudo se suele dar el valor de la **permeabilidad relativa** del material en vez de su permeabilidad. La relación entre ambas es:

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad (9.4)$$

Este factor μ_r no tiene unidades ya que expresa una relación.

En general, la relación entre la inducción, la excitación y la imantación es la siguiente:

$$\underline{B} = \mu_0(\underline{H} + \underline{M}) = \mu_0\left(1 + \frac{\underline{M}}{\underline{H}}\right)\underline{H} = \mu \cdot \underline{H} \quad (9.5)$$

De aquí se obtiene:

$$\mu = \mu_0\left(1 + \frac{\underline{M}}{\underline{H}}\right) \quad (9.6)$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta la ecuación 9.4:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{\underline{M}}{\underline{H}} = 1 + \chi_m \quad (9.7)$$

donde χ_m es la **susceptibilidad magnética** del material. La susceptibilidad magnética mide el nivel de imantación que puede lograr un material cuando se le aplica una excitación magnética externa.

9.1.2. Clasificación de los materiales en función de su comportamiento magnético

El carácter magnético de la materia se basa en el movimiento de los electrones, esto es, en su movimiento orbital y en su movimiento de spin.

En las sustancias **diamagnéticas** (las más comunes) los spines de los diferentes electrones se anulan mutuamente y, por lo tanto, su carácter magnético es causado únicamente por el movimiento orbital, cuyos efectos son muy débiles. Cuando externamente se excitan los electrones, éstos siempre reaccionan oponiéndose a dicha excitación. Así, los vectores \underline{M} y \underline{H} tienen sentidos contrarios (véase la figura 9.1), cumpliéndose que $\chi_m < 0$. Ejemplos de materiales diamagnéticos son el hidrógeno, los gases inertes, la mayoría de los compuestos orgánicos, el cobre, la plata, el oro, el mercurio, el bismuto, el galio, el antimonio y el cinc.

Este mecanismo ocurre también en las sustancias **paramagnéticas**. En estos materiales, sin embargo, los momentos dipolares permanentes de los spines tienden a orientarse paralelamente al campo externo, y la magnetización \underline{M} que surge y la excitación \underline{H} aplicada exteriormente tienen el mismo sentido, tal y como se observa en la figura 9.1. Por lo tanto, en estos materiales se cumple que $\chi_m > 0$. Se ha comprobado que cuando aumenta la temperatura los materiales paramagnéticos se convierten en diamagnéticos. El oxígeno, el ácido nítrico, el aluminio, el platino y las sales de hierro, níquel y cobalto son paramagnéticos.

Como la imantación de los materiales diamagnéticos y paramagnéticos es muy débil, se clasifican como *no-magnéticos*. Dicho de otra manera, su susceptibilidad magnética y su permeabilidad son pequeñas y constantes.

El comportamiento de las sustancias **ferromagnéticas** es más complejo. Estos materiales tienen imantaciones previas e intrínsecas, pero en direcciones diferentes. Así surgen unos recintos internos denominados *dominios magnéticos*, pudiendo haber en cada uno de ellos millones de átomos. En cada

dominio hay una sola orientación; como estos dominios se orientan arbitrariamente, no hay carácter magnético si no hay excitación externa. Bajo la influencia del campo externo los dominios se ensanchan y giran en la dirección del campo, aumentando instantáneamente la magnetización en el seno de la sustancia. En los materiales ferromagnéticos \underline{M} es muy intensa pero no aumenta linealmente con \underline{H} , tal y como muestra la figura 9.1. Por lo tanto, su susceptibilidad es variable y puede alcanzar valores muy altos, del orden de 10^7 . El aumento de la temperatura provoca agitación de los spines de los electrones y, en consecuencia, cada vez resulta más difícil orientarlos por medio de un campo magnético. Para cada material existe una determinada temperatura, denominada *temperatura crítica* o *temperatura de Curie*. Cuando las sustancias ferromagnéticas superan el punto de Curie, presentan comportamiento paramagnético, y si la temperatura sigue aumentando se convierten finalmente en diamagnéticas. Dentro de este grupo se encuentran el hierro, el níquel y el cobalto, y la mayoría de sus aleaciones. Es necesario señalar que pueden obtenerse aleaciones ferromagnéticas utilizando metales no-ferromagnéticos.

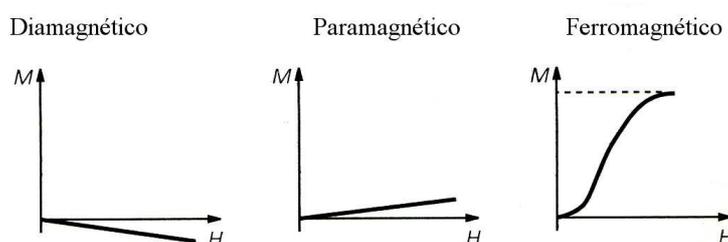


Figura 9.1: Evolución de la imantación frente a la excitación.

En la tabla 9.1 se muestran valores de la permeabilidad relativa y de la susceptibilidad magnética de varias sustancias diamagnéticas, paramagnéticas y ferromagnéticas.

Sustancia	Permeabilidad relativa μ_r	Susceptibilidad χ_m	Tipo de material
Bismuto	0,99983	$-1,66 \cdot 10^{-4}$	Diamagnético
Mercurio	0,99968	$-3,20 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Oro	0,99964	$-3,60 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Plata	0,99998	$-2,60 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Plomo	0,99983	$-1,70 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Cobre	0,99991	$-0,98 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Agua	0,99991	$-0,88 \cdot 10^{-5}$	Diamagnético
Vacío	1	0	
Aire	1,0000036	$3,6 \cdot 10^{-7}$	Paramagnético
Aluminio	1,000021	$2,5 \cdot 10^{-5}$	Paramagnético
Paladio	1,00082	$8,2 \cdot 10^{-4}$	Paramagnético
Cobalto	250		Ferromagnético
Níquel	600		Ferromagnético
Hierro comercial	6.000		Ferromagnético
Hierro de gran pureza	$2 \cdot 10^6$		Ferromagnético
Supermalloy (79% Ni, 5% Mo)	$1 \cdot 10^6$		Ferromagnético

Tabla 9.1: Permeabilidad relativa y susceptibilidad de varios materiales.

En las sustancias **antiferromagnéticas**, al aplicar un campo externo, los dominios magnéticos se alinean antiparalelamente, anulando la imantación. Esto ocurre, por ejemplo, en el manganeso y en el cromo. En cambio, a pesar de que en los materiales **ferrimagnéticos** los dominios magnéticos se alinean de forma antiparalela, el valor de sus momentos magnéticos es diferente, por lo que no se anulan. Desde el punto de vista macroscópico, el comportamiento de estos materiales y el de los ferromagnéticos es muy similar. Algunos materiales cerámicos denominados ferritas (entre los que se encuentra la magnetita) son ferrimagnéticos.

9.1.3. Materiales ferromagnéticos

Debido a las propiedades magnéticas que presentan estos materiales, son muy utilizados en la construcción de máquinas eléctricas. Por lo tanto, se analizará con más profundidad el proceso de imanación; también se estudiarán los procesos de pérdida de energía por histéresis y por corrientes de Foucault.

9.1.3.1. Curva de primera imanación

La curva de primera imanación de los materiales ferromagnéticos (véase la figura 9.2) consiste al principio en un arco parabólico (OM) de escaso interés práctico. Posteriormente presenta un tramo casi recto de gran pendiente (MN), donde la inducción y la excitación son directamente proporcionales. Es en esta parte donde se produce la orientación masiva de los dominios magnéticos. Luego entra en el **codó de saturación** (NP), perdiendo la proporcionalidad anterior. Finalmente las curvas toman el aspecto de líneas rectas de suave pendiente ($P-$), ya que se ha alcanzado la saturación del material. En esta región la excitación externa no produce un aumento significativo de la inducción.

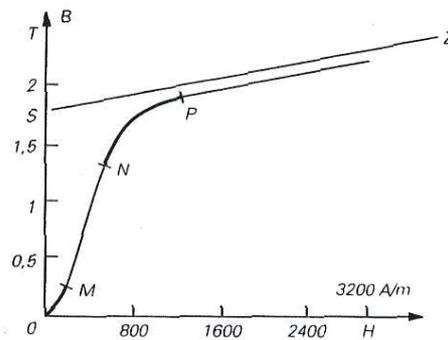


Figura 9.2: Curva de primera imanación de los materiales ferromagnéticos.

9.1.3.2. Histéresis magnética

Si en la curva de primera imanación se disminuye el valor de la excitación externa, ocurre lo que se muestra en la figura 9.3:

- El valor de la inducción es mayor que el correspondiente al mismo valor de la excitación en la curva de primera imanación. Se produce un retraso, conocido con el nombre de histéresis.
- Cuando el sentido de la excitación es el contrario, el efecto se repite.
- Después de varias excitaciones alternas, en las que los extremos de la curva no coinciden, finalmente la curva llega a formar un ciclo cerrado, denominado **ciclo de histéresis**, que es simétrico respecto al origen.

A partir de dichos fenómenos se obtienen algunas conclusiones y valores mostrados en la figura 9.4:

- Si después del aumento de la excitación ésta disminuye hasta anularse, la inducción no desaparece del todo; al valor de la inducción en esa situación se le denomina **inducción remanente** (B_r).
- Es necesario aplicar un campo que tenga sentido contrario para anular completamente la inducción; al valor de ese campo se le llama **campo** o **fuerza coercitiva** (H_c).

Una última consecuencia reseñable del fenómeno de histéresis es la pérdida de energía que conlleva. Las **pérdidas por histéresis** son proporcionales al área encerrada por el ciclo de histéresis.

Desde el punto de vista de su utilización, los materiales ferromagnéticos se dividen en dos grandes grupos. Los materiales **blandos** se emplean cuando son necesarias grandes densidades de flujo y pequeñas pérdidas, es decir, en los generadores, motores y transformadores. Si se utiliza corriente alterna estos materiales pueden cambiar rápidamente su magnetización sin que se produzcan grandes pérdidas por

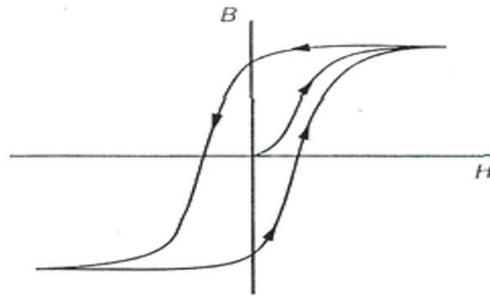


Figura 9.3: Ciclo de histéresis de los materiales ferromagnéticos.

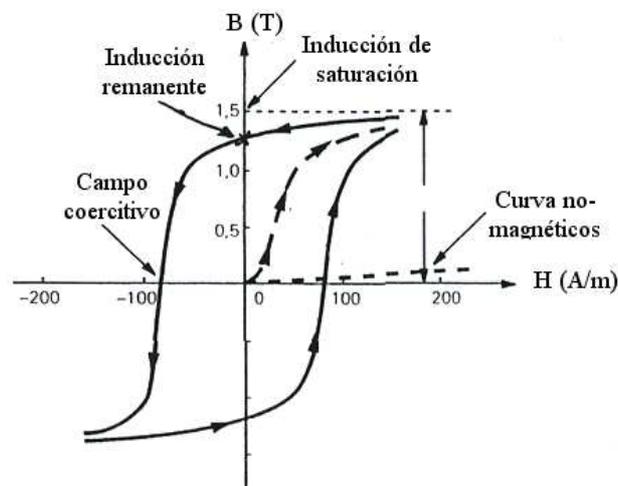


Figura 9.4: Inducción remanente y campo coercitivo.

histéresis. Su característica principal es que presentan ciclos de histéresis estrechos y largos, de pequeña área, tal y como puede observarse en la figura 9.5. Estos materiales tienen campos coercitivos pequeños (el rango 1–100 A/m), inducciones de saturación grandes y altos valores de permeabilidad. Por otra parte, los materiales ferromagnéticos **duros** tienen grandes campos coercitivos (del orden de $10^3 - 10^5$ A/m), inducciones de saturación menores y elevadas inducciones remanentes. Los materiales que presentan estas características son utilizados para la construcción de imanes permanentes.

9.1.3.3. Corrientes parásitas o de Foucault

Según la ley de Faraday-Lenz, si el flujo que atraviesa un circuito es variable se induce en él una fuerza electromotriz. Por lo tanto, siempre que la resistencia del circuito no sea infinita, esta fuerza electromotriz generará una corriente eléctrica, produciéndose en todo el circuito pérdidas de tipo Joule. Según lo anterior, cuando un flujo variable atraviesa un material conductor, en el seno de dicho material surgirán corrientes eléctricas y pérdidas de potencia. Es necesario subrayar que la mayoría de los materiales ferromagnéticos son metálicos y, por lo tanto, conductores. A estas pérdidas se les denomina **pérdidas por corrientes de Foucault**. En la figura 9.6 se muestran las corrientes de Foucault que aparecen en el núcleo ferromagnético de un solenoide alimentado con corriente alterna.

Las pérdidas por corrientes de Foucault son proporcionales al cuadrado del espesor del núcleo e inversamente proporcionales a la resistividad del material. Por ello, para reducir estas pérdidas todas las masas metálicas que soportan cambios en la inducción deberán consistir en chapas, es decir, deben estar formadas por paquetes de láminas colocadas paralelamente a las líneas de inducción y aisladas entre ellas. Así se consigue cortar el recorrido de las corrientes de Foucault que surgen en los planos perpendiculares

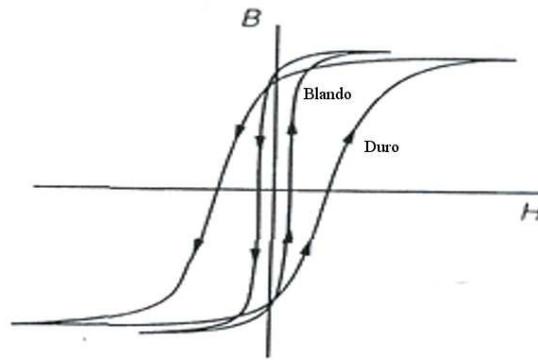


Figura 9.5: Ciclo de histéresis de materiales ferromagnéticos blandos y duros.

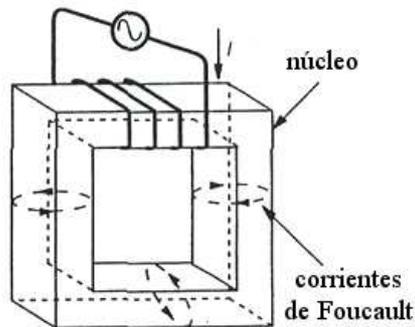


Figura 9.6: Corrientes de Foucault en el núcleo.

al flujo (véase la figura 9.7). En el ámbito industrial se utilizan espesores de 0,5 mm en aplicaciones comunes y de 0,35 mm en las aplicaciones que necesitan mayor precisión.

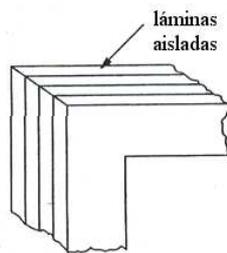


Figura 9.7: Reducción de las pérdidas por corrientes de Foucault.

9.2. Circuitos magnéticos. Definición y tipos

En todos los imanes y electroimanes (imanes en los que el campo magnético se produce mediante una corriente eléctrica) las líneas de flujo, tras partir del polo Norte, atraviesan el espacio exterior y vuelven a entrar por el polo Sur. En el interior el recorrido del flujo se cierra, yendo del polo Sur al polo Norte. Un **circuito magnético** es precisamente esta trayectoria de las líneas de flujo magnético. Es necesario destacar que los circuitos magnéticos son siempre cerrados.

Los circuitos magnéticos se clasifican de diferentes maneras:

- Se dice que un circuito magnético es *heterogéneo* cuando tiene más de un material y/o más de un área transversal. Por el contrario es *homogéneo* cuando tiene un único material y una única área transversal. En la figura 9.8 pueden verse un circuito homogéneo y otro heterogéneo.

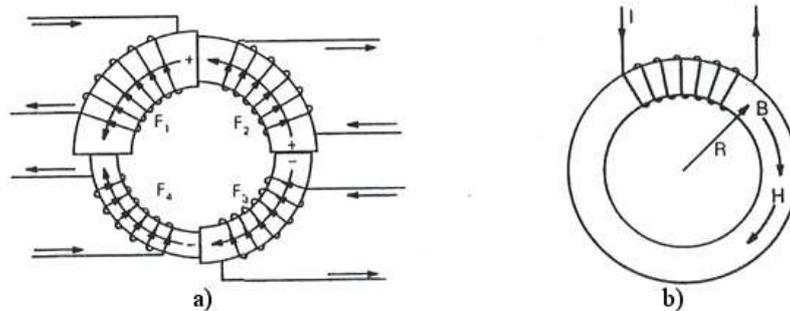


Figura 9.8: Circuito magnético a) heterogéneo, y b) homogéneo.

- Tal y como se muestra en la figura 9.9, un circuito es *serie* cuando existe un único flujo en todo el circuito; de la misma manera es un circuito *derivado* cuando el flujo total que crea(n) lo(s) bobinado(s) se bifurca en varios flujos diferentes.

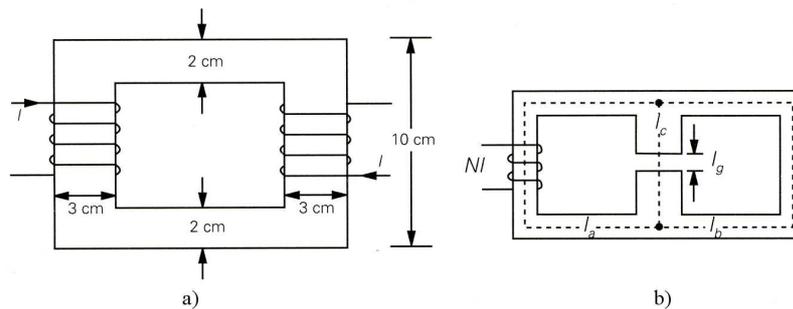


Figura 9.9: Circuito magnético a) serie, y b) derivado.

9.3. Ley de Hopkinson

Debido a las similitudes que presentan, suelen compararse los circuitos magnéticos y los circuitos eléctricos. En este apartado aparecerán algunas analogías entre los dos tipos de circuitos.

La **fuerza magnetomotriz** crea y mantiene el flujo magnético. Su valor es:

$$F_m = N \cdot I \text{ (A)} \quad (9.8)$$

En los circuitos eléctricos, en cambio, quien crea la corriente es la fuerza electromotriz (ϵ). La magnitud análoga al flujo magnético de los circuitos magnéticos es la corriente eléctrica de los circuitos eléctricos.

La **reluctancia/permeancia** de un circuito magnético es la dificultad/facilidad con que el circuito permite la circulación del flujo magnético. La reluctancia de un cuerpo recto de sección constante se calcula con la siguiente ecuación:

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot S} \quad (9.9)$$

donde l es la longitud media del cuerpo, μ es la permeabilidad del material y S es su área transversal. Así, para calcular la permeancia se utilizará la ecuación que se muestra a continuación:

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} = \mu \frac{S}{l} \quad (9.10)$$

La reluctancia/permeancia es análoga a la resistencia/conductancia de un circuito eléctrico. La reluctancia se mide en H^{-1} (la permeancia en henrios (H)).

La **ley de Hopkinson** relaciona la fuerza magnetomotriz, el flujo y la reluctancia de la siguiente manera:

$$F_m = R_m \cdot \Phi \quad (9.11)$$

La ley de Hopkinson de los circuitos magnéticos es análoga a la ley de Ohm ($e = R \cdot I$) de los circuitos eléctricos.

La ley de Hopkinson puede escribirse de otra manera:

$$F_m = R_m \cdot \Phi = \frac{l}{\mu \cdot S} B \cdot S = \frac{l}{\mu} \mu \cdot H = H \cdot l \quad (9.12)$$

De esta manera, la **diferencia de potencial magnético** entre dos puntos, siempre que en ambos haya una excitación magnética H del mismo valor, se puede calcular mediante:

$$\Delta V_{\text{mag}} = H \cdot l \quad (9.13)$$

donde l es la distancia media entre los dos puntos.

9.4. Analogías y diferencias entre los circuitos magnéticos y los circuitos eléctricos

Aunque existen analogías entre los circuitos magnéticos y los eléctricos, es necesario señalar cuidadosamente las diferencias entre ambos; por esta razón, precisamente, se muestran a continuación las tablas de comparación 9.2 y 9.3 entre los circuitos magnéticos y los eléctricos.

Circuito eléctrico		Circuito magnético	
Intensidad de campo eléctrico	\underline{E}	\underline{H}	Intensidad de campo magnético
Densidad de corriente	$\underline{J} = \sigma \cdot \underline{E}$	$\underline{B} = \mu \cdot \underline{H}$	Densidad de flujo
Intensidad de corriente	$I \approx \underline{J} \cdot \underline{S}$	$\Phi \approx \underline{B} \cdot \underline{S}$	Flujo
Fuerza electromotriz	$e \approx \underline{E} \cdot \underline{l}$	$F_m \approx \underline{H} \cdot \underline{l}$	Fuerza magnetomotriz
Resistencia	$R \approx \frac{l}{\sigma \cdot S}$	$R_m \approx \frac{l}{\mu \cdot S}$	Reluctancia
Conductividad	σ	μ	Permeabilidad
Leyes de Ohm y Kirchhoff		Leyes de Hopkinson y Kirchhoff	

Tabla 9.2: Analogías entre los circuitos magnéticos y eléctricos.

En cuanto a las leyes que se utilizan para resolver circuitos magnéticos, dadas sus similitudes con los circuitos eléctricos, se emplean leyes parecidas a las *leyes de Kirchhoff*:

- La suma algebraica de los flujos que confluyen en un nodo es nula.
- La suma algebraica de las fuerzas magnetomotrices y las diferencias de potencial magnéticas a lo largo de una trayectoria cerrada de flujo magnético es nula.

Hay que señalar que las analogías son tan sólo formales. Precisamente los fenómenos magnéticos son estáticos y los relacionados con la corriente eléctrica son cinéticos.

Circuito eléctrico	Circuito magnético
La conductividad es independiente de la intensidad de corriente. La corriente eléctrica se propaga prácticamente en su totalidad por los conductores, ya que la relación de conductividades de un material conductor respecto a un aislante es del orden de 10^{17} . El paso de la corriente eléctrica crea una pérdida de energía en forma de calor. Entre la intensidad y el tiempo se puede establecer la relación $Q = I \cdot t$.	La permeabilidad puede depender del valor de la inducción magnética y, por lo tanto, del flujo. El flujo magnético puede presentar derivaciones por otros materiales, ya que la relación de permeabilidades de un material ferromagnético respecto a un no-magnético es del orden de 10^4 . El paso de flujo por un circuito no lo calienta (si el flujo es constante). No existe una relación análoga entre el flujo y el tiempo.

Tabla 9.3: Diferencias entre los circuitos magnéticos y eléctricos.

9.5. Resolución de circuitos magnéticos

Hay dos tipos de problemas:

- *Problema directo.* Dada la fuerza magnetomotriz aplicada al circuito, debe calcularse el flujo (y/o la inducción, y/o la excitación) correspondiente.
- *Problema inverso.* Siendo conocido el flujo magnético (y/o la inducción, y/o la excitación) que debe establecerse en el circuito magnético, se pide calcular la fuerza magnetomotriz. Este es el tipo de problema usual en el cálculo de máquinas eléctricas.

Además de lo anterior, en algunos problemas es posible considerar que la permeabilidad magnética es constante; en este caso, la ley de Hopkinson se utiliza en la forma $F_m = R_m \cdot \Phi$. Sin embargo, si se tiene en cuenta que la permeabilidad es variable, es conveniente usar $F_m = H \cdot l$.

Ejemplo 1 (Permeabilidad constante y problema directo)

En el circuito magnético de la figura 9.10 las medidas están expresadas en cm, el área transversal es 4 cm^2 y la longitud del entrehierro es de $0,87 \text{ cm}$. La corriente aplicada al solenoide es $i = 1 \text{ A}$ y el bobinado tiene $N = 700$ espiras. La permeabilidad relativa del hierro es 5.000 . Calcula el valor del flujo magnético en el entrehierro.

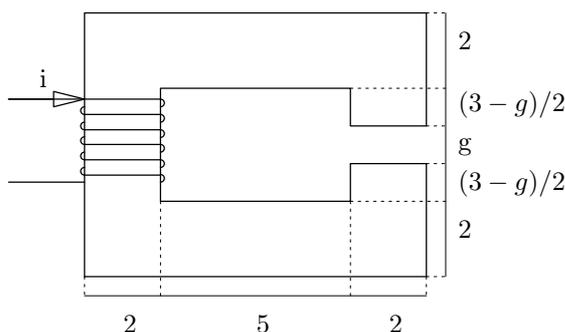


Figura 9.10: Circuito magnético del ejemplo 1.

Resolución:

El primer paso para resolver el problema es dibujar el circuito equivalente eléctrico teniendo en cuenta las analogías entre los circuitos eléctricos y magnéticos. De esta manera se obtiene el circuito de la figura 9.11.

A continuación hay que calcular los valores de las reluctancias que aparecen en el equivalente eléctrico de la figura 9.11. Para ello es necesario calcular la longitud media del hierro:

$$l_{Fe} = 2(1 + 5 + 1) + (1 + 3 + 1) + (1 + 2 \frac{(3-g)}{2} + 1) = 24 - g = 23,13 \text{ cm}$$

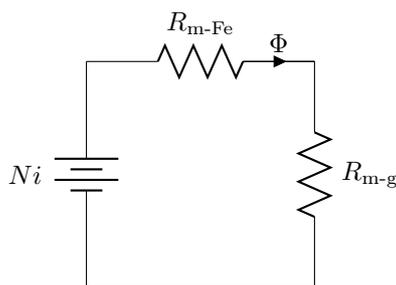


Figura 9.11: Ejemplo 1. Circuito equivalente eléctrico.

Entonces, las reluctancias:

- $R_{m-Fe} = \frac{l_{Fe}}{\mu_{Fe} \cdot S} = \frac{23,13 \cdot 10^{-2}}{5.000 \cdot \mu_0 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 92.031 H^{-1} = 92,03 (mH)^{-1}$
- $R_{m-g} = \frac{g}{\mu_0 \cdot S} = \frac{0,87 \cdot 10^{-2}}{\mu_0 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 17.308,10 (mH)^{-1}$

Por último, para calcular el flujo se emplea la ley de Hopkinson:

$$F_m = N \cdot I = R_m \cdot \Phi \Rightarrow 700 \cdot 1 = (R_{m-Fe} + R_{m-g})\Phi \Rightarrow \Phi = \frac{700}{(R_{m-Fe} + R_{m-g})} = 40,23 \mu Wb$$

Ejemplo 2 (Permeabilidad constante y problema inverso)

En el circuito magnético de la figura 9.12 las medidas están expresadas en cm, siendo la profundidad del núcleo de 10 cm. La permeabilidad relativa del hierro es 3.000. Las corrientes de los bobinados son $I_1 = 1$ A y $I_2 = 1,5$ A, y el número de espiras del bobinado de la izquierda es $N_1 = 700$. Calcula N_2 , para que por la columna central circule un flujo de 0,05 Wb.

