

FUNDAMENTOS DE TECNOLOGÍA ELÉCTRICA. PRIMERA PARTE

GRADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

GRADO EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA INDUSTRIAL Y AUTOMÁTICA

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

GRADO EN INGENIERÍA QUÍMICA INDUSTRIAL

Iñaki ARRANBIDE
Puy ARRUTI
Olatz AZURZA
Julián MOLINA

Elena MONASTERIO
Juan José UGARTEMENDIA
Itziar ZUBIA

Índice general

1. COMPONENTES IDEALES EN T.C. LEYES DE KIRCHHOFF	1
1.1. Definición de circuito	1
1.2. Diseño de un circuito	1
1.3. Métodos y técnicas de resolución de problemas	2
1.4. Carga eléctrica	2
1.5. Corriente eléctrica	2
1.5.1. Ley de Coulomb	3
1.6. Tensión	3
1.7. Potencia y energía	4
1.8. Principio de conservación de la energía	4
1.9. Magnitudes Fundamentales	4
1.10. Componentes activos y pasivos	6
1.10.1. Circuito abierto	6
1.10.2. Cortocircuito	6
1.11. Convención de signos	6
1.12. Elementos activos	7
1.12.1. Fuente independiente de tensión	7
1.12.2. Fuente dependiente de tensión	7
1.12.3. Fuente independiente de corriente	7
1.12.4. Fuente dependiente de corriente	7
1.13. Elementos pasivos	8
1.13.1. Resistencia	8
1.13.1.1. Ley de Ohm	8
1.13.1.2. Potencia	8
1.13.1.3. Energía	9
1.13.1.4. Conductancia	9
1.13.2. Bobina	9
1.13.2.1. Potencia y energía	10
1.13.2.2. Características de la bobina	10
1.13.3. Condensador	11
1.13.3.1. Potencia y energía	12
1.13.3.2. Características del condensador	12
1.14. Componentes no ideales	13
1.15. Análisis de circuitos	14
1.15.1. Definiciones	14
1.16. Leyes de Kirchhoff	15
1.16.1. Ley de Kirchhoff de corrientes	15
1.16.2. Ley de Kirchhoff de tensiones	15
1.17. Modelo matemático de un circuito	17
1.17.1. Caso general	18

2. CORRIENTE CONTINUA EN ESTADO ESTACIONARIO	19
2.1. Magnitudes eléctricas en corriente continua	19
2.2. Respuesta de los elementos ideales en corriente continua	19
2.2.1. Resistencia	19
2.2.2. Bobina	19
2.2.3. Condensador	20
2.3. Asociación en serie de resistencias	20
2.4. Asociación en paralelo de resistencias	21
2.4.1. Caso particular de dos resistencias	21
2.5. Asociación en serie de fuentes de tensión	22
2.6. Asociación en paralelo de fuentes de corriente	22
2.7. Divisor de tensión	22
2.7.1. Caso de dos resistencias	22
2.7.2. Caso de N resistencias	23
2.8. Divisor de corriente	23
2.8.1. Caso de dos resistencias	23
2.8.2. Caso de N resistencias	24
3. TEOREMAS Y TÉCNICAS	25
3.1. Análisis de circuitos	25
3.2. Método de mallas	25
3.2.1. Caso particular del método de mallas: fuentes de tensión dependientes	27
3.2.2. Caso particular del método de mallas: fuentes de corriente	28
3.3. Método de nodos	30
3.3.1. Caso particular del método de nodos: fuentes de corriente dependientes	32
3.3.2. Caso particular del método de nodos: fuentes de tensión	33
3.4. Teorema de Millman	35
3.5. Linealidad y superposición	38
3.6. Fuentes reales	40
3.6.1. Fuente de tensión real	40
3.6.2. Fuente de corriente real	41
3.7. Equivalencia de fuentes	42
3.8. Teorema de Thevenin (1883)	43
3.8.1. Circuito con fuentes independientes y dependientes	44
3.8.2. Circuito con fuentes dependientes sin fuentes independientes	46
3.9. Teorema de Norton (1926)	47
3.9.1. Circuito con fuentes independientes y dependientes	49
3.9.2. Circuito con fuentes dependientes sin fuentes independientes	51
3.10. Teorema de máxima transferencia de potencia	51
4. CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA	53
4.1. Repaso del análisis sinusoidal	53
4.1.1. Representación cartesiana	53
4.1.1.1. Señal desfasada	54
4.2. Concepto de fasor	55
4.2.1. Notación para los fasores	55
4.3. Valor eficaz y valor pico a pico	57
4.4. Respuesta de elementos ideales en corriente alterna	58
4.4.1. Resistencia	58
4.4.2. Bobina	59
4.4.3. Condensador	60
4.4.4. Tabla resumen	61
4.5. Impedancia	61
4.6. Circuito equivalente en dominio frecuencial	62
4.6.1. Asociación de impedancias	62
4.6.1.1. Asociación en serie	62
4.6.1.2. Asociación en paralelo	62