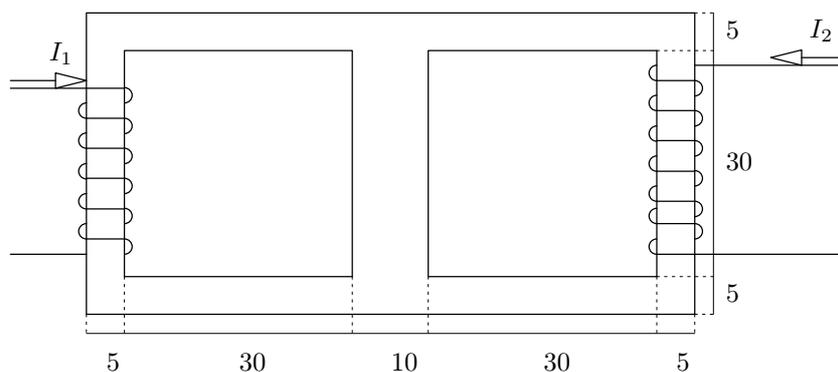


Figura 9.12: Circuito magnético del ejemplo 2.

Resolución:

En la figura 9.13 se muestra el equivalente eléctrico.

Para calcular los valores de las reluctancias del equivalente eléctrico de la figura 9.13, deben hallarse en primer lugar las longitudes medias y las áreas transversales:

$$l_1 = l_2 = 2(5 + 30 + 2,5) + 2,5 + 30 + 2,5 = 110 \text{ cm}$$

$$l_3 = 2,5 + 30 + 2,5 = 35 \text{ cm}$$

$$S_1 = S_2 = 5 \cdot 10 \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2$$

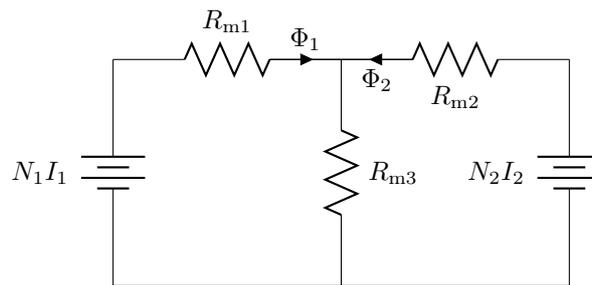


Figura 9.13: Ejemplo 2. Circuito equivalente eléctrico.

$$S_3 = 10 \cdot 10 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, los valores de las reluctancias quedan:

- $R_{m1} = R_{m2} = \frac{l_1}{\mu_{\text{Fe}} \cdot S_1} = \frac{110 \cdot 10^{-2}}{3.000 \cdot \mu_0 \cdot 50 \cdot 10^{-4}} = 58.356,81 \text{ H}^{-1}$
- $R_{m3} = \frac{l_3}{\mu_{\text{Fe}} \cdot S_3} = \frac{35 \cdot 10^{-2}}{3.000 \cdot \mu_0 \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 9.284,04 \text{ H}^{-1}$

En este caso la ley de Hopkinson se escribe:

$$N_1 I_1 = (R_{m1} + R_{m3})\Phi_1 + R_{m3}\Phi_2$$

$$N_2 I_2 = (R_{m2} + R_{m3})\Phi_2 + R_{m3}\Phi_1$$

Hay tres incógnitas, Φ_1 , Φ_2 y N_2 ; por lo tanto es necesario encontrar otra ecuación. Aplicando la ley de Kirchhoff de flujos se obtiene:

$$\Phi_1 + \Phi_2 = 0,05 \text{ Wb}$$

Ahora hay tres incógnitas y tres ecuaciones. Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene que:

$$N_2 = 2.098 \text{ v}$$

Ejemplo 3 (Permeabilidad variable y problema inverso)

Calcula la fuerza magnetomotriz del circuito magnético de la figura 9.14, donde $l_1 = l_2 = 47,1 \text{ cm}$, $l_g = 0,05 \text{ cm}$ y $S = 15 \text{ cm}^2$, para que el flujo sea de $1,35 \text{ mWb}$. La curva B - H del núcleo viene expresada por medio de la tabla 9.4.

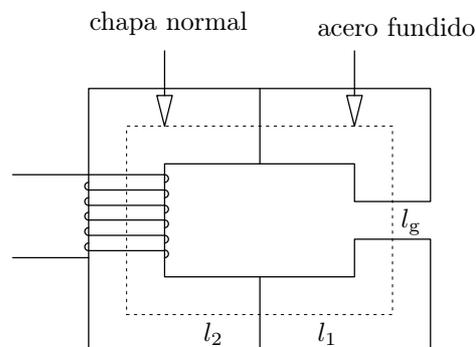


Figura 9.14: Circuito magnético de los ejemplos 3 y 4.

Resolución:

El equivalente eléctrico es el de la figura 9.15.

B (T)	H_1 (A/m) (acero fundido)	H_2 (A/m) (chapa normal)
0,1	90	50
0,3	150	65
0,5	240	100
0,7	410	180
0,9	650	360
1,1	1.100	675
1,3	1.900	1.200
1,5	4.000	2.200
1,7	8.500	6.000

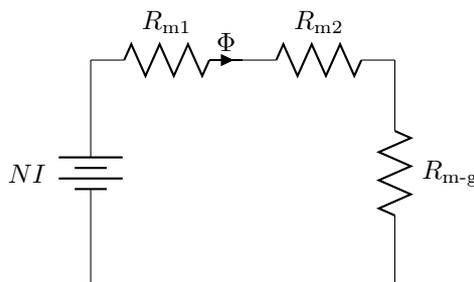
Tabla 9.4: Curva B - H del núcleo del circuito de los ejemplos 3 y 4.

Figura 9.15: Ejemplos 3 y 4. Equivalente eléctrico.

En este caso no pueden calcularse las reluctancias porque la permeabilidad es variable. Pero con los datos del problema y utilizando la tabla puede encontrarse el valor de la excitación en todos los puntos del circuito.

$$\Phi = B \cdot S = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \Rightarrow B_1 = B_2 = B_g = 0,9 \text{ T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_1 = 650 \text{ A/m (tabla)}; H_2 = 360 \text{ A/m (tabla)}; H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = 716.197 \text{ A/m}$$

Como la suma algebraica de las fuerzas magnetomotrices y las diferencias de potencial magnético a lo largo de una trayectoria cerrada de flujo magnético es nula (ley de Kirchhoff), se cumple que:

$$F_m = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_g l_g = 650 \cdot 47,1 \cdot 10^{-2} + 360 \cdot 47,1 \cdot 10^{-2} + 716917 \cdot 0,05 \cdot 10^{-2} = 833,81 \text{ A}$$

Ejemplo 4 (Permeabilidad variable y problema directo)

Para el circuito anterior (figura 9.14 y tabla 9.4) calcula el flujo magnético que circula, si $l_1 = l_2 = 47,1 \text{ cm}$, $l_g = 0,05 \text{ cm}$, $S = 15 \text{ cm}^2$, $N = 400 \text{ v}$ y $I = 4 \text{ A}$.

Resolución:

A este ejemplo le corresponde el mismo circuito equivalente eléctrico, el de la figura 9.15, que al ejemplo anterior. En este caso se cumple la siguiente ecuación:

$$F_m = N \cdot I = 1600 \text{ A} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_g l_g \quad (9.14)$$

donde $l_1 = l_2 = 47,1 \text{ cm}$ y $l_g = 0,05 \text{ cm}$.

Por otro lado, la suma algebraica de los flujos en un nodo es nula (ley de Kirchhoff). En este caso un único flujo magnético atraviesa todo el circuito, que tiene además una única área transversal. Como el flujo es $\Phi = B \cdot S$, la inducción magnética será igual en todos los puntos:

$$B_1 = B_2 \quad (9.15)$$

$$B_1 = B_g \quad (9.16)$$

Además, la permeabilidad del entrehierro es constante y conocida:

$$B_g = \mu_0 H_g \quad (9.17)$$

Es decir, hay 4 ecuaciones y 6 incógnitas (H_1 , H_2 , H_g , B_1 , B_2 y B_g). Se observa que este tipo de problema no tiene una solución inmediata. Precisamente, a pesar de que las características geométricas del circuito (longitud y área transversal) son conocidas y de que se sabe cuál es el material empleado, no puede resolverse directamente porque la permeabilidad no es constante (depende del valor de la inducción que a su vez es desconocido). Se aplica el método conocido como *curva de errores* o *método iterativo*. Se resuelve el problema tantas veces como sea necesario, es decir, se toma un valor para la excitación y utilizando la curva del material se obtiene el valor de la inducción magnética. Con estas hipótesis y empleando las ecuaciones planteadas se encuentra el valor de la fuerza magnetomotriz. Se compara ese valor con el proporcionado por el enunciado del problema y, si no concuerdan, se toma como hipótesis otro valor para la excitación, repitiendo el procedimiento tantas veces como sea necesario hasta que coincidan.

Como hipótesis se tomará $H_1 = 1.100$ A/m. En la tabla 9.4 se ve que el valor correspondiente de la inducción es $B_1 = 1,1$ T y, por lo tanto, utilizando las ecuaciones 9.15 y 9.16, se calcula que $B_2 = B_g = 1,1$ T. Sabiendo que $B_2 = 1,1$ T, por medio de la tabla 9.4 se obtiene que $H_2 = 675$ A/m; y si $B_g = 1,1$ T, entonces, de acuerdo con la ecuación 9.17, se cumple que $H_g = 875.352$ A/m. Ahora se utilizará la ecuación 9.14 para comprobar la hipótesis. Con los valores calculados para las incógnitas se obtiene que $H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_g l_g = 1.274$ A (y no 1.600 A), es decir, las fuerzas magnetomotrices no coinciden. Por lo tanto, hay que plantear una nueva hipótesis.

Como con la hipótesis anterior la fuerza magnetomotriz obtenida (1.274 A) es menor que la fuerza magnetomotriz real (1.600 A), deben tomarse valores mayores. El proceso se repetirá tomando como hipótesis $H_1 = 1.900$ A/m. Entonces:

$$H_1 = 1.900 \text{ A/m} \Rightarrow B_1 = 1,3 \text{ T} \Rightarrow B_2 = B_g = 1,3 \text{ T} \Rightarrow H_2 = 1.200 \text{ A/m}, H_g = 1.034.507 \text{ A/m}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 9.14, se obtiene una fuerza magnetomotriz de 1.977 A, mayor que la fuerza magnetomotriz real (1.600 A). Consecuentemente, la siguiente hipótesis debe cumplir $1.100 \text{ A/m} < H_1 < 1.900 \text{ A/m}$.

Se tomará, por ejemplo, $H_1 = 1.500$ A/m; pero este valor no está en la tabla 9.4 por lo que es necesario interpolar para calcular la inducción correspondiente. Para facilitar este proceso se utilizará interpolación lineal, es decir, se supondrá que los tramos de la curva $B-H$ entre los puntos conocidos son líneas rectas. En este caso la ecuación de la línea recta que pasa por los puntos (1.100 A/m, 1,1 T), (1.900 A/m, 1,3 T) es:

$$B_1 - 1,1 = \frac{(1,3 - 1,1)}{(1.900 - 1.100)}(H_1 - 1.100) \Rightarrow B_1 - 1,1 = \frac{0,2}{800}(H_1 - 1.100) \quad (9.18)$$

Sustituyendo $H_1 = 1.500$ A/m en la ecuación 9.18, se obtiene $B_1 \approx 1,2$ T. Es necesario destacar que este resultado no es exacto pues ha sido obtenido interpolando. Utilizando las ecuaciones 9.15 y 9.16, se calcula que $B_2 = B_g = 1,2$ T. Para encontrar H_2 hay que interpolar de nuevo. La ecuación que describe la recta que pasa por los puntos (675 A/m, 1,1 T), (1.200 A/m, 1,3 T) es:

$$B_2 - 1,1 = \frac{(1,3 - 1,1)}{(1.200 - 675)}(H_2 - 675) \Rightarrow B_2 - 1,1 = \frac{0,2}{525}(H_2 - 675) \quad (9.19)$$

Por lo tanto, según la ecuación 9.19, si $B_2 \approx 1,2$ T, entonces se cumple que $H_2 \approx 938$ A/m. Por último, empleando la ecuación 9.17, se obtiene que $H_g \approx 954.930$ A/m. Sustituyendo los valores hallados en la ecuación 9.14, la fuerza magnetomotriz obtenida es de 1.626 A, mientras que la fuerza magnetomotriz real es (1.600 A); es decir, puede considerarse que esta última hipótesis es válida.

En consecuencia, los valores de la inducción y de la excitación magnética quedan así:

$$H_1 \approx 1.500 \text{ A/m}; H_2 \approx 938 \text{ A/m}; H_g \approx 954.930 \text{ A/m}; B_1 = B_2 = B_g \approx 1,2 \text{ T}$$

Entonces, el flujo que circula por el circuito magnético es:

$$\Phi = B \cdot S \approx 1,8 \text{ mWb}$$

9.6. Flujo de dispersión

Cuando el bobinado magnetizante no cubre todo el circuito magnético, una parte del flujo magnético se propaga por el aire. Por ello, el flujo que atraviesa la porción de material cubierta por el bobinado es mayor que la que atraviesa la porción externa al bobinado. La diferencia entre esos dos flujos es el **flujo de dispersión**, y a la relación entre ambos se le denomina **coeficiente de dispersión magnética** o **coeficiente de Hopkinson**. Es muy difícil conocer con exactitud dicho coeficiente. Por lo tanto, los circuitos magnéticos no pueden ser resueltos con tanta precisión como los eléctricos.

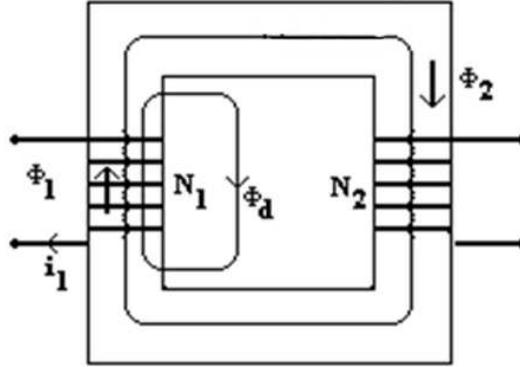


Figura 9.16: Flujo de dispersión.

Tal y como se muestra en la figura 9.16, sean Φ_1 el flujo en el interior del bobinado magnetizante, Φ_2 el flujo en el resto del circuito magnético y Φ_d el flujo de dispersión. La diferencia de potencial magnético que establece el bobinado magnetizante es:

$$\Delta V_{\text{mag}} = R_{m2} \cdot \Phi_2 = R_{m-d} \cdot \Phi_d$$

De aquí:

$$\frac{R_{m2}}{R_{m-d}} = \frac{\Phi_d}{\Phi_2} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Phi_2} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} - 1 = \nu - 1 \quad (9.20)$$

y la relación entre los flujos, ν , es el coeficiente de dispersión o de Hopkinson.

Tan sólo en un caso puede afirmarse que no hay flujo de dispersión: cuando el circuito magnético está formado por un toroide que se encuentra totalmente cubierto por espiras magnetizantes. En este caso se dice que el circuito magnético es perfecto.

9.7. Inductor real: circuito equivalente

Utilizando circuitos eléctricos equivalentes se pueden analizar sistemas magnéticos alimentados con corriente alterna utilizando las herramientas proporcionadas por la teoría de circuitos.

Si se supone que el núcleo magnético no tiene pérdidas y que la resistencia del bobinado es nula, según la ley de Hopkinson:

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m} = \frac{N \cdot i(t)}{l/\mu S} = \mu \frac{N \cdot i(t)}{l} S \quad (9.21)$$

De acuerdo con la ley de Faraday-Lenz, si un flujo magnético variable en el tiempo atraviesa un circuito eléctrico, se induce una fuerza electromotriz en el circuito de valor:

$$e(t) = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \frac{di(t)}{dt} \quad (9.22)$$

Y por ello, la diferencia de potencial que aparece en el circuito (véase la figura 9.17):

$$u(t) = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \frac{di(t)}{dt} \quad (9.23)$$

Si se compara la ecuación 9.23 con la ecuación de una bobina de coeficiente de autoinducción de valor L :

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (9.24)$$

se observa que el valor de L se calcula de la siguiente manera:

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \quad (9.25)$$

Esto quiere decir que el circuito equivalente de un inductor ideal es una autoinducción de valor L , tal y como se muestra en la figura 9.17, siendo su diagrama fasorial el de la figura 9.18. La tensión y la corriente están desfasadas 90° , es decir, la potencia activa absorbida es nula ya que no se consideran las pérdidas.

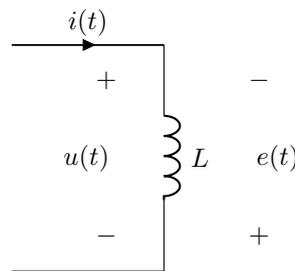


Figura 9.17: Circuito equivalente eléctrico del inductor ideal.

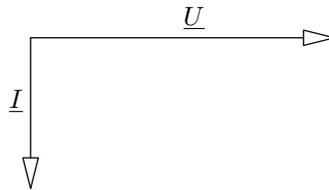


Figura 9.18: Diagrama fasorial del inductor ideal.

Pero el comportamiento de un inductor real es mucho más complejo:

- **Pérdidas en el cobre.** El bobinado tiene resistencia eléctrica y, por lo tanto, cuando transporta corriente se producen pérdidas de energía por efecto Joule.
- **Flujo de dispersión.** El flujo total que crea el bobinado no se transporta a través del material magnético; una parte, el flujo de dispersión, va por el aire y no se aprovecha.
- **Pérdidas en el hierro.** Al trabajar en corriente alterna, los cambios constantes en la inducción y en la excitación generan pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault.

Por todo lo anterior, el circuito eléctrico equivalente del inductor real será el de la figura 9.19.

El circuito equivalente del inductor real tiene las siguientes magnitudes/componentes:

- **Resistencia de pérdidas en el cobre (R_1)** y **reactancia de dispersión (X_1)**, para considerar las pérdidas en el cobre y el flujo de dispersión respectivamente.

$$\underline{U} = \underline{I}_0(R_1 + jX_1) + \underline{E} \quad (9.26)$$

Y para calcular las pérdidas en el cobre:

$$P_{Cu} = R_1 \cdot I_0^2 \quad (9.27)$$

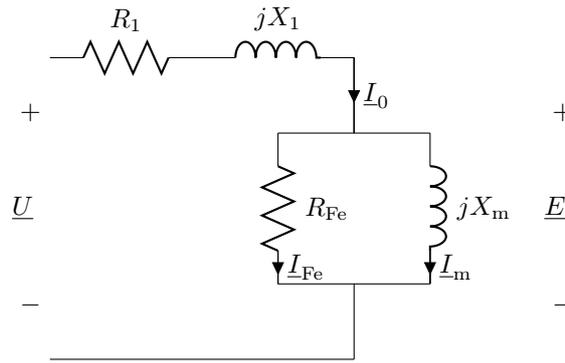


Figura 9.19: Circuito eléctrico equivalente del inductor real.

- **Resistencia de pérdidas en el hierro** (R_{Fe}) y **corriente de pérdidas en el hierro** (I_{Fe}), para modelizar las pérdidas en el hierro.

$$I_{Fe} = \frac{E}{R_{Fe}} \quad (9.28)$$

Entonces, las pérdidas en el hierro:

$$P_{Fe} = R_{Fe} \cdot I_{Fe}^2 = \frac{E^2}{R_{Fe}} \quad (9.29)$$

- **Reactancia magnetizante** (X_m) y **corriente magnetizante** (I_m) correspondientes a la imantación del núcleo.

$$I_m = \frac{E}{jX_m} \quad (9.30)$$

- La **corriente de excitación** o **corriente de vacío** (I_0) tiene dos componentes, la corriente de pérdidas en el hierro (I_{Fe}) y la corriente necesaria para imanar el núcleo (I_m).

$$I_0 = I_{Fe} + I_m \quad (9.31)$$

Tal y como se observa en el diagrama fasorial de la figura 9.20, el desfase entre la tensión y la corriente del inductor real no es de 90° ya que se han tenido en cuenta las pérdidas y, por lo tanto, la potencia activa absorbida no es nula.

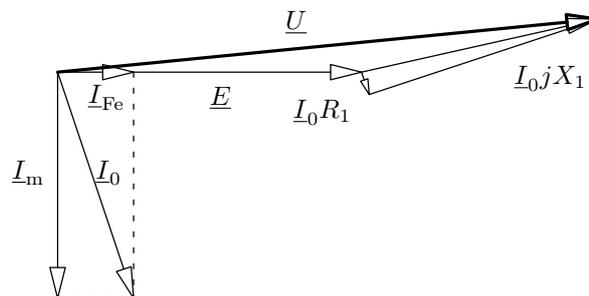


Figura 9.20: Diagrama fasorial del inductor real.

Capítulo 10

TRANSFORMADOR

10.1. Introducción

El **transformador** es una máquina eléctrica estática. Recibe energía eléctrica por uno de sus dos pares de terminales y entrega energía eléctrica por el otro par de terminales, convirtiendo una magnitud eléctrica alterna sinusoidal ($V-I$) en otra de la misma frecuencia pero de mayor o menor amplitud (y, por tanto, valor eficaz), tal y como se muestra en la figura 10.1.



Figura 10.1: Cambio en la amplitud de la magnitud eléctrica realizado por el transformador.

Está compuesto por dos o más bobinados, aislados eléctricamente entre sí y arrollados sobre el mismo núcleo ferromagnético, como puede observarse en la figura 10.2. La energía eléctrica se vale de los campos magnéticos para pasar de un bobinado a otro. Funciona únicamente con corriente alterna. Al arrollamiento que recibe energía eléctrica se le denomina entrada o **primario**, independientemente de que sea el de mayor o menor tensión. El bobinado que entrega energía eléctrica es la salida o **secundario**.

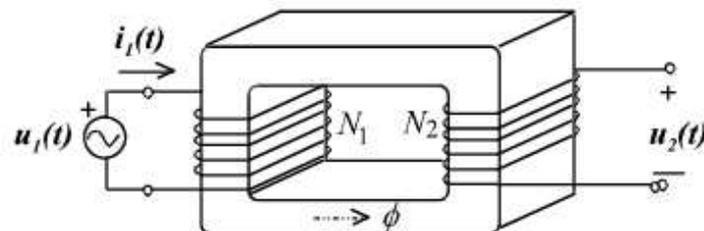


Figura 10.2: Bobinados de un transformador arrollados sobre el núcleo.

Los transformadores pueden ser de los siguientes tipos:

- *Transformadores de potencia.* Son indispensables para el transporte de la energía eléctrica ya que en el punto de generación aumentan el nivel de tensión, de tal manera que la energía eléctrica

se transporta a alta tensión y con niveles de corriente bajos (reduciéndose así las pérdidas en las líneas), y en el punto de consumo reducen nuevamente los niveles de tensión. Estos transformadores suelen ser trifásicos.

- *Transformadores de medida.* Pueden ser transformadores de tensión o transformadores de corriente. Los aparatos de medida se conectan en el secundario.
- *Transformadores de control.* Los elementos de control se colocan en el secundario.
- *Transformadores de aislamiento.* Sirven para aislar eléctricamente dos circuitos.

Como se alimentan con corriente alterna, la continua variación de inducción magnética da lugar a pérdidas por histéresis, que pueden reducirse empleando materiales ferromagnéticos blandos para la construcción del núcleo. Además, como el flujo magnético es variable en el tiempo, se generan fuerzas electromotrices inducidas y éstas dan lugar a corrientes parásitas o de Foucault. Para reducir estas pérdidas, el material que constituye el núcleo se construye de chapas magnéticas de muy poco espesor (de 0,2 a 0,6 mm) aisladas eléctricamente entre sí.

Normalmente, el primario de los transformadores se conecta a una fuente sinusoidal, de tal manera que alimente a una carga a través del secundario. Sin embargo, estas máquinas son totalmente reversibles y el flujo de energía puede ir de secundario a primario, conectándose en este caso la carga en el primario y alimentándose desde el secundario. En ambos casos, habrá que tomar en cuenta la tensión nominal de cada uno de los bobinados, ya que no se pueden superar de forma continuada dichas tensiones sin que los arrollamientos se quemen.

10.2. El transformador ideal

Antes de abordar el transformador real, se analizará el funcionamiento del transformador ideal. Para ello, se realizan las siguientes simplificaciones respecto al caso real:

- Se desprecia la resistencia eléctrica de ambos bobinados ($R_1 = R_2 = 0$). De esta forma no se consideran las *pérdidas por efecto Joule* ($P_w = R \cdot I^2 = 0$)
- Se supone que no existe *flujo de dispersión*, es decir, que todo el flujo magnético generado en los bobinados circula por el material ferromagnético.
- Se considera un *comportamiento ideal del núcleo* magnético, es decir, su permeabilidad magnética es tan grande ($\mu \rightarrow \infty$) que puede despreciarse su reluctancia ($R_m \rightarrow 0$). Por tanto, no se requiere de ninguna corriente para magnetizar el núcleo ($I_m = 0$).
- Por último, se desprecian las *pérdidas en el hierro* ($P_{Fe} = P_H + P_F = 0$, donde P_H son las pérdidas por histéresis y P_F son las pérdidas por corrientes de Foucault).

10.2.1. Funcionamiento del transformador ideal en vacío

Que un transformador trabaje en vacío significa que no existe ninguna carga conectada en el secundario, es decir, que dicho arrollamiento está en circuito abierto, tal y como se muestra en la figura 10.3. Cuando al primario se le aplica la tensión $u_1(t)$, se genera la corriente $i_1(t) = i_0(t)$ (**corriente de vacío**). Esta corriente a su vez da lugar a una excitación magnética y una inducción magnética ($H(t)$, $B(t)$) y a un flujo magnético en el núcleo, el **flujo de vacío** (Φ_0).

El flujo magnético generado por la corriente $i_1(t)$ en el núcleo ferromagnético circula por el bobinado primario (que tiene N_1 espiras) y se dirige al bobinado secundario (con N_2 espiras), atravesando el núcleo magnético. Según la ley de Faraday-Lenz, oponiéndose al cambio de flujo magnético, en los bornes del bobinado primario aparece una *fuerza contraelectromotriz* (f.c.e.m.), $e_1(t)$, y en el secundario una *fuerza electromotriz* (f.e.m) inducida, $e_2(t)$:

$$e_1(t) = -N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (10.1)$$

$$e_2(t) = -N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (10.2)$$

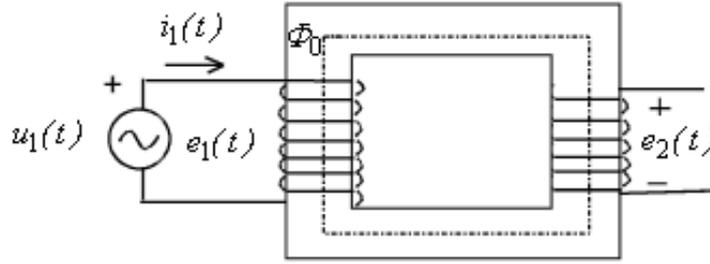


Figura 10.3: Transformador ideal en vacío.

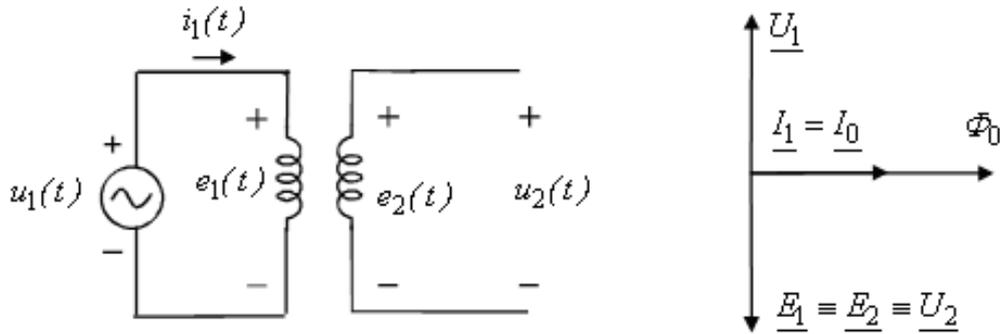


Figura 10.4: Esquema eléctrico y diagrama fasorial del transformador ideal en vacío.

En la figura 10.4 se muestran el esquema eléctrico y el diagrama fasorial correspondientes al transformador ideal en vacío.

Suponiendo que $\Phi(t) = \Phi_{\max} \cdot \text{sen}\omega t$, según el esquema de la figura 10.4 (en el que se ha despreciado la resistencia de los arrollamientos), la f.c.e.m. inducida en el primario tiene el siguiente valor absoluto:

$$|e_1(t)| = N_1 \frac{d\Phi(t)}{dt} = N_1 \cdot \Phi_{\max} \cdot \omega \cdot \text{cos}\omega t \quad (10.3)$$

Por lo tanto, el valor eficaz de la f.c.e.m. en el primario es:

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot N_1 \cdot \Phi_{\max} = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot B_{\max} \cdot S = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_{\max} \quad (10.4)$$

Asimismo, la f.e.m. inducida en el secundario vale:

$$|e_2(t)| = N_2 \frac{d\Phi(t)}{dt} = N_2 \cdot \Phi_{\max} \cdot \omega \cdot \text{cos}\omega t \quad (10.5)$$

cuyo valor eficaz es el siguiente:

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot N_2 \cdot \Phi_{\max} = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot B_{\max} \cdot S = 4,44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_{\max} \quad (10.6)$$

La relación entre los valores eficaces de la f.c.e.m. del primario y la f.e.m. del secundario coincide con la relación entre el número de espiras del bobinado primario y del bobinado secundario:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad (10.7)$$

Dado que se trata del transformador ideal, también se cumplirá:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \quad (10.8)$$

El factor n se denomina **relación de transformación**.

Por lo tanto, un transformador puede trabajar de dos formas:

- Si $N_1 < N_2$ funciona como elevador, es decir, la tensión del secundario es superior a la del primario: $U_1 < U_2$.
- Si $N_1 > N_2$ opera como reductor, es decir, la tensión del secundario es inferior a la del primario: $U_1 > U_2$.

10.2.2. Funcionamiento del transformador en carga

En la figura 10.5 se muestra un transformador trabajando en carga, es decir, entre los terminales del secundario se ha conectado un circuito (una impedancia).

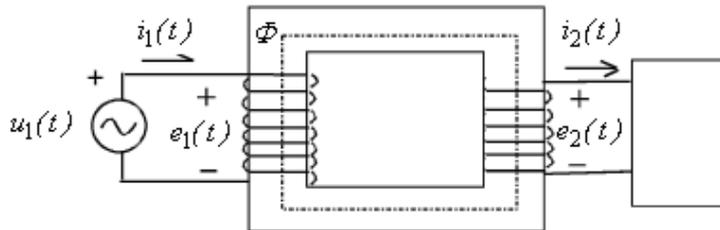


Figura 10.5: Transformador ideal en carga.

Como se ha supuesto un transformador ideal, no hay pérdidas por lo que la potencia aparente S_1 que recibe de la fuente el primario será igual a la que llega al bobinado secundario, S_2 , e igual a la que recibirá el circuito. Por lo tanto:

$$S_1 = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 = S_2 \quad (10.9)$$

Teniendo en cuenta la ecuación 10.8, se puede escribir:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n} \quad (10.10)$$

y también:

$$N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2 \quad (10.11)$$

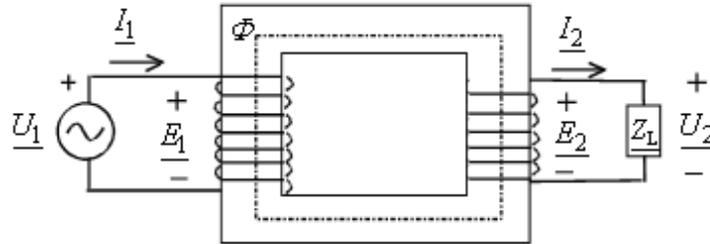
Hay que aclarar que las relaciones de fase entre magnitudes que se han obtenido se basan en el circuito considerado al comienzo del desarrollo. Normalmente, son función del sentido de arrollamiento de los bobinados. Sin embargo, los valores eficaces siempre cumplirán las relaciones indicadas.

10.2.3. El transformador como adaptador de impedancia

Supongamos un transformador ideal en cuyo secundario se conecta una carga Z_L , tal y como se muestra en la figura 10.7.

Dicha carga se alimenta de la potencia que da la fuente conectada al primario y su valor es:

$$Z_L = \frac{U_2}{I_2} \quad (10.12)$$

Figura 10.6: Transformador ideal con una carga Z_L conectada en el secundario.

Teniendo en cuenta la relación entre las tensiones (ecuación 10.8) y la relación entre las corrientes (ecuación 10.41), la expresión anterior (ecuación 10.12) puede escribirse:

$$\underline{Z}_L = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_1 \frac{N_2}{N_1}}{I_1 \frac{N_1}{N_2}} = \frac{U_1}{I_1} \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 = \frac{U_1}{I_1} \frac{1}{n^2} \quad (10.13)$$

Por lo tanto, tal y como se representa en el esquema de la figura 10.7, la impedancia que ve la fuente desde el primario es función de la relación entre el número de espiras del primario y del secundario:

$$\underline{Z}'_L = \frac{U_1}{I_1} = \underline{Z}_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = \underline{Z}_L \cdot n^2 \quad (10.14)$$

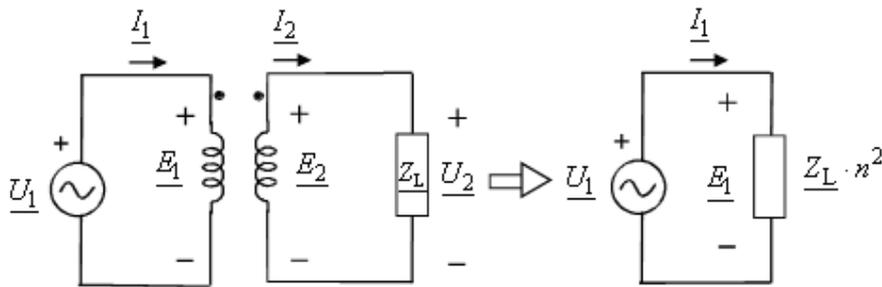


Figura 10.7: Esquema eléctrico del transformador como adaptador de impedancias.

10.2.4. Puntos homólogos

Desde el punto de vista de la red o de la alimentación, el bobinado primario se comporta como una carga. En el secundario se generará una f.e.m. $e_2(t)$, y a través de la impedancia circula la corriente $i_2(t)$. Esta corriente, según la ley de Lenz, se opone al cambio del flujo generado por el primario. El bobinado secundario, desde el punto de vista de la carga, se comporta como una fuente.

Para conocer la polaridad de la f.e.m. que aparece en el bobinado secundario se emplea el concepto de puntos homólogos. Se definen como **puntos homólogos** aquellos terminales de los arrollamientos que, cuando se hace circular una corriente por ellos, originan flujos del mismo sentido. Los puntos homólogos se suelen indicar en los esquemas eléctricos dibujando un punto en uno de los extremos de cada uno de los bobinados (véase esquema de la figura 10.7). Se han de interpretar de la siguiente forma:

- Analizando la polaridad de la tensión del bobinado primario, si el borne positivo coincide con el extremo que tiene el punto, el borne positivo de la f.e.m. del secundario es también el que tiene el punto, y el otro, por tanto, el negativo.

- En lo que se refiere a las corrientes, si la corriente del primario entra por el terminal que tiene el punto, la del secundario sale por el terminal del punto.

10.3. Características nominales del transformador

Las condiciones eléctricas de una máquina deben figurar en su **placa de características**. Un transformador está diseñado para funcionar en unas condiciones de trabajo determinadas, y estas características nominales deben de ser respetadas para no dañar la máquina y para que sus condiciones de trabajo sean las óptimas. Entre los datos que aparecen en la placa de características de un transformador, los más importantes son los siguientes:

- Tensiones nominales en primario y secundario: U_{1n} y U_{2n} .
- Potencia aparente nominal: S_n .
- Frecuencia: f .
- Número de fases: monofásico o trifásico.
- Tensión de aislamiento: U_{ais} .

Hay que tener en cuenta que si no mantenemos alguno de estos datos el transformador no trabajará adecuadamente.

La relación entre los valores nominales se cumple como si el transformador fuera ideal. Esto es:

$$S_n = U_{1n} \cdot I_{1n} = U_{2n} \cdot I_{2n} \quad (10.15)$$

Y en cuanto a las tensiones nominales, definidas por el flujo circulante en el núcleo, cumplen la siguiente relación:

$$U_1 = E_1 = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_{\max} = 4,44 \cdot f \cdot N_1 \cdot B_{\max} \cdot S \quad (10.16)$$

Se puede trabajar en otras condiciones, siempre sin quemar los bobinados y sin entrar en condiciones de saturación del material magnético, pero el funcionamiento será más deficiente.

A la hora de diseñar un transformador, hay que tener en cuenta que:

- El circuito magnético queda fijado por el flujo que lo atraviesa en condiciones nominales:

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot N_1 \cdot \Phi_{\max} \Rightarrow \Phi_{\max} = \frac{E_1}{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \cdot N_1} \quad (10.17)$$

- El circuito eléctrico, por su parte, queda fijado por la intensidad que lo atraviesa en condiciones nominales; dicho valor no cambia mientras no se modifiquen las características geométricas o físicas del conductor. Las pérdidas por efecto Joule, por unidad de volumen, son proporcionales al cuadrado de la densidad de corriente que atraviesa el conductor.

10.4. El transformador real

Al analizar el transformador real, habrá que tener en cuenta los fenómenos que se han despreciado en el estudio del transformador ideal.

- Los dos bobinados tienen una resistencia eléctrica, R_1 y R_2 , por lo que hay que considerar las *pérdidas por efecto Joule* que tienen lugar en los mismos ($P_w = I^2 \cdot R$), también denominadas *pérdidas en el cobre*.
- No todo el flujo magnético circula por el material ferromagnético sino que un pequeño porcentaje del flujo, el *flujo de dispersión*, circula por el aire. Por lo tanto, hay que considerar las reactancias de fuga X_1 y X_2 que modelizan dicho fenómeno.

- La permeabilidad del material que constituye el núcleo no es ni infinita ni constante y, por tanto, la reluctancia no es cero ($R_m \neq 0$). Para magnetizar el núcleo hace falta una corriente que se denomina **corriente de magnetización** (I_m), y que circula a través de la reactancia X_m .
- Las *pérdidas en el hierro* ($P_{Fe} = P_H + P_F$) no son nulas, y se tienen en consideración mediante la resistencia ficticia R_{Fe} .

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, el circuito eléctrico equivalente del transformador real es el que se muestra en la figura 10.8.

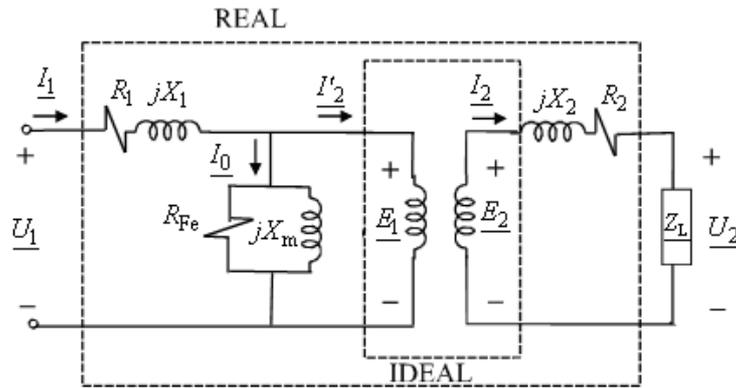


Figura 10.8: Circuito equivalente del transformador real.

Sea $n = \frac{N_1}{N_2}$ la relación entre el número de espiras del primario y del secundario. Entonces, se cumple que:

$$\frac{E_1}{E_2} = n; \quad \frac{I'_2}{I_2} = \frac{1}{n}; \quad E_1 \cdot I'_2 = E_2 \cdot I_2 \quad (10.18)$$

10.4.1. Funcionamiento del transformador real en carga

En vacío, al aplicar al primario la tensión nominal U_{1n} , se genera en el secundario la tensión nominal U_{2n} , y en el material magnético el nivel de flujo queda definido por esas tensiones. En lo que se refiere a las corrientes, $I_1 = I_0$ es muy pequeña, suficiente para generar el flujo y producir las pérdidas magnéticas. La corriente en el secundario, I_2 (y, por lo tanto también I'_2), es nula.

En funcionamiento normal, alimentando el secundario a una carga tal y como se muestra en la figura 10.8, al conectar el primario a la tensión nominal U_{1n} , en el secundario aparece una tensión U_2 , distinta a U_{2n} . La carga, alimentada por dicha tensión, absorbe una corriente I_2 y una potencia determinada. Esta carga le solicita una corriente I'_2 al primario, que junto con la corriente necesaria para magnetizar el núcleo (teniendo en cuenta también las pérdidas en el hierro), constituye la corriente total del primario, $I_1 = I_0 + I'_2$, mayor que la que absorbe en vacío.

10.4.2. Circuitos equivalentes

Teniendo en cuenta la ecuación 10.14, la resistencia y la reactancia del secundario vistas desde el primario (R'_2 y X'_2 respectivamente) pueden calcularse como:

$$R'_2 = n^2 \cdot R_2 \text{ y } X'_2 = n^2 \cdot X_2 \quad (10.19)$$

Además la tensión y la corriente del secundario vistas desde el primario son, respectivamente:

$$\underline{U}'_2 = n \cdot \underline{U}_2 \text{ e } \underline{I}'_2 = \frac{I_2}{n} \quad (10.20)$$

Así, puede dibujarse el el circuito equivalente del transformador real visto desde el primario, tal y como se muestra en la figura 10.9. Dicho circuito es equivalente al circuito de la figura 10.8, pero todos los componentes se encuentran en el mismo lado del circuito, por lo que resulta más sencillo de resolver.

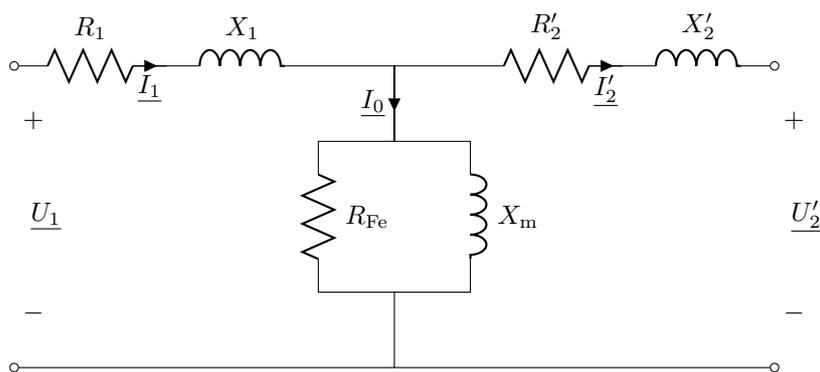


Figura 10.9: Circuito equivalente exacto del transformador real referido al primario.

Asimismo, utilizando de nuevo la ecuación 10.14, pueden calcularse la resistencia y la reactancia del primario referidas al secundario (R'_1 y X'_1 respectivamente):

$$R'_1 = \frac{R_1}{n^2} \text{ y } X'_1 = \frac{X_1}{n^2} \quad (10.21)$$

de tal manera que se obtiene el circuito equivalente real visto desde el secundario que se muestra en la figura 10.10 donde $R''_{Fe} = R_{Fe}/n^2$ y $X''_m = X_m/n^2$. Para su comprensión téngase en cuenta que la tensión y la corriente del primario vistas desde el secundario son, respectivamente:

$$\underline{U''_1} = \frac{U_1}{n} \text{ e } \underline{I''_1} = n \cdot \underline{I_1} \quad (10.22)$$

Y la corriente de vacío vista desde el secundario:

$$\underline{I''_0} = n \cdot \underline{I_0} \quad (10.23)$$

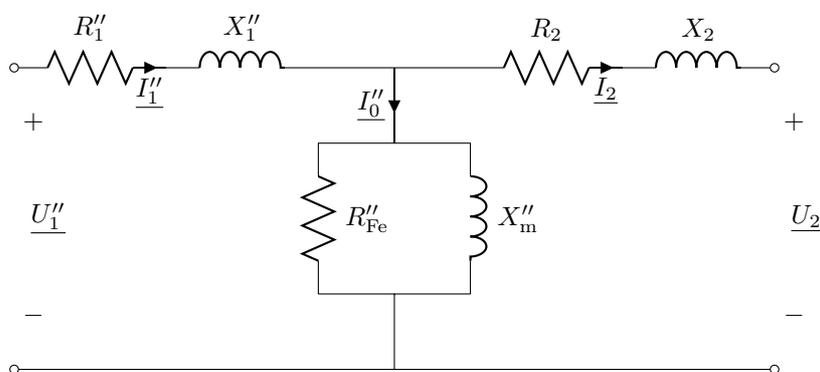


Figura 10.10: Circuito equivalente exacto del transformador real referido al secundario.

Teniendo en cuenta que en condiciones nominales la caída de potencial que se produce en la impedancia $R_1 + jX_1$ es pequeña, se obtiene el circuito equivalente aproximado del transformador real referido al primario, circuito que se muestra en la figura 10.11.

El circuito equivalente aproximado del transformador real referido al secundario se presenta en la figura 10.12.

10.5. Caída de tensión interna de un transformador. Tensión de regulación

Cuando un transformador trabaja en vacío, se cumple la relación de transformación de las tensiones nominales entre ambos bobinados. Pero, cuando el transformador trabaja en carga, según el nivel de

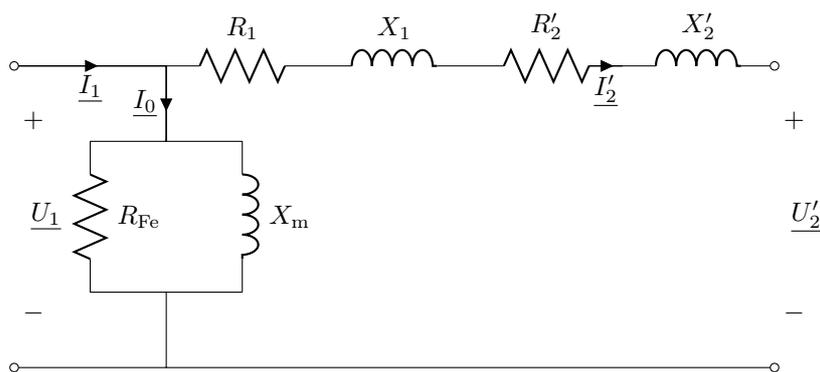


Figura 10.11: Circuito equivalente aproximado del transformador real referido al primario.

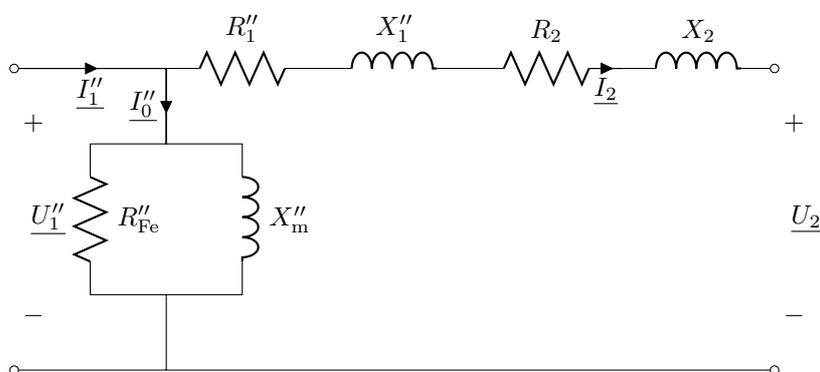


Figura 10.12: Circuito equivalente aproximado del transformador real referido al secundario.

carga (a plena carga $I_2 = I_{2n}$, a media carga $I_2 = \frac{I_{2n}}{2}$, a un cuarto de carga $I_2 = \frac{I_{2n}}{4}$, etc.), como en los elementos internos del transformador se producen caídas de tensión proporcionales a la intensidad, las relaciones de tensiones del primario y del secundario no son las mismas que la nominal. Esto es, bajo carga, se produce una caída interna de tensión.

10.5.1. Diagrama fasorial del transformador

Para determinar la tensión de regulación de un transformador es necesario entender la caída de tensión en su interior. No se considerará la rama de magnetización del circuito equivalente del transformador debido a que la corriente de vacío que absorbe el transformador es pequeña comparada con la corriente nominal.

La caída de tensión interna de un transformador depende, por un lado, de la resistencia y de la inductancia del propio transformador y, por otro lado, de la carga a la que sea conectado que establece un determinado valor para la corriente del secundario, así como para su desfase respecto a la tensión. Utilizando el circuito equivalente del transformador visto desde el secundario que se muestra en la figura 10.12, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{U_1}{n} = U_2 + R''_{cc} \cdot I_2 + jX''_{cc} \cdot I_2 \quad (10.24)$$

donde:

- $R''_{cc} = R'_1 + R_2 = \frac{R_1}{n^2} + R_2$ es la **resistencia de cortocircuito** vista desde el *secundario*;
- $X''_{cc} = X'_1 + X_2 = \frac{X_1}{n^2} + X_2$ es la **reactancia de cortocircuito** vista desde el *secundario*.

De esta manera, se obtienen los diagramas correspondientes a los tres tipos de carga que se pueden conectar en el secundario: factor de potencia atrasado, es decir, carga inductiva (figura 10.13); factor de

potencia unitario, es decir, carga resistiva pura (figura 10.14); y factor de potencia adelantado, esto es, carga capacitiva (figura 10.15). En dichos diagramas, se ha tomado como origen de fases la tensión del secundario.

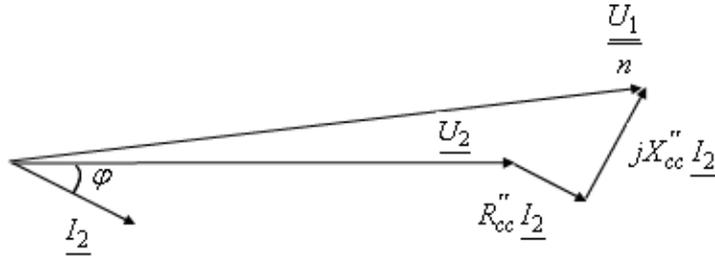


Figura 10.13: Diagrama fasorial de un transformador que opera con un factor de potencia retrasado (carga inductiva).

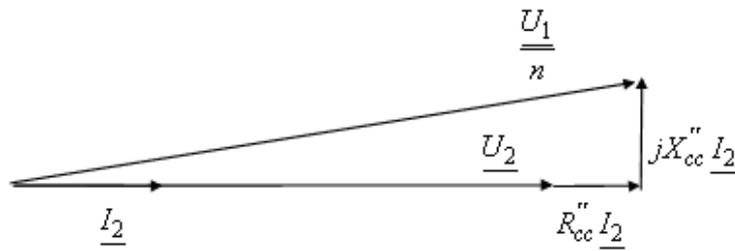


Figura 10.14: Diagrama fasorial de un transformador que opera con un factor de potencia unidad (carga resistiva pura).

Despreciando la parte imaginaria de la variación de tensión en el secundario, según el diagrama fasorial representado en la figura 10.16, se obtiene que la caída de tensión interna en el transformador vale:

$$\Delta U_2 = \frac{U_1}{n} - U_2 = R''_{cc} \cdot I_2 \cdot \cos\varphi + X''_{cc} \cdot I_2 \cdot \sen\varphi \quad (10.25)$$

Se puede obtener una expresión similar para la caída de tensión interna refiriendo el circuito equivalente al primario:

$$\Delta U_1 = U_1 - n \cdot U_2 = R_{cc} \cdot I_1 \cdot \cos\varphi + X_{cc} \cdot I_1 \cdot \sen\varphi \quad (10.26)$$

donde:

- $R_{cc} = R_1 + R'_2 = R_1 + n^2 \cdot R_2$ es la **resistencia de cortocircuito** equivalente referida al *primario*;
- $X_{cc} = X_1 + X'_2 = X_1 + n^2 \cdot X_2$ es la **reactancia de cortocircuito** equivalente referida al *primario*.

Es conveniente destacar que tanto la figura 10.16 como las ecuaciones 10.25 y 10.26 corresponden a una carga de tipo inductivo; si la carga fuese capacitiva, debería tomarse el ángulo como negativo (véase figura 10.15).

10.5.2. Tensión de regulación

Debido a que en el interior de un transformador real hay impedancias en serie, la tensión de salida de un transformador varía con la carga incluso cuando la tensión de entrada permanece constante. Para

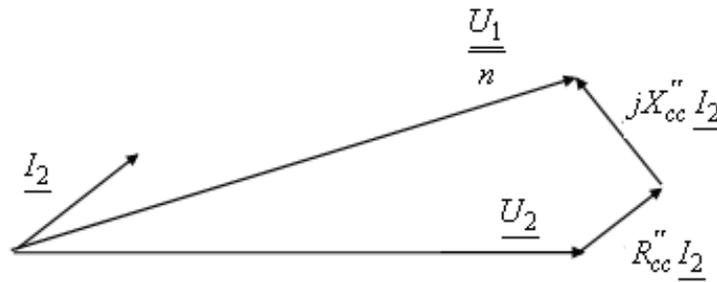


Figura 10.15: Diagrama fasorial de un transformador que opera con un factor de potencia adelantado (carga capacitiva).

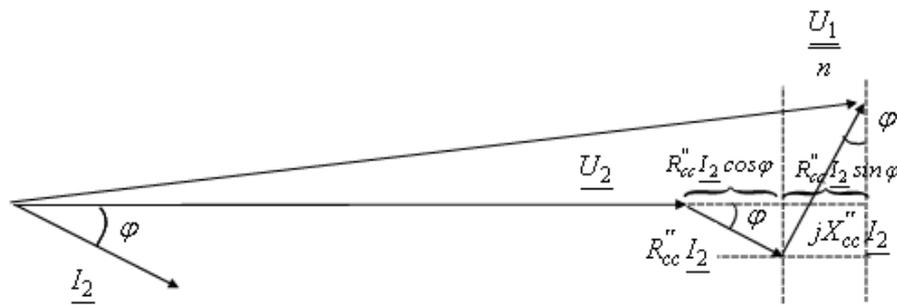


Figura 10.16: Variación de la parte real de la tensión del secundario de un transformador que opera con un factor de potencia atrasado (carga inductiva).

comparar convenientemente los transformadores en este aspecto, se suele definir una magnitud llamada **tensión de regulación** (ϵ_C). Se denomina tensión de regulación a la caída de tensión interna (diferencia entre la tensión de salida en vacío, U_{20} y la tensión de salida con carga, U_2) respecto a la tensión de salida en vacío, expresada en tanto por ciento:

$$\epsilon_C = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \cdot 100 \quad (10.27)$$

Al trabajar con el circuito equivalente reducido al primario es más conveniente expresar el cociente anterior en función de las magnitudes referidas al primario. Para ello, basta con multiplicar el numerador y el denominador de la expresión anterior por la relación de transformación n :

$$\epsilon_C = \frac{n \cdot U_{20} - n \cdot U_2}{n \cdot U_{20}} \cdot 100 = \frac{U_{1n} - U_2'}{U_{1n}} \cdot 100 \quad (10.28)$$

Para calcular esta relación se va a considerar el circuito equivalente aproximado referido al primario que se muestra en la figura 10.17.