4.6.2.	Admitancia	62
4.6.2.1.	Asociación en serie de admitancias	62
4.6.2.2.	Asociación en paralelo de admitancias	63
4.7.	Generalización de las leyes de la teoría de circuitos	63
4.7.1.	Leyes de Kirchhoff	63
4.7.1.1.	Ley de Kirchhoff de tensiones	63
4.7.1.2.	Ley de Kirchhoff de corrientes	63
4.7.2.	Divisor de tensión y de corriente	63
4.7.2.1.	Divisor de tensión	63
4.7.2.2.	Divisor de corriente	63
4.7.3.	Método de mallas en dominio frecuencial	64
4.7.4.	Método de nodos en dominio frecuencial	64
4.7.5.	Superposición	64
4.7.6.	Teorema de Thevenin y Norton	65
5.	POTENCIA EN SISTEMAS MONOFÁSICOS	67
5.1.	Potencia instantánea	67
5.2.	Potencia promedio o potencia activa	67
5.2.1.	Resistencia	68
5.2.2.	Bobina	69
5.2.3.	Condensador	71
5.3.	Teorema de transferencia de la potencia máxima	74
5.4.	Potencia reactiva	75
5.4.1.	Resistencia	76
5.4.2.	Inductancia	76
5.4.3.	Condensador	76
5.5.	Triángulo de potencias	76
5.6.	Teorema de Boucherot	77
5.7.	Potencia útil	78
5.8.	Mejora del factor de potencia	78
5.8.1.	Resolver el problema de mejora del factor de potencia por corrientes:	80
5.8.2.	Resolver el problema de mejora del factor de potencia por potencias:	80
6.	CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA	81
6.1.	Generadores trifásicos	81
6.1.1.	Conexión en estrella (Y, λ)	84
6.1.2.	Conexión delta o triángulo (D, Δ)	86
6.2.	Cargas trifásicas	86
6.3.	Teorema de Kennelly. Transformación Triángulo-Estrella (Δ - Y), Estrella-Triángulo (Y - Δ)	87
6.4.	Sistema trifásico equilibrado	89
6.4.1.	Carga simétrica con conexión en estrella	90
6.4.1.1.	Corrientes	90
6.4.2.	Carga simétrica con conexión en triángulo	92
6.4.2.1.	Corrientes	92
6.4.3.	Sistema monofásico equivalente	93
6.5.	Sistema trifásico desequilibrado	94
6.5.1.	Carga desequilibrada en estrella	94
6.5.1.1.	Caso de 3 conductores	94
6.5.1.2.	Caso de 4 conductores	95
6.5.2.	Carga desequilibrada en triángulo	96
6.6.	Potencia	96
6.6.1.	Carga en estrella	97
6.6.1.1.	Carga simétrica en estrella	97
6.6.1.2.	Carga asimétrica en estrella	97
6.6.2.	Carga en triángulo	98
6.6.2.1.	Carga simétrica en triángulo	98
6.6.2.2.	B Carga asimétrica en triángulo	98