En dicho circuito se cumple:

$$\underline{U}_{1n} = \underline{I}_2' \cdot (R_{cc} + jX_{cc}) + \underline{U}_2' \quad (10.29)$$

Como ya se ha visto anteriormente (ecuación 10.26), se cumple que $\Delta U_1 = U_{1n} - n \cdot U_2 = U_{1n} - U_2' = R_{cc} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi + X_{cc} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi$. Si en dicha expresión se introduce el concepto de **índice de carga** como

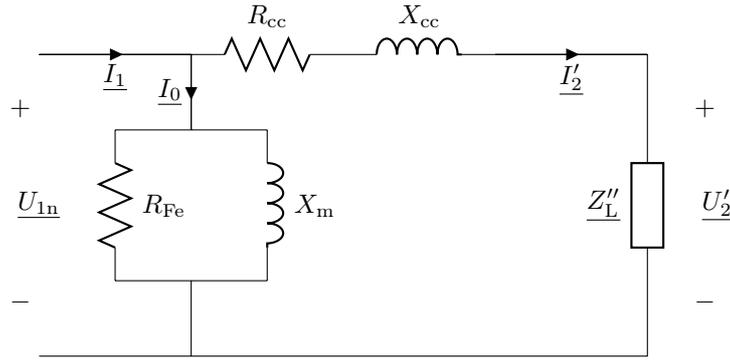


Figura 10.17: Circuito equivalente aproximado de un transformador referido al primario con una carga conectada en el secundario.

el cociente entre la corriente del devanado secundario y su corriente nominal, se obtiene:

$$c = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{I_2/n}{I_{2n}/n} \approx \frac{I_1}{I_{1n}} \Rightarrow \Delta U_1 = R_{cc} \cdot c \cdot I_{1n} \cdot \cos\varphi + X_{cc} \cdot c \cdot I_{1n} \cdot \sin\varphi \quad (10.30)$$

10.6. Rendimiento del transformador

Al igual que en cualquier otra máquina donde se realiza una transformación de energía, el **rendimiento** de un transformador se define como la relación entre la *potencia de salida* (P_{out}) y la *potencia de entrada* (P_{in}):

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_t} \quad (10.31)$$

donde P_t son las *pérdidas totales* en la máquina.

En el caso de un transformador la potencia de salida es la potencia activa que entrega el bobinado del secundario a una carga, y la potencia de entrada es la potencia que el bobinado primario absorbe de la red o de una fuente.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_t} \quad (10.32)$$

Como $P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1$, $P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi$ y $P_t = P_{Fe} + P_w$ (donde P_{Fe} y P_w son las pérdidas en el hierro y en el cobre respectivamente), el rendimiento queda:

$$\eta = \frac{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi}{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi + P_{Fe} + P_w} \quad (10.33)$$

Por lo tanto, cuanto peor sea el factor de potencia de la carga, peor será el rendimiento.

En función del índice de carga y teniendo en cuenta las relaciones $I_2 = c \cdot I_{2n}$ y $P_t = P_{Fe} + P_w = P_{Fe} + c^2 \cdot P_{cc}$ (donde P_{cc} son las pérdidas en el cobre a corriente nominal), el rendimiento del transformador viene expresado por:

$$\eta = \frac{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi}{U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi + P_{Fe} + P_w} = \frac{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi}{U_2 \cdot c \cdot I_{2n} \cdot \cos\varphi + P_{Fe} + c^2 \cdot P_{cc}} \quad (10.34)$$

El rendimiento máximo se obtiene cuando el índice de carga hace que el denominador sea mínimo, lo cual implica la igualdad:

$$P_{Fe} = c^2 \cdot P_{cc} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{cc}}} \quad (10.35)$$

10.7. Transformadores trifásicos

En todo lo tratado hasta ahora se ha hecho referencia únicamente a los transformadores monofásicos. Sin embargo, el transporte y la distribución de la energía eléctrica se realiza mediante sistemas trifásicos.

La transformación de tensiones y corrientes en los estos sistemas puede realizarse de dos maneras distintas. La primera de ellas, utilizada en las centrales generadoras de energía eléctrica, consiste en utilizar un transformador monofásico en cada una de las tres fases, de tal manera que formen circuitos magnéticos independientes. Este sistema es caro, ya que emplea mucho material ferromagnético, y poco práctico porque resulta necesario incorporar tres unidades idénticas. La segunda manera, empleada en el transporte y la distribución de la energía eléctrica, consiste en emplear un único núcleo magnético en el que se incorporan todos los devanados necesarios. En este caso, el sistema está formado por tres columnas iguales sobre las que se arrollan las espiras que constituyen los bobinados primario y secundario de cada fase, como se indica en la figura 10.18.

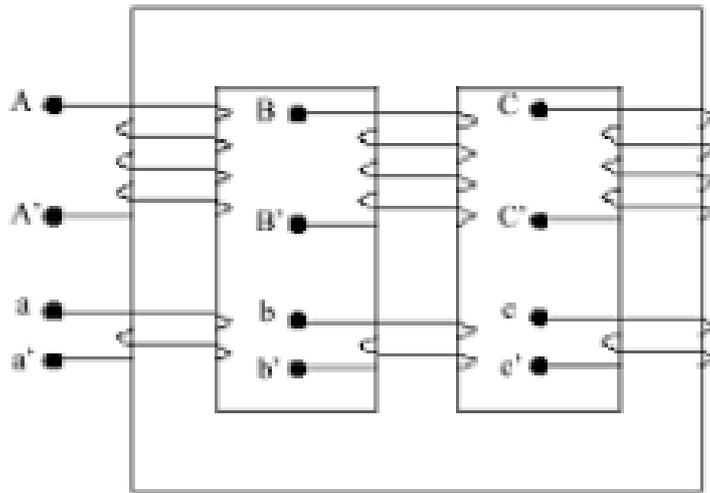


Figura 10.18: Circuito magnético de un transformador trifásico.

En el estudio del transformador trifásico hay que considerar **cada columna como un transformador monofásico**, de tal forma que los circuitos equivalentes, etc. deben expresarse en valores simples, pudiéndose aplicar entonces las mismas técnicas de análisis empleadas en el estudio de los transformadores monofásicos. Por ejemplo, el cociente entre el número de espiras por fase del primario y el número de espiras por fase del secundario coincide con la relación entre las fuerzas electromotrices por fase del primario y del secundario:

$$\frac{E_{1f}}{E_{2f}} = \frac{N_1}{N_2} \quad (10.36)$$

Para la designación de los terminales de los devanados, se utilizarán las letras mayúsculas (A, B, C) para denominar los principios de las bobinas del devanado de mayor tensión, que se supondrá situado en el primario; las mismas letras en minúscula (a, b, c) indicarán los terminales de la misma polaridad instantánea en el devanado de menor tensión, situado generalmente en el secundario. Los demás terminales se expresarán con las mismas letras con prima, como se muestra en en la figura 10.18.

Las formas que más frecuentemente se emplean para realizar la conexiones de los arrollamientos son: en **estrella** (con o sin hilo neutro), en **triángulo** y en **zig-zag**. En la conexión en estrella se unen en un mismo punto los tres extremos de los arrollamientos que poseen la misma polaridad, existiendo dos formas básicas según se unan los terminales A, B y C o A', B' y C' (a, b y c o a', b' y c' para el lado de menor tensión). En la conexión en triángulo se unen sucesivamente los extremos de polaridad opuesta de cada dos devanados hasta cerrar el circuito; según sea el orden de sucesión en que se realiza esta operación, pueden existir dos formas diferentes. La conexión en zig-zag, que en la práctica sólo se emplea en el lado de menor tensión, consiste en subdividir en dos partes iguales dichos devanados, conectando una parte en estrella y uniendo posteriormente cada rama en serie con las bobinas invertidas de las fases adyacentes, siguiendo un determinado orden. Este tipo de conexión responde mejor ante cargas desequilibradas. Estas

tres formas básicas se muestran, sólo para el devanado de baja tensión, en la figura 10.19¹.

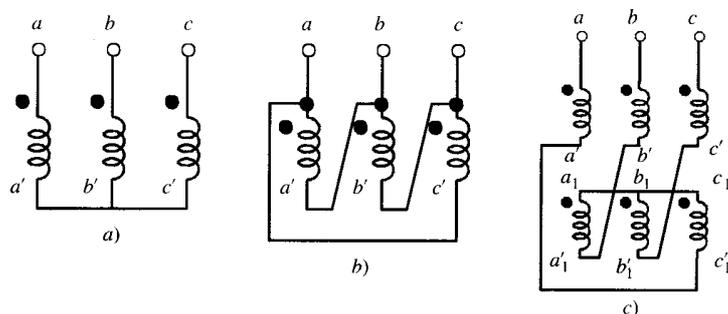


Figura 10.19: Tipos de conexión de los transformadores trifásicos.

Las diferentes conexiones se designan con letras, de acuerdo a la nomenclatura descrita en la tabla 10.1.

Tipo de conexión	Lado de mayor tensión	Lado de menor tensión
Estrella	Y	y
Triángulo	D	d
Zig-zag	Z	z

Tabla 10.1: Nomenclatura de las conexiones de los transformadores trifásicos.

Dependiendo de los tipos de conexión de los devanados de un transformador trifásico, pueden aparecer distintas diferencias de fase entre las tensiones compuestas del lado de mayor tensión y del lado de menor tensión. Para que este desfase quede determinado, se supone que el transformador se alimenta por medio de un sistema equilibrado de tensiones de sentido directo (es decir, ABC), de tal forma que se consideran ángulos positivos los de retraso del lado de menor tensión respecto al de tensión más elevada. Estos ángulos no se miden en grados, sino en múltiplos de $30^\circ = 2\pi/12$ radianes, lo que permite identificarlos con los que forman las agujas de un reloj cuando marca una hora exacta. Esto da lugar al llamado **índice horario** del transformador. Por ejemplo, un índice igual a 5 significa un retraso de $5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$ de la tensión menor respecto a la mayor. El proceso a seguir para determinar el índice horario es el siguiente:

1. Se representan las **fuerzas electromotrices simples del devanado de mayor tensión**, de tal forma que el terminal A se sitúe en la parte superior del diagrama (coincidiendo con el número 12 de un reloj imaginario).
2. Se representan las **fuerzas electromotrices simples del devanado de menor tensión**, teniendo en cuenta que los devanados primario y secundario situados en la misma columna producen fuerzas electromotrices en fase (para los bornes homólogos).
3. Se superponen ambos diagramas. El ángulo horario es el que forman dos vectores, uno que pasa por el punto A y el centro del diagrama y el otro el que pasa por a y ese mismo centro. De aquí se deduce el índice horario.

A continuación, se va a calcular el índice horario del transformador triángulo-estrella que aparece en la parte izquierda de la figura 10.20², donde se muestra la tapa de bornes junto con una representación esquemática de las bobinas.

En primer lugar, se dibujan las fuerzas electromotrices simples del lado de mayor tensión, colocando el terminal A en la parte superior (figura 10.20a)). Se obtiene así un triángulo ABC , donde se señalan en cada lado los terminales de la bobina a la que corresponden y el orden en el que se suceden. Se representan luego las fuerzas electromotrices del lado de menor tensión (figura 10.20b)), teniendo en cuenta que los

¹Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora.

²Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora.

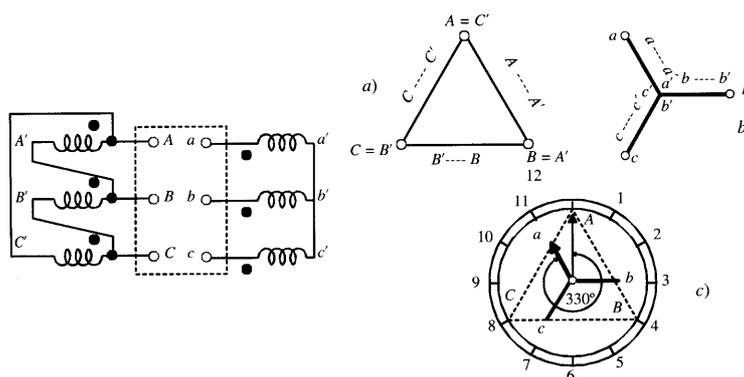


Figura 10.20: Cálculo del índice horario de un transformador Dy.

arrollamientos de la misma columna están en fase; así, se observa que la fuerza electromotriz $a-a'$ es paralela a la fuerza electromotriz $A-A'$, $b-b'$ a $B-B'$ y $c-c'$ a $C-C'$. Al superponer ambos diagramas se obtiene la figura 10.20c). El ángulo horario es el que forman los vectores $0a$ y $0A$ (siendo 0 el centro del diagrama). Se observa que el ángulo es de 300° de retraso del lado de menor tensión respecto del de mayor tensión; es decir, el índice horario es $330/30 = 11$, índice horario que se puede leer directamente en el reloj imaginario dibujado en la misma figura. Este transformador se designa como Dy11, que significa:

- lado de mayor tensión primario (que generalmente coincide con el primario) conectado en triángulo;
- lado de menor tensión (usualmente el secundario) conectado en estrella;
- el índice horario es 11.

Dependiendo de la forma en la que se efectúan las conexiones en el primario y en el secundario y del sentido de sucesión de fases de la red, se pueden obtener en el transformador anterior los índices horarios 1, 5, 7 y 11. Si se introducen además arrollamientos en zig-zag, existe un gran número de combinaciones posibles. En la práctica se utiliza un número limitado de acoplamientos que se dan en la tabla 10.2. Se han resaltado los tipos de conexión que se prefieren en el diseño de nuevas instalaciones.

Tal y como se ha comentado anteriormente, se sigue cumpliendo que la relación entre el número de espiras por fase del primario y el número de espiras por fase del secundario es igual al cociente las fuerzas electromotrices por fase de los dos devanados (ecuación 10.36). Sin embargo, en corriente trifásica resulta más práctico hablar de la relación de transformación entre las tensiones compuestas del lado de mayor tensión y del lado de menor tensión, que es la que se muestra en la tabla 10.2. Por ejemplo, para una conexión Dy se puede calcular dicha relación de transformación de la siguiente manera:

$$n = \frac{U_{11}}{U_{12}} = \frac{U_{f1}}{\sqrt{3} \cdot U_{f2}} = \frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2} \quad (10.37)$$

Asimismo, en una conexión Yd:

$$n = \frac{U_{11}}{U_{12}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{f1}}{U_{f2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot N_1}{N_2} \quad (10.38)$$

10.8. Transformadores de medida

En la práctica de la Ingeniería Eléctrica es frecuente el empleo de tensiones y corrientes elevadas que conviene medir. Sin embargo, no es posible conectar directamente los aparatos de medida a los circuitos de A.T. debido al peligro que esto supondría para las personas que se acercaran a los instrumentos. Los transformadores de medida permiten separar ambos circuitos, al mismo tiempo que adaptan las magnitudes de la red al rango de medida de los instrumentos.

Para la conexión de amperímetros y bobinas amperimétricas de los instrumentos se emplean **transformadores de corriente**, mientras que para la conexión de voltímetros y bobinas voltimétricas se utilizan **transformadores de tensión**. Ambos deben garantizar el aislamiento necesario para la seguridad del

personal, y deben reproducir con la mayor precisión posible las magnitudes primarias (de acuerdo con la relación de transformación correspondiente), para no dar lugar a errores en las medidas efectuadas con los aparatos,

10.8.1. Transformadores de tensión

Su forma de funcionamiento y conexión es análoga a la de los transformadores de potencia. En la figura 10.21³ se muestra su conexión **en paralelo** con la red alimentando un voltímetro (en general, a su secundario se conectan en paralelo todas las bobinas voltimétricas de los aparatos de medida).

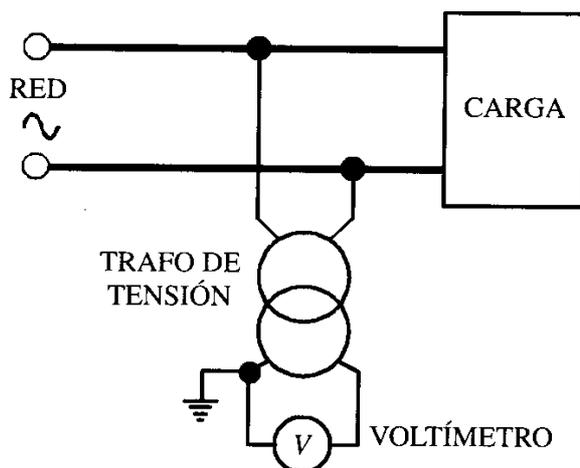


Figura 10.21: Transformador de tensión alimentando un voltímetro.

A diferencia de los transformadores de potencia, debido a la alta impedancia de la carga conectada, el transformador de tensión funciona casi en vacío, por lo que la caída de tensión interna es muy pequeña. Además, y como muestra la figura 10.21, un borne de su secundario debe conectarse a tierra para prevenir el peligro de un contacto accidental entre primario y secundario. El transformador de tensión debe proporcionar una tensión secundaria proporcional a la tensión primaria. La relación entre ambas tensiones y la corriente de carga viene dada por la siguiente ecuación:

$$U_1 - U_2' = R_{cc} \cdot I_2' \cdot \cos\phi + X_{cc} \cdot I_2' \cdot \sen\phi \quad (10.39)$$

Idealmente, convendría que se cumpliera:

$$U_1 = U_2' \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{K_U} \quad (10.40)$$

donde K_U es la relación de transformación de un transformador de tensión. Por lo tanto, según la expresión 10.39, debe procurarse que las caídas de tensión internas sean lo menores posible. Por ello estos transformadores deben presentar una reactancia pequeña y una corriente de carga reducida, lo cual obliga a diseñar el sistema con poco flujo de dispersión y un circuito magnético que necesite una pequeña corriente de vacío. Las tensiones del primario del transformador de tensión están normalizadas en valores entre 110 V y 396 kV; la tensión secundaria está normalizada en 110 V.

Los transformadores de tensión se definen según su carga asignada expresada en VA, denominada también **potencia de precisión**, que es la máxima carga que puede conectarse a su secundario (teniendo en cuenta también la potencia disipada en los hilos de conexión), para que el error de medida esté comprendido dentro de los márgenes indicados por el constructor.

³Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora.

10.8.2. Transformadores de corriente

Su emplean para reducir la corriente de la red a valores más apropiados a las escalas de los instrumentos. En la figura 10.22⁴ se muestran los dos tipos de símbolos más empleados.

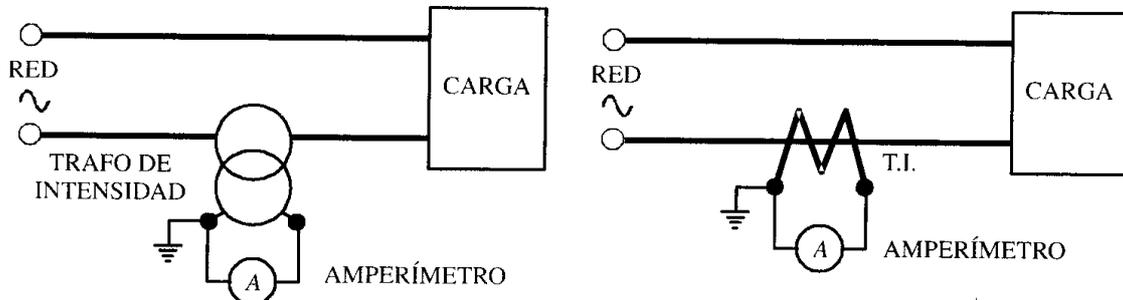


Figura 10.22: Transformador de corriente. Forma de representación y conexión.

En el secundario se conectan **en serie** los amperímetros y bobinas amperimétricas de los aparatos de medida. Debido a la baja impedancia de estos aparatos, los transformadores de corriente trabajan prácticamente en cortocircuito, por lo que se emplean bajas inducciones en el núcleo (< 3.000 Gs). La relación entre las corrientes primaria, secundaria y de vacío es:

$$\underline{I_1} = \underline{I_2'} + \underline{I_0} \quad (10.41)$$

Idealmente, se debería cumplir:

$$I_1 = I_2' = K_I \cdot I_2 \quad (10.42)$$

donde K_I es la relación de transformación de un transformador de corriente.

En los transformadores de corriente, la fuerza magnetomotriz primaria está contrarrestada por la fuerza magnetomotriz secundaria. Si por cualquier circunstancia se abriera el circuito del secundario, de acuerdo con la ecuación 10.41, se tendría que $\underline{I_1} = \underline{I_0}$, es decir, toda la fuerza magnetomotriz del primario se convertiría en fuerza magnetomotriz de excitación. Como I_1 no varía porque depende de la red, esto haría crecer peligrosamente el flujo, aumentando las pérdidas en el hierro y en la tensión del secundario (peligrando los aislantes y la seguridad de las personas). En consecuencia, **debe evitarse a toda costa dejar en circuito abierto el secundario de un transformador de corriente**. Para cambiar la carga que alimenta el transformador, hay dos opciones: interrumpir el servicio de la línea o, si no se desea desconectar el transformador de la red, **cortocircuitar previamente** el secundario.

Si los transformadores de corriente se conectan a redes de A.T. es preciso unir uno de los bornes del secundario a tierra para prevenir el peligro de contacto accidental entre los devanados primario y secundario. Las corrientes primarias de los transformadores de corriente están normalizadas en valores comprendidos entre los 5 A y los 10 kA. La corriente secundaria está normalizada en 5 A, aunque también se utiliza la escala de 1 A. Los transformadores de corriente, al igual que los de tensión, se definen según su potencia aparente en VA.

En la práctica los transformadores de corriente y de tensión se encuentran combinados en las instalaciones para medir intensidad, tensión, potencia, energía, etc. En la figura 10.23⁵ se muestra una disposición típica. Se observa que las bobinas amperimétricas están conectadas en serie, mientras que las voltimétricas van dispuestas en paralelo. El circuito amperimétrico está señalado utilizando un trazo más grueso.

En las instalaciones eléctricas existen también transformadores de corriente y de tensión que se emplean para alimentar aparatos de protección automática (relés) de los diversos equipos del sistema.

10.8.3. Errores de los transformadores de medida

Al hablar de transformadores de medida se definen los siguientes errores:

⁴Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora.

⁵Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora.

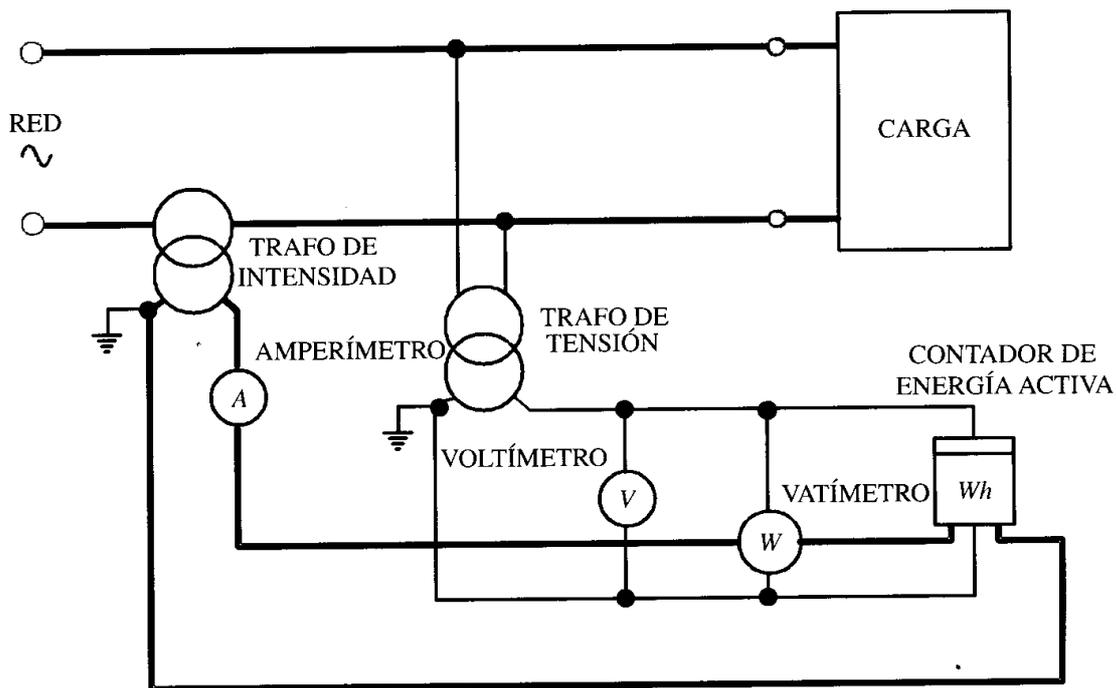


Figura 10.23: Transformadores de corriente y de tensión en un equipo de medida.

- **Error de relación o de tensión/corriente.** Indica la desviación porcentual de la tensión (transformadores de tensión) o de la corriente (transformadores de corriente) realmente existente en el secundario, U_2 o I_2 , con respecto a la que debería existir si el transformador fuera ideal, es decir, $U_2 = \frac{U_1}{K_U}$ o $I_2 = \frac{I_1}{K_I}$. En el caso de los transformadores de tensión:

$$\epsilon_U = \frac{U_2 - U_1/K_U}{\frac{U_1}{K_U}} \cdot 100 \quad (10.43)$$

Y en el de los transformadores de corriente:

$$\epsilon_I = \frac{I_2 - I_1/K_I}{\frac{I_1}{K_I}} \cdot 100 \quad (10.44)$$

- **Error de fase o de ángulo.** Es la diferencia de fase existente entre los fasores \underline{U}_1 y \underline{U}_2 (transformadores de tensión) o entre los fasores \underline{I}_1 e \underline{I}_2 (transformadores de corriente), y se mide en minutos. Este error adquiere importancia cuando se trata de medir la energía o la potencia.

De acuerdo con estos errores, se dispone en la práctica de las siguientes **clases de precisión**: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 3, que indican el valor máximo permitido de ϵ_U o de ϵ_I cuando el transformador se carga con su potencia asignada y un factor de potencia 0,8 inductivo. En la práctica se suele indicar también el valor del error de fase.

Índice horario	Símbolo acoplam.	Conexiones	Diagrama fasorial	Relación de transf.
0 (0°)	Dd0			$\frac{N_1}{N_2}$
	Yy0			$\frac{N_1}{N_2}$
	Dz0			$\frac{2 \cdot N_1}{3 \cdot N_2}$
5 (150°)	Dy5			$\frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2}$
	Yd5			$\frac{\sqrt{3} \cdot N_1}{N_2}$
	Yz5			$\frac{2 \cdot N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2}$
6 (180°)	Dd6			$\frac{N_1}{N_2}$
	Yy6			$\frac{N_1}{N_2}$
	Dz6			$\frac{2 \cdot N_1}{3 \cdot N_2}$
11 (330°)	Dy11			$\frac{N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2}$
	Yd11			$\frac{\sqrt{3} \cdot N_1}{N_2}$
	Yz11			$\frac{2 \cdot N_1}{\sqrt{3} \cdot N_2}$

Tabla 10.2: Tipos de acoplamiento de los transformadores trifásicos.

Capítulo 11

MÁQUINA ASÍNCRONA O DE INDUCCIÓN

11.1. Introducción

El principio de funcionamiento de la máquina asíncrona se basa en el concepto de campo magnético giratorio. Comparada con otras máquinas eléctricas rotatorias, este tipo de máquina se distingue porque sólo necesita una alimentación para poder funcionar; esa característica especial implica una mayor robustez y un menor trabajo de mantenimiento, propiciando su fácil utilización. Por esta razón, hoy en día, más del ochenta por ciento de los motores industriales eléctricos son de este tipo.

El devanado sin alimentación suele ser normalmente el **rotor** (parte giratoria), y las corrientes que circulan por él son inducidas por la fuerza electromotriz que generan otros devanados, normalmente los que se encuentran situados en el **estator** (parte fija o estática).

En su denominación se utiliza la palabra **asíncrona** porque la velocidad del rotor no puede hacerse igual a la velocidad de sincronismo. La velocidad de sincronismo es establecida por la frecuencia de la red eléctrica, siendo en Europa de 50 Hz. La máquina asíncrona trifásica con rotor de jaula de ardilla fue comercializada por primera vez alrededor del año 1.890. Sin embargo, desde un punto de vista histórico, su mayor inconveniente ha sido la regulación de su velocidad. Por esta razón, cuando esto era necesario se utilizaban máquinas de corriente continua. Sin embargo, gracias al gran avance de la electrónica, utilizando accionamientos electrónicos como inversores u onduladores, hoy en día se puede regular la velocidad de la máquina asíncrona con gran precisión.

11.2. Construcción

La máquina asíncrona o de inducción, al igual que cualquier otro dispositivo rotativo de conversión electromecánica, está formada por un estator y por un rotor. Normalmente, en el estator se coloca el **inductor** y en el rotor el **inducido**. Es muy importante saber distinguir entre **dónde está** y **qué función cumple** ya que en otras máquinas la distribución puede ser diferente. En el estator de la máquina asíncrona se coloca el inductor alimentado con una red monofásica o trifásica. El rotor corresponde al inducido y las corrientes que circulan por él son consecuencia de la interacción con el estator.

La máquina asíncrona puede tener dos tipos de rotor:

- **de jaula de ardilla** o de cortocircuito, y
- **devanado** o con anillos deslizantes.

El estator está formado por chapas de acero al silicio que disponen de unas ranuras en su periferia en las que se sitúa un devanado distribuido. Utilizando para la alimentación un sistema trifásico equilibrado, se obtiene un flujo giratorio de amplitud constante distribuido sinusoidalmente en el entrehierro.

El rotor, cuando es devanado, está formado por chapas de acero al silicio. Las chapas tienen unas ranuras a lo largo de la periferia para colocar el devanado. Este devanado es semejante al del estator, es decir, trifásico, pero conectado en estrella en el interior de la máquina por un lado y por el otro lado conectado con tres anillos aislados entre sí. Los tres anillos tienen cada uno un borne en la placa de

conexiones. Esta disposición posibilita la introducción de resistencias externas con el objeto de conseguir algunas mejoras, como, por ejemplo, arranques suaves, mejora de la característica par-velocidad y una pequeña regulación de la velocidad. Es necesario recordar que este devanado se alimenta ya que se trata del inducido.

El rotor, si es de jaula de ardilla, consiste en una serie de conductores de cobre, de aluminio o de latón. Estos conductores se encuentran cortocircuitados por anillos laterales. El nombre de jaula proviene del aspecto que tomaría si se omitiera el apilamiento de hierro.

Las máquinas asíncronas, además de estator y rotor, constan de otros componentes mecánicos como tapas o cubos, rodamientos, carcasa, etc. Asimismo, los motores suelen contar también con un ventilador para expulsar el calor que se genera mientras está funcionando.

Es necesario tener en cuenta la disposición de los bornes de conexión en la placa de bornes de la máquina. A dicha placa, tal y como se muestra en la figura 11.1¹, llegan los extremos de los arrollamientos. Según la norma UNE-EN, los extremos iniciales de los arrollamientos se identifican como U_1 , V_1 y W_1 , y los extremos finales como U_2 , V_2 y W_2 (antes se utilizaba U , V y W para los extremos iniciales y X , Y y Z para los extremos finales). Debe destacarse que los terminales de la misma fase no están enfrentados entre sí con el objeto de facilitar el conecionado de la máquina. Utilizando láminas de latón la conexión en estrella se realiza uniendo los terminales de la siguiente manera: $W_2-U_2-V_2$ (dos láminas). Para la conexión en triángulo se unen entre sí los terminales U_1-W_2 , V_1-U_2 y W_1-V_2 (tres láminas).

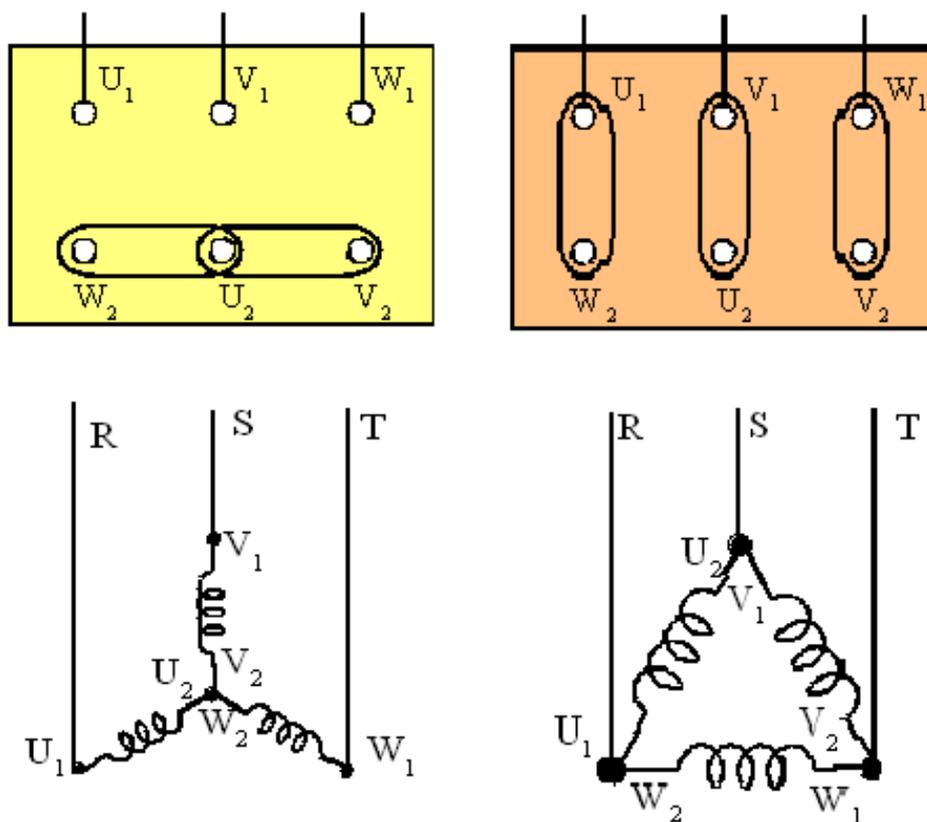


Figura 11.1: Bornes de conexión. Conexiones en estrella y en triángulo .

La **conexión en estrella** se utiliza cuando la máquina ha de conectarse a la tensión más elevada indicada en su placa de características. La **conexión en triángulo** se utiliza cuando hay que alimentar la máquina con la tensión menor. Se obtiene la misma conclusión utilizando otro criterio: dada una conexión,

¹Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

puede considerarse como adecuada sólo si la tensión de rama es la menor de las dos que aparecen en la placa de características de la máquina. Supóngase a modo de ejemplo que en la placa de características de un motor asíncrono se indican los siguientes valores: 270 W, 230/400 V, 1,5/0,87 A, 1420 r.p.m. Puede conectarse la máquina a una red de 230 V en triángulo (la tensión menor), absorbiendo 1,5 A de la línea. La otra posibilidad es alimentarla por medio de una red de 400 V, pero en este caso hay que emplear una conexión en estrella (tensión más elevada) absorbiendo de la línea 0,87 A. De cualquier manera, en los dos casos los arrollamientos trabajan con los mismos valores, los menores tanto para las tensiones como para las corrientes.

Para invertir el sentido de giro del motor es necesario cambiar el sentido del campo magnético. Esto se logra intercambiando entre sí cualesquiera dos de los tres conductores de alimentación.

11.3. Principio de funcionamiento

Normalmente la máquina asíncrona trifásica se utiliza como motor. El estator tiene tres bobinados desfasados entre sí 120° eléctricos y $2p$ polos. Al introducir por ellos corrientes de una red trifásica de frecuencia f_1 , se produce una onda giratoria de fuerza magnetomotriz (F_m) distribuida sinusoidalmente a través del entrehierro, que produce un campo magnético giratorio. La velocidad de dicho campo se expresa:

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} \quad (\text{r.p.m.}) \quad (11.1)$$

que recibe el nombre de **velocidad de sincronismo**.

Dicho campo magnético rotatorio creará a su vez fuerzas electromotrices en las barras de la jaula de ardilla, y como éstas se encuentran cortocircuitadas por anillos, aparecerán unas corrientes que interactuarán con el estator. Para determinar los sentidos de las fuerzas electromotrices y de las corrientes es necesario utilizar la ley de Faraday. También es posible conocer dichos sentidos utilizando la regla de la mano derecha.

$$e = \int (\underline{v} \wedge \underline{B}) \cdot d\underline{l} = (\underline{v} \wedge \underline{B}) \cdot \underline{L} \quad (11.2)$$

Para determinar su sentido hay que suponer que el rotor está girando en sentido contrario al campo magnético para tener en cuenta el movimiento relativo entre ambos. En la figura 11.2² se muestra el sentido de la corriente inducida en el rotor.

Al circular corrientes por el rotor, aparecerán fuerzas cuyo sentido puede determinarse aplicando la ley de Laplace. También es posible conocer dicho sentido utilizando la regla de la mano izquierda.

$$\underline{F} = \int i(d\underline{l} \wedge \underline{B}) = i(\underline{L} \wedge \underline{B}) \quad (11.3)$$

La fuerza que se obtiene de acuerdo a esta ley tiene el mismo sentido que el campo magnético del estator, tal y como muestra la figura 11.3³. Multiplicando esta fuerza por el radio del rotor y extendiéndola todos los conductores se obtiene el **momento interno** o **par electromagnético** de la máquina, que sigue al sentido del campo del estator.

Por otra parte, el rotor gira a la velocidad n siguiendo al movimiento del campo magnético que gira a la velocidad n_1 . Cuanto más se acerque la velocidad del rotor a la velocidad del campo magnético menor será la velocidad relativa entre el campo magnético y el rotor y, por lo tanto, también resultarán menores la fuerza electromotriz, las corrientes y las fuerzas creadas, provocando una disminución en el par interno de la máquina. Esto es, el motor girará a una velocidad menor que la de sincronismo, $n < n_1$. Por lo tanto, su velocidad de régimen es asíncrona y será menor cuanto mayor sea el par resistente.

A la diferencia relativa se le denomina **deslizamiento**, s , y se expresa como:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (11.4)$$

En los motores industriales el valor del deslizamiento a plena carga está comprendido entre el tres y el ocho por ciento. Al aumentar la carga mecánica el par resistente se hace mayor que el par interno. Esto

²Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

³Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

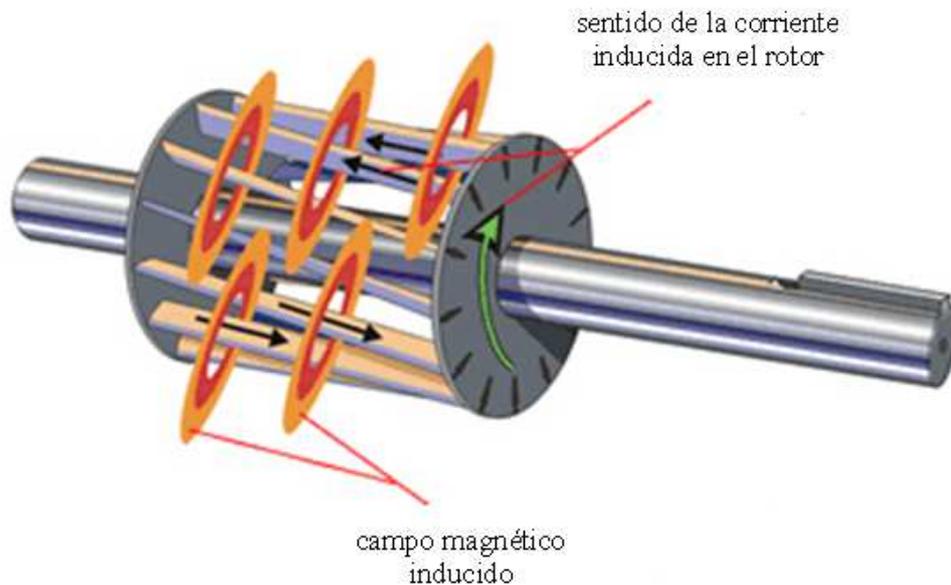


Figura 11.2: Sentido de la corriente inducida en los conductores del rotor.

provoca un aumento de las corrientes del rotor y del deslizamiento gracias a lo cual aumenta el par interno estableciéndose un equilibrio dinámico entre los pares resistente e interno.

La frecuencia del rotor y la frecuencia del estator están relacionadas de la siguiente manera:

$$f_2 = s \cdot f_1 \quad (11.5)$$

Si el rotor está parado, $n = 0$, esto es, $s = 1$, lo que indica que las frecuencias del estator y del rotor coinciden.

$$f_2 = f_1 \quad (11.6)$$

Sean E_2 la fuerza electromotriz eficaz por fase del rotor, N_2 el número de espiras por fase y Φ_m el flujo máximo que lo atraviesa; entonces se cumplirá que:

$$E_2 = 4,44 \cdot k_2 \cdot f_1 \cdot N_2 \cdot \Phi_m \quad (11.7)$$

y de la misma forma:

$$E_1 = 4,44 \cdot k_1 \cdot f_1 \cdot N_1 \cdot \Phi_m \quad (11.8)$$

Las expresiones 11.7 y 11.8 recuerdan a las obtenidas para los transformadores, siendo el primario el estator y el secundario el rotor. La única diferencia es la aparición de los factores de devanado, k_2 y k_1 , que son siempre reductores pero muy cercanos a la unidad. Como las espiras de los arrollamientos tanto del estator como del rotor están distribuidas, aparece un desfase entre ellas, lo que obliga a realizar una suma geométrica (fasorial) de las fuerzas electromotrices inducidas. Esto no ocurre en los transformadores ya que todas las fuerzas electromotrices están en fase por tratarse de un devanado concentrado, y la fuerza electromotriz total se obtiene mediante una suma simple. **Cuando el rotor está girando a la velocidad n en el mismo sentido que el campo magnético**, el deslizamiento no es unitario y la frecuencia es f_2 . A la fuerza electromotriz que surge en esta situación se le denomina E_{2s} , cumpliéndose:

$$E_{2s} = 4,44 \cdot k_2 \cdot f_2 \cdot N_2 \cdot \Phi_m \quad (11.9)$$

Comparando las expresiones 11.5, 11.7 y 11.9, puede escribirse esta otra relación:

$$E_{2s} = s \cdot E_2 \quad (11.10)$$

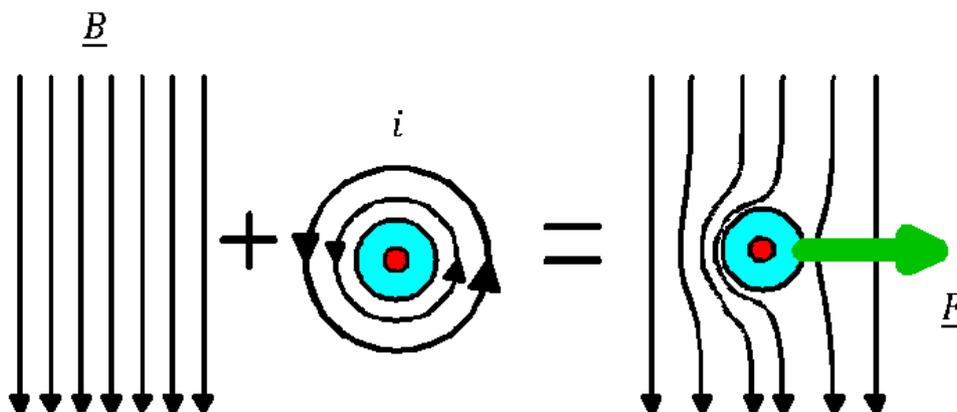


Figura 11.3: Sentido de la fuerza en los conductores del rotor.

Esta expresión relaciona las fuerzas electromotrices inducidas cuando el rotor está quieto ($f_2 = f_1$) y cuando está girando (f_2).

La fuerza electromotriz E_{2s} genera unas corrientes de frecuencia f_2 (muy pequeña) de tal manera que éstas, a su vez, generan otro campo magnético giratorio. Su velocidad, con respecto a la velocidad del propio rotor, n , es:

$$n_2 = \frac{60 \cdot f_2}{p} \quad (11.11)$$

ya que el número de polos, tanto del estator como del rotor, es el mismo. Como el rotor está girando a una velocidad n cercana a la de sincronismo, la velocidad del campo giratorio del rotor respecto a un sistema de referencia en reposo será $n_2 + n$. Tomando en consideración las expresiones 11.1, 11.4, 11.5 y 11.11, se obtiene que::

$$n_2 + n = \frac{60 \cdot f_2}{p} + n = \frac{60 \cdot s \cdot f_1}{p} + n = s \cdot n_1 + n = \frac{n_1 - n}{n_1} n_1 + n = n_1 \quad (11.12)$$

Este resultado confirma que el campo del rotor está sincronizado con el del estator.

Realmente, son las fuerzas magnetomotrices de los dos bobinados las que interaccionan entre sí para producir el flujo resultante en el entrehierro. Es necesario hacer notar que dicha interacción es sólo posible si las fuerzas magnetomotrices son sincrónicas, es decir, si las ondas de las fuerzas magnetomotrices del rotor y del estator giran a la misma velocidad, n_1 . Para que esto sea posible, según las ecuaciones 11.1, 11.11 y ??, es necesario que **el número de polos de los bobinados sea el mismo**. Esta condición constituye una exigencia constructiva de este tipo de máquina.

No es necesario, sin embargo, que el número de fases del estator y del rotor sea igual ya que el campo magnético giratorio dentro del cual se mueve el rotor es independiente del estator. Las máquinas de rotor devanado se suelen construir con tres fases tanto en el estator como en el rotor. En las de jaula de ardilla, en cambio, el rotor está formado por un gran número de barras cortocircuitadas cada una con un anillo lateral, dando lugar a un devanado polifásico, en general de m_2 fases. Supóngase, por ejemplo, un rotor trifásico de dos polos y seis barras. Así, se ha formado un sistema trifásico en el que en cada fase hay una única espira (dos barras opuestas forman una espira). Si se considera una máquina con dos polos y diez barras, se tiene un devanado pentafásico con una espira por fase. En general, si el rotor tiene B barras y $2p$ polos, se tendrán m_2 fases con una espira por fase:

$$m_2 = \frac{B}{2p} \quad (11.13)$$

Es necesario subrayar que, si el rotor es de jaula de ardilla, es el arrollamiento del estator el que determina el número de polos. Como ya se sabe, las corrientes que surgen en el rotor son debidas a la

inducción, por lo que las diferencias de desfase de las corrientes que aparecen en las diferentes barras coinciden con el ángulo eléctrico que forman las mismas. Así, si el rotor tuviera 36 barras y el estator dos polos, se formarían 18 fases; pero la misma jaula colocada en el interior de un estator de 4 polos daría lugar a 9 fases. En resumen, una jaula de ardilla es equivalente a un rotor bobinado que tiene m_2 fases, con una espira por fase, tal y como indica la ecuación 11.13. Cuando el rotor está bobinado se dispone de m_2 fases (normalmente $m_2 = 3$) con N_2 espiras por fase. De cualquier manera, el estator siempre estará fornado por m_1 fases (normalmente $m_1 = 3$) con N_1 espiras por fase.

En las máquinas asíncronas la transferencia de energía se produce de estator a rotor por medio de la inducción electromagnética, de la misma manera que en los transformadores se produce del primario al secundario; utilizando esta analogía, estator y primario, y rotor y secundario, se consideran homónimos. De la misma manera, para los parámetros del estator se utiliza el subíndice 1 y para los del secundario el subíndice 2. Para establecer el comportamiento eléctrico del estator y del rotor habrá que tener en cuenta que los bobinados tienen resistencias de valor R_1 y R_2 Ω /fase, y que además existen flujos de dispersión tanto en el estator como en rotor que dan lugar a las autoinducciones L_{d1} y L_{d2} . Por lo tanto, las reactancias de los arrollamientos en reposo, siendo la frecuencia angular de la red $\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1$ serán:

$$X_1 = L_{d1} \cdot \omega_1 = L_{d1} \cdot 2\pi \cdot f_1; \quad X_2 = L_{d2} \cdot \omega_1 = L_{d2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_1 \quad (11.14)$$

Sin embargo, al girar el rotor, el valor de la frecuencia secundaria pasa a ser f_2 , dando lugar a la reactancia X_{2s} que, en función de X_2 , vale:

$$X_{2s} = L_{d2} \cdot \omega_2 = L_{d2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_2 = s \cdot X_2 \quad (11.15)$$

En la figura 11.4⁴ se muestra el esquema simplificado del motor por fase en función de los parámetros anteriormente señalados. El primario está alimentado por una fuente de valor U_1 y debe vencer las caídas de tensión en las impedancias. El flujo, que es común para el primario y para el secundario, induce en ambos arrollamientos las fuerzas electromotrices E_1 (ecuación 11.8) y E_{2s} (ecuación 11.9) respectivamente. Es conveniente analizar las polaridades de las fuerzas electromotrices relacionándolas con el concepto de puntos homólogos, así como los sentidos de las corrientes del primario y del secundario. Para esto último, es necesario tener en cuenta el efecto desmagnetizante respecto de la fuerza magnetomotriz del primario (la corriente I_1 entra por el punto y la corriente I_2 sale por el punto).

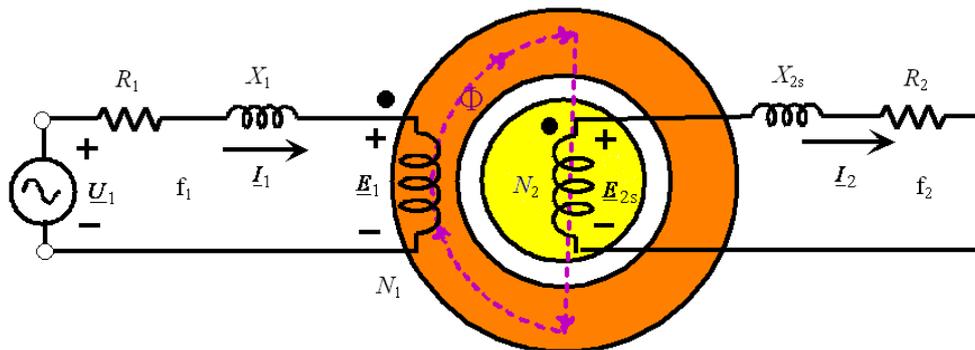


Figura 11.4: Esquema simplificado del motor asíncrono trifásico.

La impedancia del rotor está formada por la resistencia R_2 y por la reactancia X_{2s} , estando este bobinado cortocircuitado. Las ecuaciones que corresponden a este circuito son las siguientes:

$$\underline{U}_1 = \underline{E}_1 + R_1 \underline{I}_1 + jX_1 \underline{I}_1; \quad \underline{E}_{2s} = R_2 \underline{I}_2 + jX_{2s} \underline{I}_2 \quad (11.16)$$

Debe tenerse en cuenta que las frecuencias de ambos circuitos son diferentes, de valores f_1 y f_2 respectivamente.

⁴Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

11.4. Circuito equivalente del motor asíncrono

El objetivo de este apartado, tal y como se hizo con los transformadores, es obtener un circuito para el motor asíncrono que explique el comportamiento de dicha máquina pero sin que aparezca la acción transformadora entre los circuitos del primario y del secundario. Así, habrá que expresar las magnitudes de uno de los devanados respecto al otro, generalmente los del secundario respecto al primario. En los transformadores esa operación se hace directamente ya que las frecuencias de ambos bobinados son iguales; en los motores, sin embargo, las frecuencias del estator y del rotor son diferentes.

Partiendo de la segunda ecuación 11.16:

$$\underline{I}_2 = \frac{E_{2s}}{R_2 + jX_{2s}} \quad (11.17)$$

que, teniendo en cuenta las igualdades 11.10 y 11.15, se transforma en:

$$\underline{I}_2 = \frac{sE_2}{R_2 + js \cdot X_2} = \frac{E_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2} \quad (11.18)$$

La transformación de la igualdad 11.17 en la igualdad 11.18 precisa de un profundo análisis para poder obtener el circuito equivalente. Hay que tener en cuenta que en la ecuación 11.17 el parámetro de la fuerza electromotriz, E_{2s} , y el de la reactancia, X_{2s} , corresponden a la frecuencia f_2 , de acuerdo a las ecuaciones 11.9 y 11.15. Sin embargo, la última ecuación (11.18), que define la misma intensidad \underline{I}_2 (módulo y fase) que la ecuación 11.17, tiene unos parámetros de fuerza electromotriz y de reactancia que están referidos a la frecuencia del estator, f_1 , según las ecuaciones 11.7 y 11.14. Ahora bien, de acuerdo con las ecuaciones 11.5 y 11.6, la frecuencia del rotor coincide con la del estator tan sólo si el rotor está parado. Por este motivo, la ecuación 11.18 describe, en realidad, el comportamiento de un rotor pseudoestacionario donde los parámetros E_2 y X_2 son los que corresponden a un rotor en reposo (independientes del deslizamiento). Por ello, habrá que modificar la resistencia del rotor pasando de ser R_2 a valer R_2/s .

Para visualizar estos cambios, se han preparado los circuitos de la figura 11.5: el caso a) coincide con el de la figura 11.4, omitiendo la figura de la máquina. La corriente del rotor corresponde a la ecuación 11.17. En la figura 11.5 b) se ha modificado el circuito del rotor para adecuarlo a la ecuación 11.18; en este nuevo secundario E_2 y X_2 son, respectivamente, la fuerza electromotriz y la reactancia del rotor parado, independientes del movimiento. El efecto del movimiento del rotor se incluye en la expresión R_2/s , donde la frecuencia de este rotor ficticio es f_1 . Para ver el cambio que se ha producido en la resistencia del rotor se puede transformar la ecuación 11.18 tal y como se muestra a continuación:

$$\underline{I}_2 = \frac{E_2}{R_2 + jX_2 + R_2 \left(\frac{1}{s} - 1\right)} \quad (11.19)$$

En la figura 11.5 c) se muestra el circuito que corresponde a la expresión anterior, que consta de la resistencia propia del rotor (R_2) más otra resistencia (R_c) que depende del movimiento (del deslizamiento). Se trata de la **resistencia de carga**, y representa el efecto equivalente de la carga mecánica que lleve el motor. Visto de otro modo, la potencia eléctrica disipada en la resistencia R_c multiplicada por el número de fases representa el movimiento de rotación desarrollado por el motor, es decir, la potencia mecánica en el eje. Su valor es el siguiente:

$$R_c = R_2 \left(\frac{1}{s} - 1\right); \quad R_2/s = R_2 + R_c \quad (11.20)$$

En el circuito final obtenido en la figura 11.5 c) no se han tenido todavía en cuenta los acoplamientos magnéticos. Al igual que se hace en el caso de los transformadores, también en la máquina asíncrona, aplicando las mismas reglas se obtienen los parámetros del secundario referidos al primario. En el caso de la máquina asíncrona el proceso resulta más complejo debido a los factores de devanado y al hecho de que el número de fases del estator y del rotor puede ser diferente. Si el número de fases del estator y del rotor es igual ($m_1 = m_2$), se cumple que:

$$\underline{E}'_2 = m\underline{E}_2 \quad ; \quad \underline{I}'_2 = \frac{\underline{I}_2}{m} \quad ; \quad R'_2 = m^2 R_2 \quad ; \quad X'_2 = m^2 X_2 \quad (11.21)$$

Así se obtienen los circuitos equivalentes **exacto** (figura 11.6) y **aproximado** (figura 11.7), donde la rama magnética se ha pasado a la entrada del circuito.