6.6.3.	Carga trifásica	98
6.6.4.	Teorema de Boucherot	99
6.6.5.	Mejora del factor de potencia	99
6.6.5.1.	Conexión en estrella	99
6.6.5.2.	Conexión en triángulo	99
7.	INTRODUCCIÓN AL S.E.P. CÁLCULO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS	101
7.1.	Importancia e interés de la energía eléctrica	102
7.2.	Descripción general de un sistema eléctrico de potencia	102
7.2.1.	Generación	104
7.2.2.	Clasificación de las líneas eléctricas según su tensión nominal	104
7.2.3.	Características de consumo	105
7.2.4.	Reparto de carga entre centrales	106
7.3.	Cables utilizados en las líneas eléctricas	106
7.3.1.	Conductores	107
7.3.2.	Materiales aislantes	108
7.3.3.	Cables con y sin aislamientos. Campo de utilización.	108
7.3.4.	Modelización de un cable	108
7.3.4.1.	Impedancia serie	108
7.3.4.2.	Impedancia paralelo	111
7.3.5.	Caída de tensión	111
7.3.6.	Cálculo de la resistencia y reactancia de un cable	112
7.4.	Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión. REBT	112
7.4.1.	Historia y antecedentes	112
7.4.2.	REBT del 2002. RD 842/2002, de 2 agosto. BOE 224 de 18 de septiembre	113
7.5.	Cálculo de la sección de las líneas según el REBT	113
7.5.1.	Cálculo Térmico por calentamiento del cable	113
7.5.1.1.	Líneas aéreas	114
7.5.1.2.	Líneas subterráneas.	114
7.5.1.3.	Líneas interiores.	114
7.5.2.	Cálculo por caída de tensión	114
7.5.2.1.	Línea de baja tensión con carga única	116
7.5.2.2.	Línea de baja tensión de sección constante con carga distribuida	116
7.5.2.3.	Línea de baja tensión de sección telescópica con carga distribuida	117
7.5.2.4.	Línea de sección constante alimentada por los dos extremos	118
7.5.2.5.	Línea cerrada en anillo	119
7.5.2.6.	Línea de corriente continua	119
7.5.3.	Cálculo por capacidad para soportar la corriente cortocircuito	119
7.5.3.1.	Cálculo de corrientes de cortocircuito	120
8.	PROTECCIONES ELÉCTRICAS EN LAS INSTALACIONES DE B.T.	123
8.1.	Definiciones previas	124
8.2.	Peligrosidad de la corriente eléctrica	124
8.2.1.	Impedancias eléctricas del cuerpo humano	125
8.2.2.	Efectos de la corriente alterna sinusoidal	125
8.2.2.1.	Descripción de las zonas tiempo/corriente.	126
8.2.3.	Límite de la peligrosidad de la tensión de contacto	127
8.3.	Seguridad frente al riesgo eléctrico. Reglas de oro	127
8.3.1.	Legislación	128
8.3.2.	Soporte material audiovisual	130
8.4.	Puesta a tierra	131
8.5.	Sistemas de conexión a tierra. Regímenes de neutro	131
8.5.1.	Esquema TN	132
8.5.2.	Esquema TT	135
8.5.3.	Esquema IT	137
8.5.3.1.	Comportamiento ante el primer fallo	138
8.5.3.1.1.	Neutro aislado	138

8.5.3.1.1.1.	Neutro no distribuido	138
8.5.3.1.1.2.	Neutro distribuido	139
8.5.3.1.2.	Neutro impedante	140
8.5.3.1.3.	Conclusiones tras el primer fallo	140
8.5.3.2.	Comportamiento al segundo fallo	141
8.5.4.	Aplicación de los tres esquemas	141
8.5.5.	Los SCT frente al incendio y la indisponibilidad de la energía	141
8.5.5.1.	Incendio	141
8.5.5.2.	Indisponibilidad de la energía	141
8.5.6.	Elección del esquema de conexión a tierra	142
8.5.6.1.	Métodos para elegir el esquema de conexión a tierra	142
8.5.7.	Conclusiones	143
8.6.	Apararata I. Descripción	143
8.6.1.	Interruptor	143
8.6.1.1.	Interruptor automático	144
8.6.1.2.	Interruptor magnetotérmico	144
8.6.1.3.	Interruptor automático con protección diferencial incorporada	144
8.6.1.4.	Curvas de disparo	144
8.6.2.	Seccionador	145
8.6.2.1.	Interruptor seccionador	145
8.6.3.	Fusible	145
8.6.4.	Contactores y arrancadores	145
8.6.4.1.	Contacto mecánico	145
8.6.4.2.	Arrancador	146
8.6.5.	Interruptor diferencial	146
8.7.	Apararata II. Protección	147
8.7.1.	Sobrecargas	147
8.7.2.	Cortocircuitos	147
8.7.2.1.	Características de los dispositivos contra cortocircuitos	147
8.7.2.2.	Protección mediante interruptor automático.	148
8.7.2.3.	Protección mediante fusible	148
8.7.3.	Elección de un interruptor automático	148
8.7.4.	Selectividad	149
8.7.4.1.	Entre fusible e interruptor automático	149
8.7.4.2.	Entre interruptores automáticos	149
8.7.5.	Corrientes de defecto a tierra y de fuga	149
8.7.5.1.	Selectividad	149
8.7.5.2.	Pautas para su elección	149

Capítulo 1

COMPONENTES IDEALES EN TEORIA DE CIRCUITOS. LEYES DE KIRCHHOFF

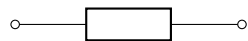
PARTE 1: GENERALIDADES

1.1. Definición de circuito

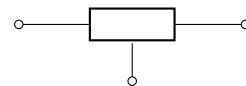
Es un conjunto de elementos (*componentes*) conectados con una estructura concreta (*topología*) de forma que el circuito o parte del mismo cumplan una determinada función.