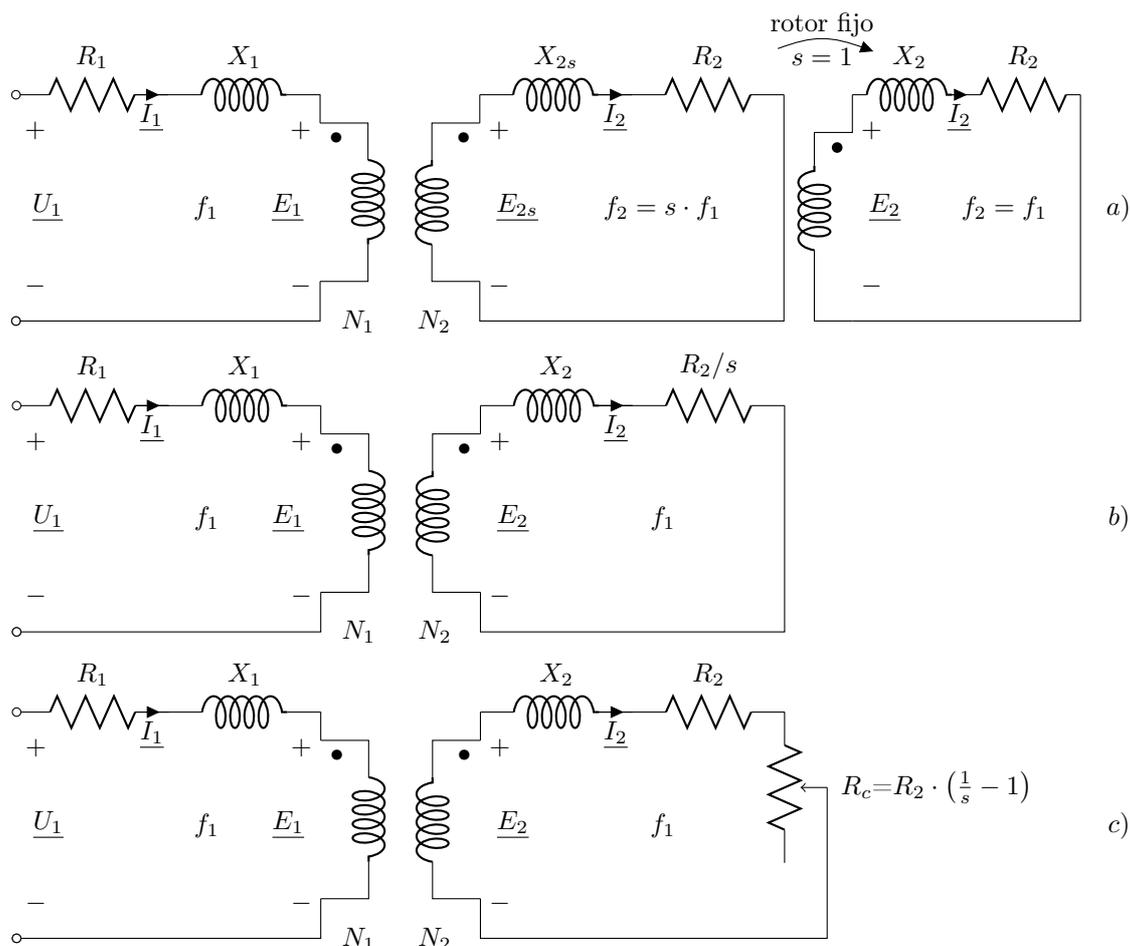


Figura 11.5: Desarrollo del circuito equivalente del motor asíncrono.

11.5. Balance de potencias

En un motor asíncrono se produce una transformación de energía eléctrica a energía mecánica. Esta transferencia, que se produce de estator a rotor, conlleva inevitablemente pérdidas en las diferentes partes de la máquina. Por lo tanto, a continuación se analizará el balance la energía en el funcionamiento del motor. La potencia que absorbe la máquina de la red, siendo U_1 la tensión por fase aplicada, I_1 la corriente por fase y φ_1 el desfase entre ambas magnitudes, será:

$$P_{\text{in}} = m_1 \cdot U_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1 \quad (11.22)$$

Esta potencia llega al estator, y una parte (P_s) se transforma en calor por efecto Joule en sus bobinados. Su valor es:

$$P_s = m_1 \cdot R_1 \cdot I_1^2 \quad (11.23)$$

Otra parte (P_{Fe1}) se pierde en el hierro del circuito magnético. La suma de estas dos pérdidas (P_{p1}) representa la disipación total en el estator:

$$P_{p1} = P_s + P_{\text{Fe1}} \quad (11.24)$$

Como las frecuencias del rotor son muy pequeñas debido a que los deslizamientos de la máquinas suelen ser pequeños, tan sólo se consideran las pérdidas ferromagnéticas del hierro del estator. Como ejemplo, si el deslizamiento es del 5 por ciento y $f_1 = 50$ Hz, entonces $f_2 = 2,5$ Hz $\ll f_1$. Por lo tanto, puede escribirse que:

$$P_{\text{Fe}} = P_{\text{Fe1}} = m_1 \cdot E_1 \cdot I_{\text{Fe}} \approx m_1 \cdot U_1 \cdot I_{\text{Fe}} \quad (11.25)$$

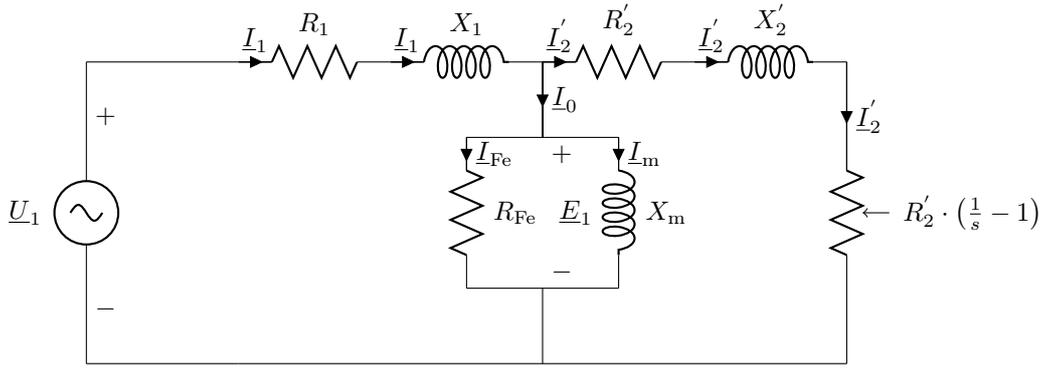


Figura 11.6: Circuito equivalente exacto del motor asíncrono.

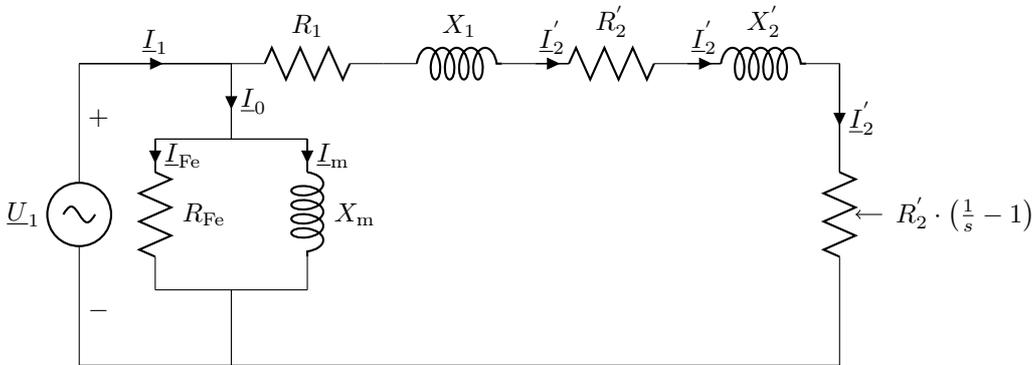


Figura 11.7: Circuito equivalente aproximado del motor asíncrono.

La **potencia electromagnética** que llega al rotor a través del entrehierro (P_g), también denominada **potencia del entrehierro**, se expresa como:

$$P_g = P_{in} - P_{p1} = P_1 - P_s - P_{Fe} \quad (11.26)$$

En el rotor aparecen unas pérdidas adicionales (P_r) debido al efecto Joule, siendo su valor:

$$P_r = m_2 \cdot R_2 \cdot I_2^2 = m_1 \cdot R_2' \cdot I_2'^2 \quad (11.27)$$

Como ya se ha comentado anteriormente, no se consideran las pérdidas en el hierro del rotor debido a que f_2 es muy pequeña. Por lo tanto, la potencia que llega al eje de la máquina (P_{mec}), denominada **potencia mecánica interna**, se puede expresar de la siguiente manera:

$$P_{mec} = P_g - P_r \quad (11.28)$$

y teniendo en cuenta la resistencia de carga (R_c'), se puede escribir:

$$P_{mec} = m_1 \cdot R_2' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) I_2'^2 \quad (11.29)$$

La **potencia útil** en el eje (P_{out}) es algo menor debido a las pérdidas por rozamiento y ventilación (P_{fw}):

$$P_{out} = P_{mec} - P_{fw} \quad (11.30)$$

El **rendimiento** del motor, η , se expresa de la siguiente forma:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{fw} + P_r + P_{Fe} + P_s} \quad (11.31)$$

Existen algunas relaciones útiles entre las ecuaciones anteriores. Por ejemplo:

$$\frac{P_r}{P_{\text{mec}}} = \frac{s}{1-s} \quad (11.32)$$

Por otra parte, la potencia que atraviesa el entrehierro (P_g) se puede expresar como:

$$P_g = P_{\text{mec}} + P_r = m_1 \frac{R_2' \cdot I_2'^2}{s} = \frac{P_r}{s} = \frac{P_{\text{mec}}}{1-s} \quad (11.33)$$

En esta ecuación se han relacionado P_g y P_r . Estas relaciones facilitan el estudio de la máquina así como la resolución de ejercicios.

11.6. Par de rotación

11.6.1. Generalidades

Si la potencia mecánica útil desarrollada por el motor es P_{out} y la velocidad del rotor en r.p.m. vale n , se puede obtener el **par útil** en el eje de la máquina, T , (*torque* en inglés) expresado en $\text{N} \cdot \text{m}$, dividiendo P_{out} y la velocidad angular de giro (Ω). $\Omega = 2\pi \cdot n/60$ (en radian mecánico/s)

$$T = \frac{P_{\text{out}}}{\Omega} = \frac{P_{\text{out}}}{2\pi \frac{n}{60}} \quad (11.34)$$

Si no se tienen en cuenta las pérdidas mecánicas del motor, la potencia útil (P_{out}) y la potencia mecánica interna (P_{mec}) coinciden, y el par anterior puede escribirse como:

$$T = \frac{P_{\text{out}}}{\Omega} = \frac{P_{\text{mec}}}{2\pi \frac{n}{60}} \quad (11.35)$$

De la definición de deslizamiento se deduce que:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \Rightarrow n = n_1(1-s) \quad (11.36)$$

con lo que la expresión del par se convierte en:

$$T = \frac{P_{\text{mec}}}{2\pi \frac{n_1}{60}(1-s)} \quad (11.37)$$

y teniendo en cuenta la ecuación 11.33:

$$T = \frac{P_g}{2\pi \frac{n_1}{60}} \quad (11.38)$$

Las ecuaciones 11.35 y 11.38 expresan el par de rotación del motor en función de la potencia mecánica interna, P_{mec} , o de la potencia que atraviesa el entrehierro, P_g . La última expresión es muy útil ya que en el denominador figura la velocidad del campo giratorio que para un determinado motor es constante si permanece invariable la frecuencia de alimentación; en consecuencia, puede tomarse como medida del par el producto $T \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_1/60$, es decir, la potencia que desarrollaría el par si la máquina girase a la velocidad de sincronismo.

Teniendo en cuenta la ecuación 11.33, la expresión del par 11.38 se puede escribir como:

$$T = \frac{m_1 \frac{R_2'}{s} I_2'^2}{2\pi \frac{n_1}{60}} \quad (11.39)$$

pero de acuerdo con el circuito equivalente aproximado de la figura 11.7 el módulo de la corriente I_2' vale:

$$I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2}} = \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_{cc})^2}}$$

Y sustituyendo esta ecuación en la del par de la ecuación 11.39, se obtiene la siguiente expresión en función de la tensión y de los parámetros del circuito.

$$T = \frac{m_1 \cdot \frac{R'_2}{s} \cdot U_1^2}{(2\pi \frac{n_1}{60}) \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_{cc})^2 \right]} \quad (11.40)$$

Si en la ecuación 11.40 se multiplican numerador y denominador por s^2 :

$$T = \frac{s \cdot m_1 \cdot R'_2 \cdot U_1^2}{(2\pi \frac{n_1}{60}) \left[(s \cdot R_1 + R'_2)^2 + (s \cdot X_{cc})^2 \right]} \quad (11.41)$$

Teniendo en cuenta que el deslizamiento en los motores suele ser mucho menor que la unidad, partiendo de la ecuación 11.41 se obtiene:

$$T \approx \frac{s \cdot m_1 \cdot R'_2 \cdot U_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60} R_2^2} = K \cdot s \cdot U_1^2 \quad (11.42)$$

donde $K = \frac{m_1}{2\pi \frac{n_1}{60} R_2}$. Es decir, el par es proporcional al deslizamiento y al cuadrado de la tensión de alimentación.

Si se analizan las expresiones 11.40 y 11.41 en función del deslizamiento se observa que el par se anula para $s = 0$ y $s = \pm\infty$. Si se desecha esta segunda opción, por inviabilidad práctica, se observa que el par se anula cuando la máquina alcanza el sincronismo, siendo éste hecho el origen de su nombre de asíncrono, ya que es su único modo de funcionamiento.

Profundizando en la evolución del par con el deslizamiento mostrado en la ecuación 11.40 se observa que el máximo par se da para un deslizamiento que cumple la siguiente igualdad:

$$s_m = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \quad (11.43)$$

Y sustituyendo este valor del deslizamiento (11.43) en la ecuación del par 11.40, se obtiene la siguiente expresión para el par máximo:

$$T_{\max} = \frac{m_1 \cdot U_1^2}{(2 \cdot \pi \cdot \frac{n_1}{60}) \cdot 2 \cdot \left[R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \right]} \quad (11.44)$$

Analizando esta expresión del par máximo se obtienen las siguientes conclusiones:

- el par máximo es independiente del valor de la resistencia del rotor;
- el deslizamiento al que se produce el par máximo es directamente proporcional al valor de la resistencia del rotor.

Este hecho se aprovecha en las máquinas de anillos rozantes, ya que se tiene un control total sobre su resistencia de rotor, modificando el deslizamiento en que se produce el par máximo mediante la introducción de las correspondientes resistencias rotóricas externas. En la figura 11.8⁵ se ha representado la evolución del par frente al deslizamiento. Se presentan dos curvas diferentes *a* o *b* según sea el valor de la resistencia del rotor. Como se ha indicado anteriormente, el par máximo no cambia por la variación de la resistencia del rotor; lo que sí cambia es el valor del deslizamiento al que corresponde el par máximo.

La curva par-velocidad que se obtiene con la resistencia propia del rotor constituye la **característica natural** del par, mientras que las curvas par-velocidad que resultan con la introducción de resistencias adicionales se denominan **características artificiales**. Teniendo en cuenta la ecuación 11.43, se obtiene que la relación de los deslizamientos máximos vendrá expresada por:

$$\frac{s'_m}{s_m} = \frac{R'_2 + R'_{a2}}{R'_2} \quad (11.45)$$

siendo R'_{a2} la resistencia añadida al rotor.

⁵Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

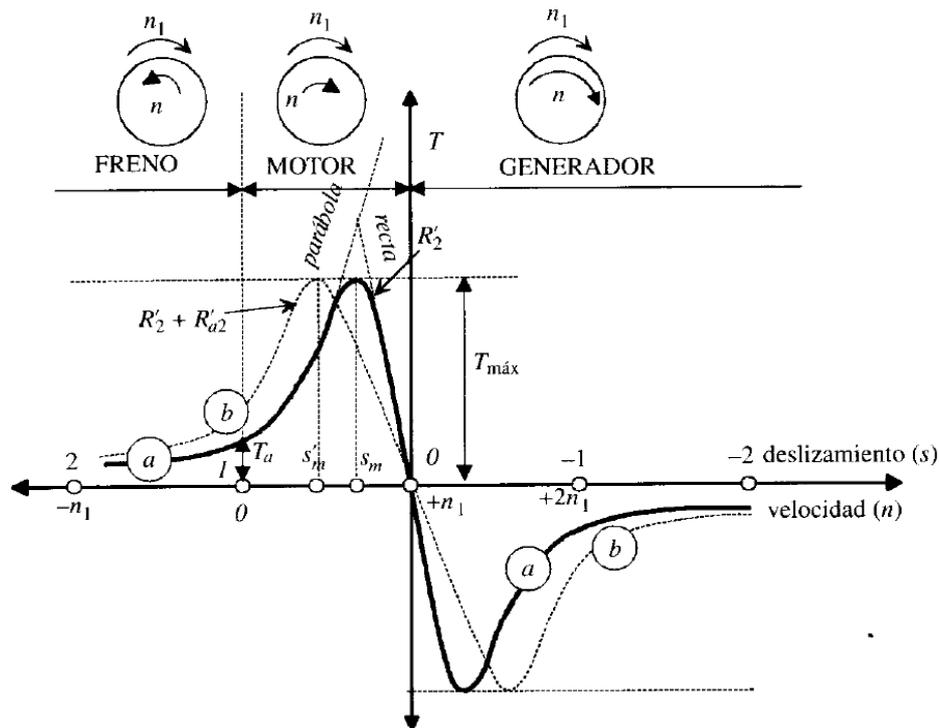


Figura 11.8: Curvas par-velocidad de una máquina síncrona. Zonas de funcionamiento.

11.6.2. Tipos de funcionamiento de la máquina asíncrona

Para comprender los sentidos de transferencia de energía entre la red (terminal eléctrico) y la carga (terminal mecánico), así como el signo del par electromagnético, resultan de gran utilidad las ecuaciones 11.29, 11.33 y 11.38:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{mec}} &= m_1 \cdot R'_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) I_2'^2 \\
 P_g = P_{\text{mec}} + P_r &= m_1 \frac{R'_2 \cdot I_2'^2}{s} = \frac{P_r}{s} = \frac{P_{\text{mec}}}{1-s} \\
 T &= \frac{P_g}{2\pi \frac{n_1}{60}}
 \end{aligned}
 \tag{11.46}$$

En la figura 11.8 se han señalado la forma de las curvas par-velocidad de una máquina asíncrona o de inducción. Dependiendo del valor del deslizamiento se distinguen tres zonas que caracterizan tres modos de funcionamiento: **motor**, **generador** y **freno**.

11.6.2.1. Régimen motor

Corresponde al modo de funcionamiento más característico y corresponde a deslizamientos comprendidos entre 0 y 1. De acuerdo con la ecuación 11.36 dicho rango corresponde a velocidades comprendidas entre n_1 (velocidad de sincronismo) y 0 (parada). Así, las ecuaciones 11.46 indican que cuando la máquina trabaja como motor:

- La potencia mecánica interna es positiva. Es decir, **transmite energía mecánica al eje**.
- La potencia en el entrehierro es positiva, lo que indica un **par electromagnético positivo**.

- Si la potencia en el entrehierro es positiva, **se transfiere energía en el sentido estator-rotor**. Como la energía del estator procede de la red, la potencia eléctrica absorbida tendrá el sentido de P_g . En definitiva, la potencia eléctrica que absorbe la máquina de la red es positiva.
- El par electromagnético y el de rotación tienen el mismo sentido; la carga se opone al movimiento de la máquina.

11.6.2.2. Régimen generador

Como se observa en la figura 11.8, corresponde a velocidades superiores a la de sincronismo, lo que conlleva deslizamientos negativos. Teniendo en cuenta las ecuaciones 11.46, si el deslizamiento es negativo:

- La potencia mecánica interna es negativa. La máquina **absorbe potencia mecánica por el eje**, que es suministrada por un motor primario que la mueve a una velocidad superior a la de sincronismo.
- La potencia en el entrehierro es negativa, lo que indica un **par electromagnético negativo**.
- Si la potencia en el entrehierro es negativa, **la transferencia de energía se hace de rotor a estator**. La máquina entrega energía a la red por el estator.
- El par electromagnético y el de rotación tienen sentidos contrarios; la máquina se opone al movimiento.

11.6.2.3. Régimen de freno

De acuerdo con la figura 11.8, el régimen de frenado de una máquina asíncrona se produce para deslizamientos superiores a la unidad, lo que corresponde a velocidades negativas. Si se consideran las ecuaciones 11.46 para $s > 1$ resulta:

- La resistencia de carga se hace negativa y por lo tanto también es negativa la potencia mecánica interna. La máquina **recibe energía mecánica por el eje**.
- La potencia en el entrehierro es positiva, lo que indica un **par electromagnético positivo**.
- Si la potencia en el entrehierro es positiva, **la transferencia de energía se hace en el sentido estator-rotor**. Por ello la potencia que se absorbe de la red es positiva.

11.7. Arranque de los motores asíncronos

El arranque de un motor es el proceso que lo lleva de una velocidad nula al punto de funcionamiento estable que corresponde al par resistente de la carga que tiene que mover. Para que pueda realizarse esta maniobra debe cumplirse la **condición de arranque**: *durante el arranque, el par motor debe ser superior al par resistente*. Si esta condición no se cumple, el par motor es insuficiente para mover la carga mecánica y no se puede producir el arranque.

Según el circuito equivalente aproximado del motor asíncrono (figura 11.8), la magnitud de la corriente I'_2 es (ecuación 11.42):

$$I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + \frac{R'_2}{s})^2 + (X_{cc})^2}}$$

Por lo tanto, en el instante en el que se inicia el arranque, cuando la velocidad todavía es nula y el deslizamiento vale 1, la corriente que absorbe el motor es elevada, varias veces superior a la nominal (que corresponde a deslizamientos nunca superiores a 0,08). Esta corriente elevada puede provocar caídas de tensión en la instalación eléctrica a la que está conectado el motor, afectando a otros aparatos conectados a ella. Por esta razón existen normas que establecen las máximas corrientes de arranque permitidas (en Baja Tensión estos límites vienen fijados en la instrucción ITC-BT-47 del Reglamento Electotécnico de Baja Tensión).

Esto obliga a utilizar en muchas ocasiones procedimientos que reduzcan la corriente de arranque con respecto a la del arranque directo.

11.7.1. Arranque directo

Este método de arranque es el más sencillo y se emplea en motores de pequeña potencia o en motores grandes conectados a una red eléctrica independiente. Consiste en arrancar el motor conectándolo directamente a su tensión nominal.

La corriente de arranque directo es varias veces superior a la nominal (entre 4 y 8 veces la corriente nominal), por lo que se puede depreciar la corriente de vacío y aceptar que la corriente del estator es igual a la corriente del rotor reducido al estator. Esta corriente de arranque se puede obtener entonces de la ecuación 11.42:

$$I'_2 = \frac{U_{1n}}{\sqrt{(R_1 + \frac{R'_2}{s})^2 + (X_{cc})^2}} = \frac{U_{1n}}{\sqrt{(R_{cc})^2 + (X_{cc})^2}} \quad (11.47)$$

En un motor trifásico la corriente de línea de arranque directo, I_{al} , se relaciona con la corriente de fase, I_a , según la conexión de las fases del estator:

$$\text{Estrella: } I_{al} = I_a \quad (11.48)$$

$$\text{Triángulo: } I_{al} = \sqrt{3} \cdot I_a \quad (11.49)$$

El par de arranque directo, T_a , se puede obtener mediante la ecuación 11.42 haciendo $s = 1$ y $U_1 = U_{1n}$, con lo que se obtiene:

$$T = \frac{3 \cdot R'_2 \cdot U_{1n}^2}{(2 \cdot \pi \cdot \frac{n_1}{60}) \cdot [(R_{cc})^2 + (X_{cc})^2]} \quad (11.50)$$

11.7.2. Arranque con tensión reducida

Existen varios procedimientos de arranque que consisten en alimentar al motor en el momento del arranque con una tensión inferior a la nominal, para después, cuando el rotor ya está girando, ir aumentándola hasta alcanzar su valor nominal. Así se consigue disminuir la corriente de arranque; pero tal y como puede observarse en la figura 11.9⁶ el par de arranque también disminuye, ya que es proporcional al cuadrado de la tensión U_1 .

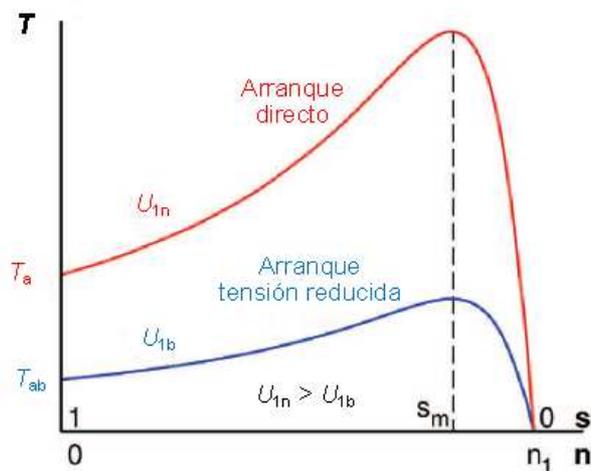


Figura 11.9: Curvas par-velocidad a tensión nominal y a tensión reducida.

Como debe cumplirse la condición de arranque, estos procedimientos sólo pueden utilizarse si el motor se arranca sin carga mecánica o con cargas mecánicas que no ejerzan un par resistente elevado a bajas velocidades.

⁶Tomada de 'Máquinas Asíncronas' de la colección 'Electrotecnia para Ingenieros no Especialistas', M. A. Rodríguez Pozueta, Universidad de Cantabria.

Para reducir la tensión de alimentación durante el arranque pueden emplearse varios métodos como utilizar un autotransformador, un arrancador electrónico o conectar impedancias en serie con el estator. En los motores trifásicos uno de los más empleados es el **arranque estrella-triángulo**.

El arranque estrella-triángulo sólo puede utilizarse si el motor está conectado a una red eléctrica cuya tensión de línea sea igual a la tensión nominal de fase del motor. Así, en este caso el arranque se realiza con el motor conectado en estrella (la tensión de fase es $\sqrt{3}$ veces menor que la tensión de línea) y, cuando ha adquirido cierta velocidad, se conmutan las conexiones y se conecta en triángulo para que pase a funcionar con su tensión nominal (la tensión de fase es igual a la tensión de línea). Esto provoca que la corriente de fase en este arranque sea $\sqrt{3}$ veces menor que en el arranque directo. En consecuencia, tanto la corriente de línea en el arranque estrella-triángulo ($I_{a\lambda}$) como el par de arranque correspondiente ($T_{a\lambda}$) son iguales a la tercera parte de sus respectivos valores en arranque directo:

$$I_{a\lambda} = \frac{I_{al}}{3} \quad (11.51)$$

$$T_{a\lambda} = \frac{T_a}{3} \quad (11.52)$$

Se aconseja no pasar de conexión estrella a conexión triángulo hasta que el motor no hay adquirido, al menos, el 80 % de la velocidad nominal. En las figuras 11.10⁷ y 11.11⁸ se muestran las curvas intensidad-velocidad y par-velocidad para este tipo de arranque.

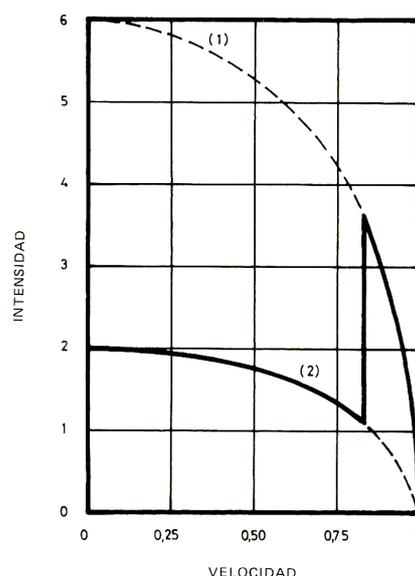


Figura 11.10: Curva intensidad-velocidad en un arranque estrella-triángulo. (1) intensidad en estrella; (2) intensidad en triángulo.

En la figura 11.12⁹ se muestra el esquema de potencia para el arranque estrella-triángulo de un motor asíncrono con dos conexiones y un temporizador que regula el tiempo de funcionamiento del motor en conexión estrella.

11.7.3. Arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor

Este sistema de arranque sólo puede utilizarse en motores con rotor bobinado y consiste en conectar una resistencia en serie con cada fase del rotor. Una vez arrancado el motor, se van disminuyendo progresivamente estas resistencias hasta que el rotor queda cortocircuitado.

⁷Tomada de 'Motores Eléctricos. Automatismos de control', J. Roldán Vitoria, Paraninfo.

⁸Tomada de 'Motores Eléctricos. Automatismos de control', J. Roldán Vitoria, Paraninfo.

⁹Tomada de 'Motores Eléctricos. Automatismos de control', J. Roldán Vitoria, Paraninfo.

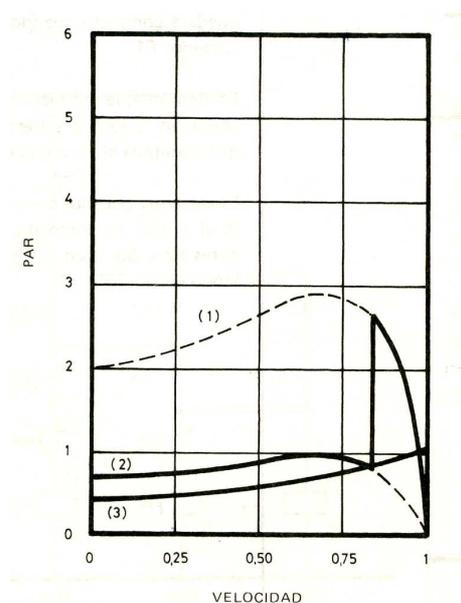


Figura 11.11: Curva par-velocidad en un arranque estrella-triángulo. (1) par motor en estrella; (2) par motor en triángulo; (3) par resistente.

Con este sistema se reduce la intensidad de arranque (aumenta el denominador de la ecuación 11.42). Asimismo, se aumenta el deslizamiento al que se produce el par máximo, pero sin que éste varíe (ecuaciones 11.43 y 11.45 y figura 11.9), lo que provoca un aumento del par de arranque respecto al arranque directo. Incluso se puede obtener el par máximo en el arranque utilizando las ecuación 11.43:

$$s_m = 1 = \frac{R'_2 + R'_{a2}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \quad (11.53)$$

donde R'_{a2} es la resistencia añadida exteriormente al rotor. De aquí se obtiene que:

$$R'_{a2} = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2 \quad (11.54)$$

En la figura 11.13¹⁰ se ha representado esta situación para una resistencia total reducida del rotor de valores R'_d , R'_c , R'_b , y R'_a . Supóngase que el par resistente es constante e igual a T_r . Si en el momento del arranque la resistencia total reducida del rotor es R'_d , el par de la carga es inferior al par de arranque de la máquina. La diferencia entre estos dos pares provoca que el rotor comience a girar y la máquina se vaya acelerando siguiendo la curva del par que corresponde a la resistencia R'_d , según el camino señalado con trazo más fuerte en la figura 11.13. Conforme se va conmutando el reostato de arranque, el par del motor pasa de una curva a la siguiente. Los puntos A, B y C señalan los momentos en los que se producen dichos cambios, hasta llegar al régimen estable de funcionamiento en el punto D.

¹⁰Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora.

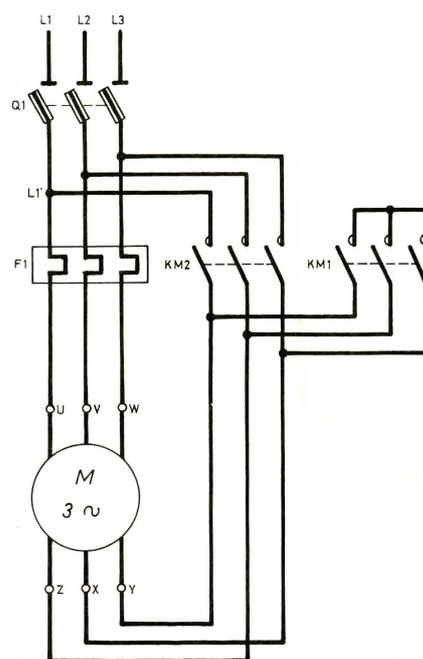


Figura 11.12: Esquema de potencia para el arranque estrella-triángulo de un motor asíncrono.

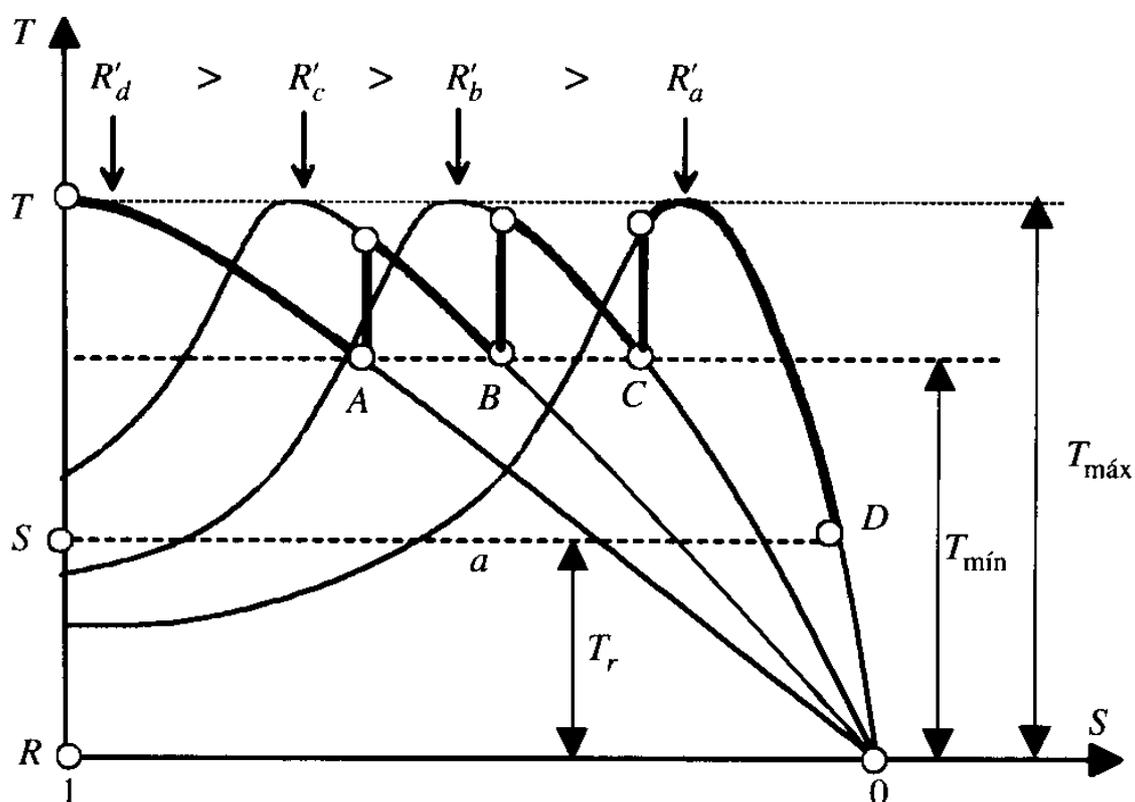


Figura 11.13: Curvas par-velocidad al variar las resistencias del rotor.

Capítulo 12

MÁQUINA DE CORRIENTE CONTINUA

12.1. Introducción

Las máquinas de corriente continua suelen trabajar normalmente como motores. Comparados con los motores de corriente alterna, la ventaja de los motores de corriente continua es la facilidad con la se pueden controlar su velocidad y su par. Por ello, han sido muy utilizados en diversos accionamientos industriales como trenes de laminación, telares, tracción eléctrica, etc. Sin embargo, debido al gran desarrollo de la electrónica de potencia, su aplicación se ha ido reduciendo frente a los motores de corriente alterna, cuyo coste de fabricación y mantenimiento es más reducido. Actualmente, cuando se necesita corriente continua para una determinada aplicación se suelen emplear rectificadores de silicio, que transforman la corriente alterna en corriente continua de forma estática con un gran rendimiento.

12.2. Construcción

La máquina de corriente continua consta de dos partes: una fija o **estator** y una móvil o **rotor**. En la figura 12.1¹ se muestran los componentes de la máquina de corriente continua.

El estator está formado por la culata (1) que pertenece al circuito magnético **inductor** y que ejerce la función de soporte mecánico del conjunto. La culata está perforada para fijar los polos (2), actualmente fabricados con chapas de acero convenientemente apiladas y sobre las que se coloca el devanado inductor o de excitación (8). La parte de los polos próxima al rotor presenta una expansión magnética denominada zapata polar (3). Para mejorar la conmutación (entre delgas sucesivas), se utilizan polos intermedios (4) y (5), también denominados **polos auxiliares** o polos de conmutación. El devanado de estos polos se conecta en serie con el inducido.

El rotor está formado por el **inducido** (6) y por el **colector de delgas** o conmutador (9). El inducido se construye con discos de chapa de acero al silicio apilados y convenientemente ranurados. En la figura 12.1 el arrollamiento del inducido (7) es de tipo anillo. Actualmente, sin embargo, los arrollamientos suelen ser de tipo tambor, con lo que se aprovechan los dos lados activos de las espiras. Los devanados de la máquina de corriente continua son cerrados, es decir, no tienen ni principio ni fin. Los devanados pueden ser **imbrincados** u **ondulados**. En ambos casos se utilizan los dos lados activos para conseguir la máxima fuerza electromotriz posible.

El colector de delgas es la parte más característica de estas máquinas ya que es el elemento que realiza la conversión mecánica de la corriente alterna inducida en la corriente continua de salida. Como puede observarse en la figura 12.2², está formado por láminas de cobre o delgas cuya sección transversal tiene forma de cola de milano. Las delgas están aisladas entre sí y del cubo del colector por medio de un dieléctrico de mica. La fijación del conjunto se consigue mediante la presión ejercida por unos anillos de forma cónica. Para facilitar las conexiones entre el inducido y el colector, las delgas suelen tener en un

¹Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

²Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

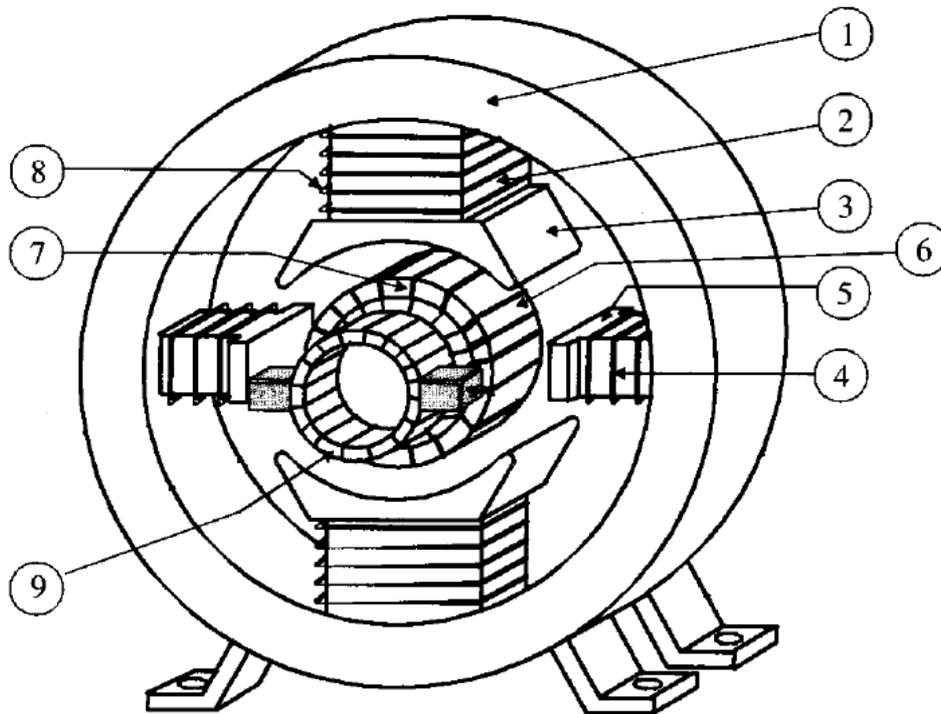


Figura 12.1: Componentes de la máquina de corriente continua.

extremo un talón convenientemente fresado para colocar los conductores. Después de conectar el colector al inducido, se rectifica por medio de un torno hasta que su superficie quede totalmente cilíndrica.

La extracción o suministro de corriente al colector se realiza por medio de escobillas de grafito. Las escobillas permanecen inmóviles, dispuestas en los portaescobillas; así, mientras gira el rotor las escobillas conservan una posición invariable respecto a los polos de la máquina. Los portaescobillas suelen ser de cobre o de latón y están unidos al soporte por medio de un bulón convenientemente aislado. Las escobillas de la misma polaridad van juntas en paralelo al mismo terminal de salida para su conexión al exterior.

De acuerdo con la norma UNE-EN 60034-8, los bornes de las máquinas de corriente continua se designan de la siguiente manera:

- inducido, $A1$ y $A2$;
- polos auxiliares o de compensación, $B1$ y $B2$;
- devanado de compensación, $C1$ y $C2$;
- devanado inductor en serie, $D1$ y $D2$;
- devanado inductor en paralelo o independiente, $E1$ y $E2$.

En la red P designa al borne positivo y N al negativo.

12.3. Principio de funcionamiento

Las máquinas de corriente continua, al igual que las de corriente alterna, pueden utilizarse como generadores y como motores. Para comprender la generación, es decir, cómo se crea fuerza electromotriz (f.e.m.) en las espiras del rotor, se ha escogido el rotor de tipo anillo ya que su funcionamiento es más

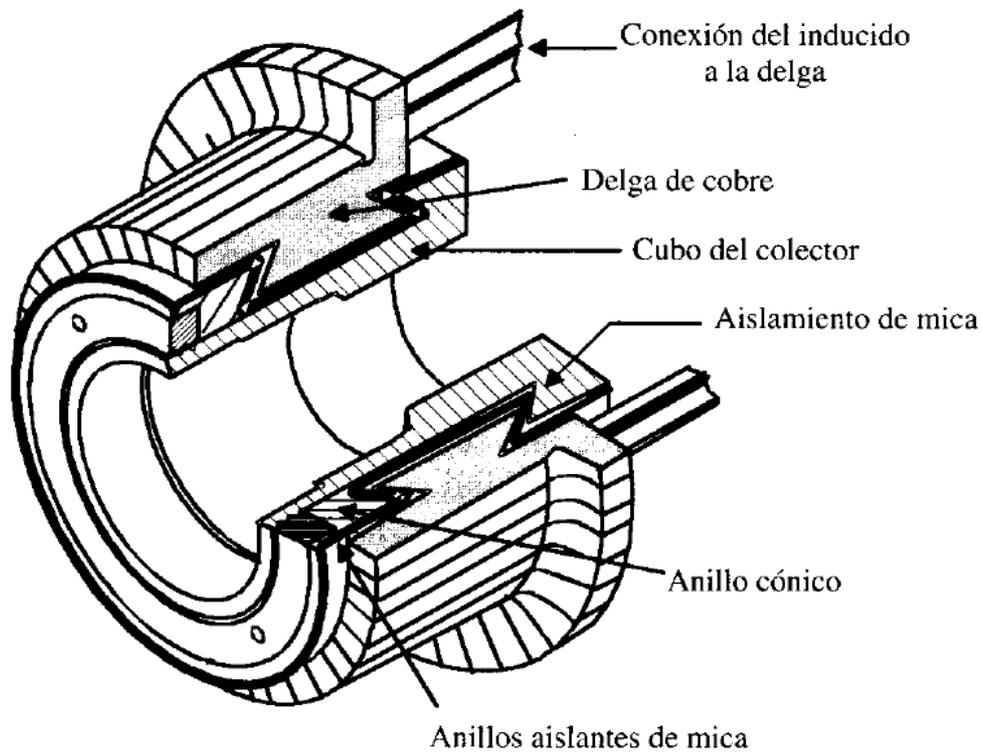


Figura 12.2: Colector de delgas.

sencillo que el de los que suelen ser utilizados normalmente. En la figura 12.3³ se muestra una máquina de este tipo. En este tipo de bobinados, al girar el rotor, la f.e.m. se induce en los conductores situados en el exterior del núcleo, ya que son atravesados por el flujo del estator. En los conductores interiores, en cambio, no aparece f.e.m. ya que el flujo de los polos no los atraviesa debido a la baja reluctancia del anillo.

Analizando la figura 12.3, puede observarse que la polaridad de las f.e.m.-s de los conductores que se encuentran por debajo del polo norte es contraria a las de los que se encuentran por debajo del polo sur. Para establecer la polaridad de la f.e.m., es necesario recordar la siguiente expresión matemática o aplicar la regla de la mano derecha:

$$e = \int (\underline{v} \wedge \underline{B}) \cdot d\underline{l} = (\underline{v} \wedge \underline{B}) \cdot \underline{L} \quad (12.1)$$

Como la estructura de la máquina es totalmente simétrica, las f.e.m.-s de la parte izquierda del inducido serán contrarias a las del lado derecho.

Para utilizar las f.e.m. del inducido y llevarlas a un circuito exterior se han de conectar unas escobillas de salida *A* y *B*, situadas en el eje transversal de los polos para que puedan aprovechar la máxima f.e.m. de los devanados. Estas escobillas dividen el devanado en dos ramas en paralelo, con la misma f.e.m. y la misma polaridad. El eje que forman las escobillas se denomina **línea neutra**. Esta línea es muy importante ya que señala la posición en la que se produce la inversión de la f.e.m., pasando las espiras correspondientes de una rama en paralelo a la otra. Sin embargo, la posición exacta de la línea neutra se determina experimentalmente moviendo el collar de las escobillas hasta encontrar el punto en el que se producen menos chispas en el colector de delgas.

En los inducidos tipo anillo y en los que tienen un devanado imbrincado simple el número de circuitos

³Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

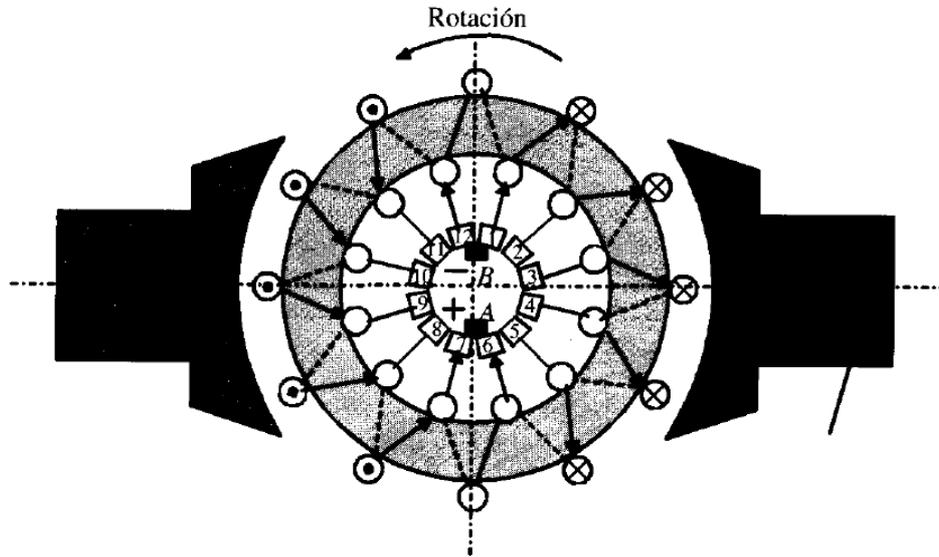


Figura 12.3: Máquina de corriente continua con inducido de tipo anillo.

derivados coincide con el número de polos. Si el número de polos es $2p$ y el de circuitos derivados es $2c$, entonces:

- cuando el devanado es imbricado simple,

$$2c = 2p \quad (12.2)$$

- cuando el devanado es ondulado simple, el número de circuitos derivados siempre será **dos**, independientemente del número de polos. Es decir,

$$2c = 2 \quad (12.3)$$

Para poder calcular el valor de la f.e.m. de la máquina de corriente continua hay que tener en cuenta que en cada bobina del arrollamiento se obtiene una f.e.m. alterna, de tal forma que en cada semiperiodo el flujo varía entre los límites $+\Phi$ y $-\Phi$; por lo tanto, el valor medio de la f.e.m. obtenida es:

$$E_{\text{med}} = \frac{2}{T} \int_{-\Phi}^{+\Phi} d\Phi = \frac{4 \cdot \Phi}{T} \quad (12.4)$$

siendo T el periodo de la corriente. La frecuencia de la tensión que surge se relaciona con el número de polos, $2p$, y con la velocidad de rotación, n (r.p.m.), por medio de la siguiente expresión:

$$f = \frac{n \cdot p}{60} \quad (12.5)$$

La f.e.m. media en una espira del inducido es:

$$E_{\text{med}} = 4 \cdot \Phi \frac{p \cdot n}{60} \quad (12.6)$$

Las escobillas de la máquina, en cada semiperiodo, recogen las f.e.m.-s de las diferentes bobinas que forman las ramas en paralelo del devanado del inducido. Si éste consta de Z conductores que forman $Z/2$ bobinas y está dividido por las escobillas en $2c$ circuitos derivados, en cada rama se tendrán $Z/4c$ bobinas conectadas en serie que producirán la siguiente f.e.m.:

$$E = \frac{n}{60} Z \cdot \Phi \frac{p}{c} = K_E \cdot n \cdot \Phi \quad (12.7)$$

De la ecuación anterior conviene destacar la siguiente expresión, que es constante para cada máquina:

$$K_E = \frac{Z p}{60 c} \quad (12.8)$$

De la ecuación 12.7 se deduce precisamente que el valor de la f.e.m. se puede regular cambiando la velocidad del rotor o el flujo del inductor ajustando la corriente de excitación de los polos.

En los generadores o dinamos se obtiene f.e.m. gracias al movimiento, es decir, gracias a la energía mecánica de entrada. Esa f.e.m. obtenida puede utilizarse conectando a la salida un circuito eléctrico externo por el que circulará una corriente. En los motores, en cambio, el flujo del inductor interacciona con las corrientes del inducido, generando el movimiento de la máquina. Sin embargo, esto generará una reacción contraria en el rotor, de sentido contrario a la corriente, conocida por esta razón como **fuerza contraelectromotriz** (f.c.e.m.).

De cualquier manera, trabajando como generador o como motor, el paso de corriente continua por los conductores del inducido genera un par electromagnético de carácter **resistente** si funciona como generador, y de carácter **motor** si la máquina mueve una carga mecánica, es decir, si trabaja como motor. Para calcular la magnitud de dicho par hay que tener en cuenta que, si I_i es la corriente total del inducido, la corriente que circula por los conductores del rotor de una máquina que tiene $2c$ circuitos derivados es $I_i/2c$. Si se designa como B_m el valor medio de la inducción de los polos en los conductores del inducido y L es su longitud, según la ley de Laplace la fuerza que surgirá en cada conductor será:

$$F_{\text{med}} = B_{\text{med}} \cdot L \frac{I_i}{2c} \quad (12.9)$$

Dicha fuerza tiene sentido tangencial al rotor. Si R es el radio del rotor y Z el número de conductores del inducido, el valor del par obtenido será:

$$T = R \cdot F_{\text{med}} \cdot Z = R \cdot B_{\text{med}} \cdot L \frac{I_i}{2c} Z \quad (12.10)$$

La superficie del inducido comprendida en el paso polar de la máquina es:

$$S_i = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L}{2 \cdot p}$$

y el valor del flujo por polo:

$$\Phi = B_{\text{med}} \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot L}{2 \cdot p} \quad (12.11)$$

Llevando esta expresión a la ecuación 12.10, se obtiene el par de la máquina en función del flujo por polo:

$$T = \frac{1}{2 \cdot \pi c} p Z \cdot \Phi \cdot I_i = K_T \cdot I_i \cdot \Phi \quad (12.12)$$

donde

$$K_T = \frac{Z p}{2 \cdot \pi c} \quad (12.13)$$

es una constante de cada máquina.

Teniendo en cuenta la expresión 12.7, la ecuación anterior puede escribirse en función de la f.e.m. del inducido:

$$T = \frac{E \cdot I_i}{2 \cdot \pi \frac{n}{60}} [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (12.14)$$

Este par será **resistente** si la energía mecánica se transforma en energía eléctrica, es decir, en el caso de un generador; en cambio, será **de rotación** en el caso de un motor, esto es, cuando la energía eléctrica se transforma en energía mecánica. De cualquier manera el numerador de la ecuación 12.14 representa la potencia electromagnética que se aplica a la máquina (en régimen generador) o que se extrae de ella (en régimen motor); en definitiva, el producto del par, T , y de la velocidad angular, ω , es decir:

$$P_a = E \cdot I_i = T \cdot \omega = T \cdot 2 \cdot \pi \frac{n}{60} [\text{W}] \quad (12.15)$$

Para comprender bien la producción de par en las máquinas de corriente continua en la figura 12.4⁴ se muestra una máquina de corriente continua en régimen generador. La máquina se mueve gracias a

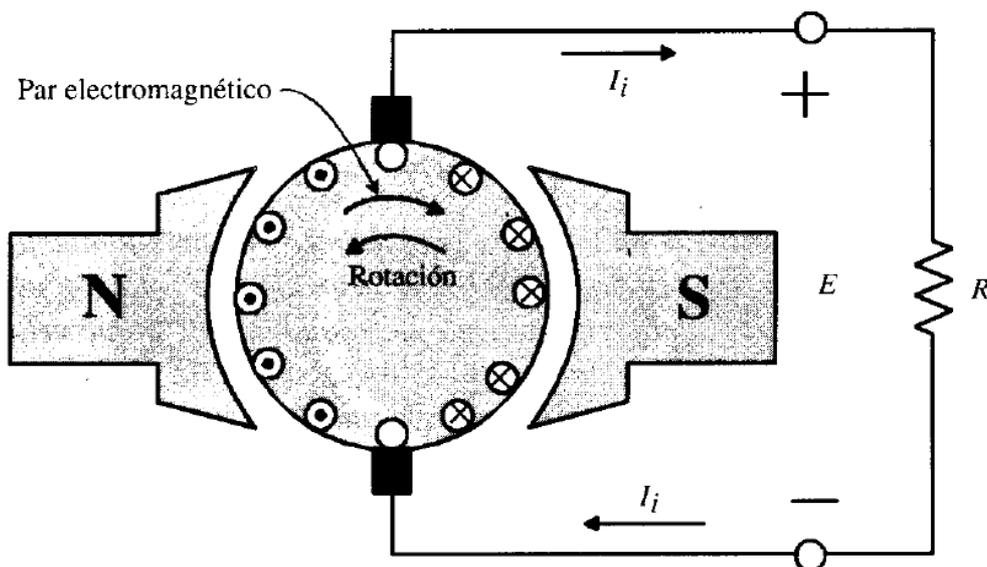


Figura 12.4: La máquina de corriente continua en régimen generador.

un motor primario que gira en el sentido contrario las agujas del reloj (hacia la izquierda). Recordando las reglas de las manos y que se encuentra en régimen generador, se debe aplicar la regla de la mano izquierda.

Colocando una resistencia de carga entre las escobillas, las corrientes inducidas gracias a la f.e.m. y las del inductor interactuarán creando un par electromagnético contrario. Para mantener la velocidad de la dinamo, el par del motor primario debe ser suficiente como para equilibrar ese par resistente y el par de pérdidas (debido al rozamiento, la ventilación, etc.).

Cuando la máquina de corriente continua trabaja como motor, tal y como se muestra en la figura 12.5⁵, hay que aplicarle una tensión continua en el inducido. De esta manera, circulará corriente por los conductores de dicho devanado que, junto con la corriente del inductor, producen un par de rotación contrario a las agujas del reloj que provoca el giro de la máquina. Esto provoca una f.e.m. en el inducido cuya polaridad será idéntica a la analizada anteriormente para el caso de la dinamo ya que la rotación, en los dos casos, se produce en el mismo sentido.

Por lo tanto, como la f.e.m. que aparece se opone a la corriente que circula por los conductores, es denominada fuerza contraelectromotriz. El movimiento del motor se mantendrá mientras que el par electromagnético de rotación producido sea mayor que el par resistente ejercido por la carga mecánica unida al eje de la máquina.

Nota:

Suele resultar interesante comparar las ecuaciones 12.8 y 12.13, con lo que se obtiene la relación entre las constantes K_T y K_E :

$$K_E = \frac{2 \cdot \pi}{60} K_T \quad (12.16)$$

Por lo tanto, si se expresa la ecuación 12.7 en función de la velocidad angular, se obtiene:

$$E = \frac{2 \cdot \pi \cdot K_T}{60} n \cdot \Phi = K_T \cdot \Omega \cdot \Phi \quad (12.17)$$

⁴Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

⁵Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

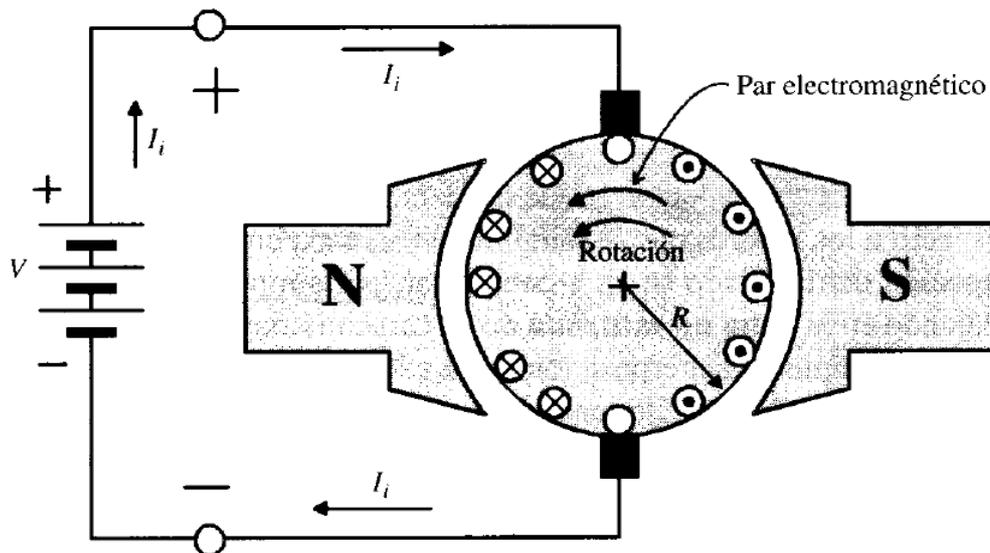


Figura 12.5: La máquina de corriente continua en régimen motor.

12.4. Reacción de inducido

Supóngase una máquina de corriente continua que trabaja como generador en vacío. En esta situación, no hay corriente en el inducido, y el flujo en el entrehierro es únicamente el creado por la fuerza magnetomotriz del inductor. Si se cierra el circuito del inducido con una resistencia de carga, aparece una corriente en los conductores del rotor que genera otra fuerza magnetomotriz que, junto a la del inductor, genera el correspondiente flujo en el entrehierro de la máquina. Se denomina **reacción de inducido** al efecto que ejerce la fuerza magnetomotriz de este devanado en la fuerza magnetomotriz del inductor, y que modifica tanto la forma como la magnitud del flujo en el entrehierro con respecto al funcionamiento en vacío.

Cuando la máquina trabaja en vacío la distribución del campo magnético en el entrehierro es constante y máxima debajo de cada polo y decrece rápidamente en el espacio interpolar hasta anularse en la línea neutra, tal y como se muestra en la figura 12.6⁶. Las corrientes que surgen al cerrar el circuito del inducido producen una fuerza magnetomotriz de forma triangular. El eje de esta fuerza magnetomotriz coincide con el de la línea de las escobillas, de tal forma que si éstas se colocan en la línea neutra, la fuerza magnetomotriz será máxima en dicha línea; en consecuencia, la fuerza magnetomotriz de reacción de inducido es transversal respecto a la fuerza magnetomotriz del inductor. La inducción del inducido será también triangular pero presenta unas depresiones en los espacios interpolaes (véase la figura 12.6) debido a que en estas zonas la reluctancia es mucho mayor que debajo de los polos por existir un entrehierro mayor.

Para considerar el efecto de la reacción de inducido habrá que superponer las inducciones del inductor y del inducido, tal y como se ha hecho en la figura 12.6. Examinando la inducción resultante en el entrehierro se pueden deducir importantes consecuencias.

- La reacción de inducido deforma la curva de inducción debajo de cada polo, reforzando el campo en un lado del polo y debilitándolo en el otro. Si la máquina no está saturada, esta magnetización transversal no modifica su f.e.m. ya que el flujo se conserva constante; sin embargo, si existe saturación, la inducción resultante tiene un valor inferior al previsto, lo que hace que el flujo total disminuya y aparezca un efecto desmagnetizante que reduce el valor de la f.e.m. de salida. Asimismo, es posible que aumente la tensión entre delgas consecutivas por el paso de las espiras correspon-

⁶Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

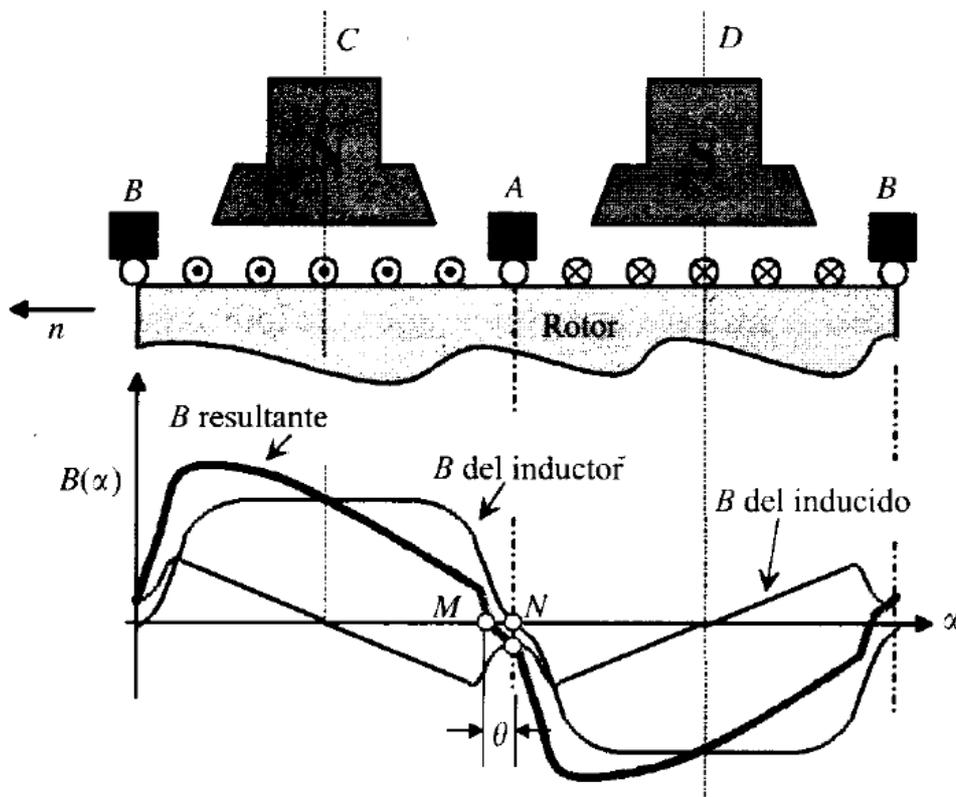


Figura 12.6: Deformación del campo magnético debida a la reacción de inducido.

dientes por la zona de refuerzo del flujo de los polos, lo que puede producir un chisporroteo en el colector.

- La línea neutra se desplaza debido a la reacción de inducido. Cuando la máquina trabaja en vacío la línea neutra magnética coincide con la línea media entre los polos (punto N). Sin embargo, cuando circula corriente por el inducido y la máquina trabaja como **generador** (caso representado en la figura 12.6), **la línea neutra se adelanta** un ángulo θ . En el caso de que funcione como **motor**, **la línea neutra se retrasa** respecto a la geométrica. Este desplazamiento de la línea neutra lleva consigo un fuerte chisporroteo en el colector. Para evitar este fenómeno habrá que desplazar las escobillas hasta encontrar la línea neutra real, adelantando las escobillas cuando la máquina funciona como generador y retrasándolas cuando trabaja como motor.

Como la reacción de inducido es proporcional a la corriente de carga, el desplazamiento de las escobillas debería ser variable con la carga de la máquina, lo cual resulta muy complicado. Por ello, en la práctica, en las máquinas de mediana y gran potencia se impide el desplazamiento de la línea neutra incorporando un **arrollamiento de compensación**. Este arrollamiento consiste en unos conductores dispuestos en serie con el circuito exterior, de tal forma que la corriente circule por ellos en el sentido contrario al de las corrientes del inducido. Estos arrollamientos elevan considerablemente el costo de la máquina, por lo que sólo se utilizan en máquinas de potencia elevada que tengan que soportar fluctuaciones bruscas de carga. En la mayoría de las máquinas de corriente continua, para evitar el desplazamiento de la línea neutra, se emplean los **polos auxiliares, interpolos o polos de conmutación**, que además aseguran una conmutación mejor. Estos polos son pequeños núcleos magnéticos que se colocan en la línea neutra teórica; tienen un devanado conectado en serie con el inducido, de tal forma que producen un campo magnético opuesto al de la reacción de inducido.

12.5. Conmutación

Se entiende por conmutación al conjunto de fenómenos vinculados con la variación de corrientes en las espiras del inducido al pasar éstas por la zona donde se las cortocircuita por las escobillas colocadas en el colector. Si la conmutación no se efectúa adecuadamente, se producen chispas en el colector lo que suele generar un deterioro de su superficie.

El chisporroteo entre las escobillas y el colector se produce por causas mecánicas y eléctricas. La causa eléctrica fundamental del chisporroteo es la elevación de la tensión entre delgas adyacentes del colector. Debido a la variación de corriente, en el proceso de conmutación aparece una f.e.m. en la sección conmutada denominada **fuerza electromotriz reactiva** y cuyo valor es:

$$e_r = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (12.18)$$

donde N es el número de espiras de la sección conmutada y Φ es el flujo total que atraviesa dicha sección.

Para evitar el chisporroteo originado por la f.e.m. reactiva será necesario compensar esta f.e.m. con otra de polaridad opuesta e igual valor. Esto se consigue incorporando en la zona de conmutación (línea neutra) un polo auxiliar que crea una inducción de valor B en la sección conmutada. Si N es el número de espiras de la sección, L la longitud de sus conductores y v su velocidad tangencial, el polo auxiliar genera una **fuerza electromotriz de conmutación** de valor:

$$e_c = B_c \cdot 2 \cdot L \cdot v \cdot N \quad (12.19)$$

Como la polaridad de esta f.e.m. debe ser opuesta a la de e_r , la polaridad en el caso de un generador será la opuesta a la del polo del cual viene la bobina. Para que el valor de e_c coincida con el e_r , como ésta última depende de la corriente del inducido, habrá que conectar el arrollamiento de los polos auxiliares en serie con el inducido. Además, es necesario que el circuito magnético de los polos auxiliares no esté saturado; esto se logra aumentando su entrehierro o trabajando con inducciones bajas.

12.6. Generadores de corriente continua. Características de servicio

Los generadores de corriente continua o dinamos ya casi no se utilizan en la actualidad, sino que han sido sustituidos por rectificadores de silicio que mejoran el rendimiento. De cualquier manera, resulta conveniente analizar el funcionamiento básico de las dinamos para comprender correctamente el comportamiento de los motores de corriente continua.

Desde el punto de vista de circuito eléctrico, las máquinas de corriente continua tienen un inductor o excitación, colocado en el estator, y un inducido que gira, provisto de un colector de delgas. Los dos devanados están representados en el esquema de la figura 12.7⁷. El devanado de excitación está formado por los arrollamientos de todos los polos conectados en serie; cuando se le aplica una tensión de alimentación continua, la corriente I_e produce una fuerza magnetomotriz que genera un flujo Φ en el entrehierro de la máquina. El inducido gira en el interior del campo magnético del inductor y, por medio de la combinación colector-escobillas, genera en vacío una f.e.m. E , cuya magnitud viene definida por la expresión 12.7.

Al conectar una carga externa, aparece la corriente I_i y, en consecuencia, en el inducido aparece una caída de tensión. Si la caída de tensión por par de escobillas es V_{es} , la ecuación del circuito del inducido es:

$$E = V + R_i \cdot I_i + V_{es} \quad (12.20)$$

donde V designa la tensión en los bornes de la máquina. En esta ecuación se ha supuesto despreciable la acción desmagnetizante del inducido sobre el inductor. Si la máquina posee polos auxiliares para anular la reacción de inducido, la expresión 12.20 es válida si se incluyen en R_i las resistencias de los arrollamientos de estos polos.

Si se multiplica por I_i la ecuación 12.20, se obtiene:

$$E \cdot I_i = V \cdot I_i + R_i \cdot I_i^2 + V_{es} \cdot I_i \quad (12.21)$$

⁷Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

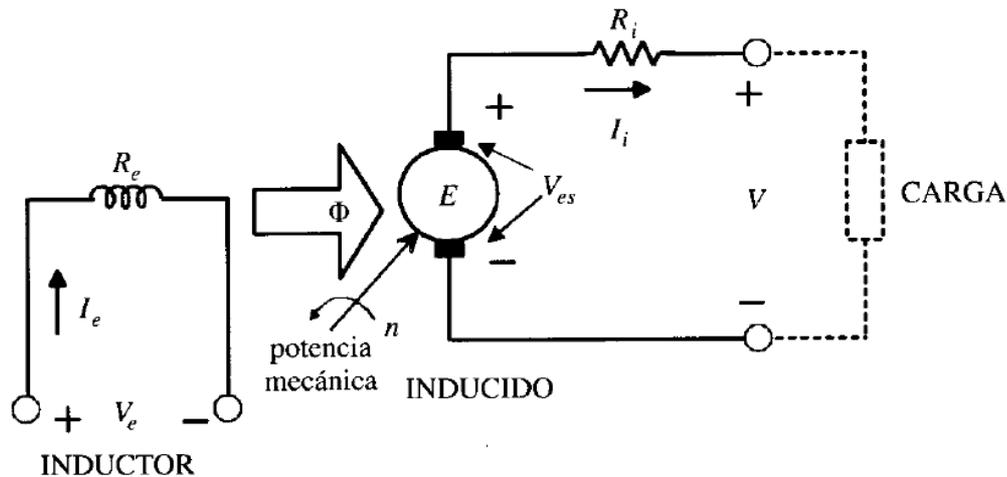


Figura 12.7: Generador de corriente continua o dinamo.

que expresa el balance de potencias en el inducido de una dinamo. Los términos de la ecuación 12.21 representan:

- $P_2 = V \cdot I_i$: potencia eléctrica suministrada por el generador;
- $P_{Cui} = R_i \cdot I_i^2$: pérdidas en el cobre del inducido;
- $P_{es} = V_{es} \cdot I_i$: pérdidas en los contactos de las escobillas;
- $P_a = E \cdot I_i$: potencia electromagnética desarrollada por la máquina.

Así, el balance de potencias en el inducido es:

$$P_a = P_2 + P_{Cui} + P_{es} \quad (12.22)$$

Para calcular la potencia mecánica de entrada habrá que sumar a la potencia electromagnética las restantes pérdidas:

- las pérdidas en el cobre del arrollamiento de excitación: $P_{exc} = V_e \cdot I_e = R_e \cdot I_e^2$;
- las pérdidas mecánicas, P_m , debidas al rozamiento y a la ventilación;
- las pérdidas en el hierro, P_{Fe} , que sólo existen en el rotor debido a su movimiento.

En consecuencia, la potencia mecánica de entrada de un generador de corriente continua, P_1 , será:

$$P_1 = P_{exc} + P_m + P_{Fe} + P_a \quad (12.23)$$

Desde el punto de vista de comportamiento y condiciones de trabajo, tiene una gran importancia la forma en que se conectan entre sí los devanados del inductor y del inducido. Se distinguen las siguientes formas de conexión (que se muestran en la figura 12.8⁸):

- **máquinas con excitación independiente:** el devanado inductor es alimentado por medio de una fuente de alimentación externa;
- **máquinas autoexcitadas:** la máquina se alimenta a sí misma tomando la corriente inductora del propio inducido (en el caso de los generadores) o de la misma red que alimenta el inducido (en el caso de los motores); las máquinas con autoexcitación se clasifican a su vez en:
 - **máquinas serie:** el inductor está en serie con el inducido;

⁸Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

- **máquinas shunt o derivación:** el devanado inductor se conecta directamente a los terminales de la máquina, quedando en paralelo con el inducido;
- **máquinas compound o compuestas:** la excitación está repartida entre dos devanados, uno en serie y otro en paralelo con el inducido

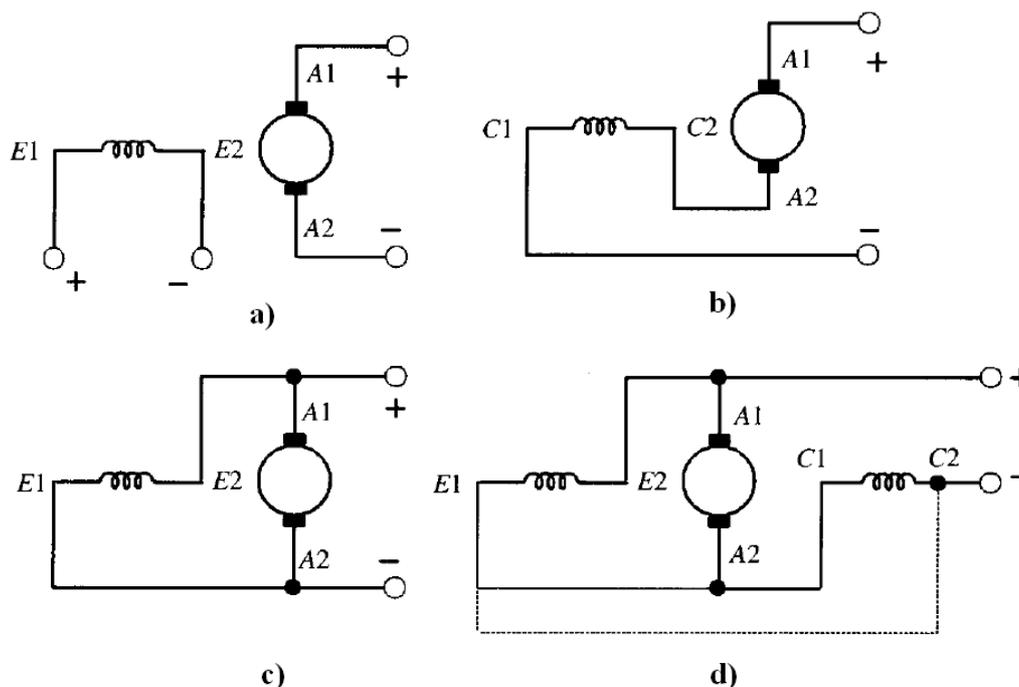


Figura 12.8: Tipos de excitación en las máquinas de corriente continua: a) excitación independiente; b) excitación serie; c) excitación derivación; d) excitación compuesta.

La autoexcitación de los generadores de corriente continua se basa en el magnetismo remanente de los polos. Al girar el rotor por medio de un motor primario, si no existe ningún flujo en los polos no se induce f.e.m. en las escobillas. Pero si previamente se han magnetizado los polos, al mover el rotor se producirá en bornes una pequeña f.e.m.; si el devanado inductor está correctamente conectado al devanado inducido, se obtendrá una corriente en el inductor que reforzará el magnetismo remanente, lo que provocará un aumento de la f.e.m., y así sucesivamente hasta que se llega a la saturación en el circuito magnético de la máquina, se detiene el proceso de autoexcitación y se alcanza el régimen de funcionamiento estable.

12.7. Motores de corriente continua. Características de servicio

Un motor de corriente continua transforma la energía eléctrica de entrada en energía mecánica de salida. Esencialmente consiste en una dinamo trabajando en régimen inverso. En la figura 12.9⁹ se consideran una dinamo y un motor derivación.

De acuerdo con la ecuación 12.20, si $V_i = V + V_{es}$, la corriente del inducido queda:

$$I_i = \frac{E - V_i}{R_i} \quad (12.24)$$

Si la f.e.m. E es superior a la diferencia de potencial V_i , la máquina trabaja como generador suministrando una potencia electromagnética $E \cdot I_i$. Si se disminuye la f.e.m. hasta que $E < V_i$, la corriente I_i

⁹Tomada del libro Máquinas Eléctricas, J. Fraile Mora

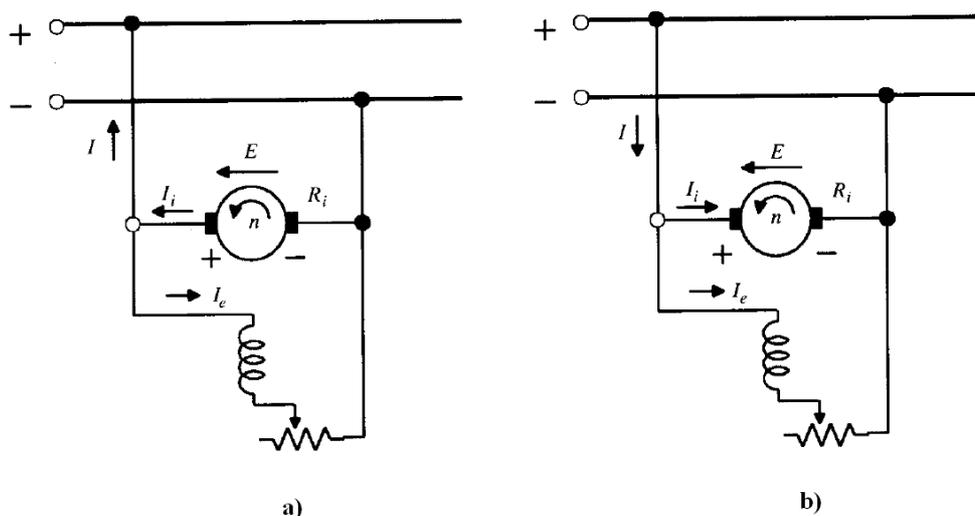


Figura 12.9: Funcionamiento de la máquina de corriente continua como: a) generador; b) motor.

cambiará de sentido de acuerdo a la ecuación 12.24; se dice entonces que la máquina genera una **fuerza contraelectromotriz**, ya que E se opone a la corriente I_i . En esta situación la máquina trabaja como motor. Desconectando el motor primario, la máquina de corriente continua seguirá girando en el mismo sentido pero desarrollando ahora su propio par motor.

Si en el régimen de funcionamiento como motor se considera positiva la corriente I_i absorbida, se obtiene la siguiente ecuación para el inducido:

$$V = E + R_i \cdot I_i + V_{es} \quad (12.25)$$

Si se multiplican los términos de la ecuación 12.26 por I_i , se obtiene:

$$V \cdot I_i = E \cdot I_i + R_i \cdot I_i^2 + V_{es} \cdot I_i \quad (12.26)$$

donde:

- $P_i = V \cdot I_i$: potencia eléctrica absorbida por el inducido del motor;
- $P_{Cui} = R_i \cdot I_i^2$: pérdidas en el cobre del inducido;
- $P_{es} = V_{es} \cdot I_i$: pérdidas en los contactos de las escobillas;
- $P_a = E \cdot I_i$: potencia electromagnética desarrollada por la máquina.

Así, el balance de potencias en el inducido de un motor de corriente continua es:

$$P_i = P_a + P_{Cui} + P_{es} \quad (12.27)$$

La potencia electromagnética P_a expresa la potencia mecánica total que produce el motor que, dividida por la velocidad de giro, es igual al par interno desarrollado por la máquina y ya calculado anteriormente (ecuación 12.14).

$$T = \frac{E \cdot I_i}{2 \cdot \pi \frac{n}{60}} [\text{N} \cdot \text{m}]$$

Para calcular la potencia mecánica útil en el eje del motor habrá que restar a la potencia electromagnética las pérdidas en el rotor:

- las pérdidas mecánicas, P_m , debidas al rozamiento y a la ventilación;
- las pérdidas en el hierro, P_{Fe} , que sólo existen en el rotor debido a su movimiento.

Por lo tanto, la potencia útil del motor, P_2 , será

$$P_2 = P_a - P_m - P_{Fe} \quad (12.28)$$

La potencia absorbida por la máquina, P_1 , además de la potencia que llega al inducido, P_i , tendrá que compensar también las pérdidas en el circuito de excitación, P_{exc} , debidas al efecto Joule en el cobre del inductor. Así:

$$P_1 = P_i + P_{exc} \quad (12.29)$$

La potencia de entrada, P_1 , puede calcularse como el producto de la tensión de alimentación por la corriente absorbida. El rendimiento del motor es:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (12.30)$$

Los diferentes tipos de motores de corriente continua, al igual que los generadores, se clasifican de acuerdo con el tipo de excitación: excitación independiente, serie, derivación y compuesta. En cada caso el par electromagnético viene determinado por la expresión 12.12:

$$T = K_T \cdot I_i \cdot \Phi$$

Los motores de corriente continua presentan una gran ventaja sobre los motores de corriente alterna: la **posibilidad de regulación de velocidad**. De acuerdo con la ecuación 12.26, si se incluye en R_i la resistencia del inducido y escobillas:

$$V = E + R_i \cdot I_i \quad (12.31)$$

Teniendo en cuenta la expresión general de la f.e.m. (ecuación 12.7):

$$E = \frac{n}{60} Z \cdot \Phi \frac{p}{c} = K_E \cdot n \cdot \Phi$$

sustituyéndola en la ecuación 12.31 y despejando la velocidad, n , se obtiene:

$$n = \frac{V - R_i \cdot I_i}{K_E \cdot \Phi} \quad (12.32)$$

que muestra la posibilidad de regular la velocidad de un motor de corriente continua controlando las siguientes variables:

1. El **flujo por polo** producido por la corriente de excitación. Al disminuir el flujo aumenta la velocidad de rotación, por lo que es peligroso poner en marcha el motor sin conectar la excitación ya que dará lugar al embalamiento del motor.
2. La **tensión de alimentación** aplicada al motor, V . Al disminuir/aumentar la tensión de alimentación se reduce/aumenta la velocidad.
3. La **resistencia del circuito del inducido**, lo que se consigue conectando en serie con este devanado una resistencia o reostato variable. Al aumentar/disminuir la resistencia del inducido la velocidad disminuye/aumenta.

Para **invertir el sentido de rotación** de un motor de corriente continua es necesario **invertir únicamente la corriente en uno solo de los devanados**: inducido o inductor. Si se modifican los sentidos de las corrientes de ambos circuitos, el sentido de la rotación del motor no varía (tal y como indica la ley de Laplace).

Un aspecto importante de los motores de corriente continua es el proceso de **arranque**. De acuerdo con la ecuación 12.31, el valor de la corriente es:

$$I_i = \frac{V - E}{R_i} \quad (12.33)$$

por lo que, en un arranque directo, la corriente del inducido vale:

$$I_i = \frac{V}{R_i} \quad (12.34)$$

Como en el momento del arranque la velocidad es nula, la f.c.e.m. es también nula, por lo que la corriente del inducido en ese instante será muy elevada. Para proteger al motor contra esta corriente de arranque se utilizan **reostatos de arranque** conectados en serie con el inducido.