Todo circuito consta de:

- Componentes: son elementos que forman el circuito.



Elemento biterminal



Elemento triterminal

- Esquema: forma de conectar los elementos eléctricos entre sí.
- Función: objetivo del circuito.

1.2. Diseño de un circuito

Es el proceso de generar circuitos y predecir cómo se cumplirán los objetivos de los mismos.

El objetivo del ingeniero o de la ingeniera que diseña circuitos es producir un circuito que satisfaga ampliamente un conjunto de requisitos para su buen funcionamiento.

El proceso de diseño tiene 3 fases:

- *Análisis*. Consiste en comprender el problema para lo que hay que seguir los siguientes pasos:
 - definir objetivos,
 - estudiar los límites, y
 - realizar el planteamiento del problema.
- *Síntesis*. Consiste en hallar soluciones aceptables.
- *Validación*. Consiste en comprobar la validez de la solución obtenida. Se debe comprobar que se cumplen los objetivos, en caso contrario, se vuelve a la segunda etapa (síntesis).

1.3. Métodos y técnicas de resolución de problemas

El método experimental es el más sencillo. Consiste en realizar el montaje del circuito en el laboratorio, realizar medidas e ir cambiando elementos o esquemas hasta cumplir los objetivos. Este método es caro y lento.

El método analítico consiste en escribir las ecuaciones que relacionan los elementos y las magnitudes. Para conseguirlo se debe conocer la Teoría de Circuitos. Al resolver el sistema de ecuaciones se obtiene la solución, la información analítica o numérica.

1.4. Carga eléctrica

La magnitud básica o fundamental de la electricidad es la carga eléctrica. Existen dos tipos de cargas: positivas y negativas.

El átomo está formado de electrones (que tienen carga negativa), protones (con carga positiva) y neutrones (sin carga). Para objetos no puntuales, la carga eléctrica es la suma de las cargas eléctricas de las partículas constituyentes y se dice que un objeto tiene carga positiva cuando el número de cargas positivas es superior al de negativas.

El símbolo que representa la carga es:

- Q , cuando la carga es constante;
- $q(t)$, cuando la carga es variable en el tiempo.

La unidad es el culombio, [C].

La carga de un electrón es $1,610^{-19}$ C, por lo tanto, 1 culombio equivale a la carga de $6,25 \cdot 10^{18}$ electrones.

Existen materiales en los cuales los electrones de la última capa de los átomos salen del átomo si se les excita, son *materiales conductores*.

Los circuitos eléctricos se basan en el movimiento de las cargas.

1.5. Corriente eléctrica

El movimiento de carga eléctrica a través de los materiales se denomina corriente eléctrica. Este movimiento permite la transferencia de energía entre los distintos elementos que componen el circuito eléctrico.

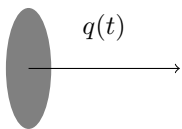
La intensidad de corriente eléctrica es la cantidad de carga transportada por unidad de tiempo. Su símbolo es:

- I , cuando la corriente es constante;
- $i(t)$, cuando la corriente es variable en el tiempo.

La unidad es el amperio, [A]. Análisis dimensional:

$$[A] = \frac{6,25 \cdot 10^{18} [C]}{[s]} = \frac{[C]}{[s]} \quad (1.1)$$

Un amperio es la intensidad de corriente que pasa por cuerpo cuando cada segundo lo atraviesa una carga de 1 culombio. Si $q(t)$ es la carga que atraviesa una sección, la intensidad de corriente eléctrica se define de la siguiente manera:



$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(t + \Delta t) - q(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q(t)}{\Delta t} = \frac{dq(t)}{dt} \quad (1.2)$$

La carga total transportada en la unidad de tiempo es:

$$\int_{q_0}^{q_1} dq = \int_{t_0}^t i(t) dt \quad (1.3)$$

$$\Delta q = q_1 - q_0 = \int_{t_0}^t i(t) dt \quad (1.4)$$

Si la corriente eléctrica es constante en el tiempo se denomina *corriente continua*.

La *corriente alterna* varía de forma sinusoidal en el tiempo.

Se ha comprobado que las cargas eléctricas afectan al entorno generando una fuerza. Al entorno afectado se le denomina campo; por lo tanto, alrededor de las cargas eléctricas existen siempre campos eléctricos. Si se introduce una carga en el campo creado por otra carga, se aprecia una fuerza.

1.5.1. Ley de Coulomb

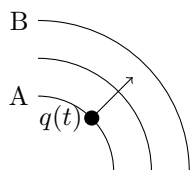
La fuerza entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ambas; de esta forma:

$$F = K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} \quad (1.5)$$

Por lo tanto, para mover una carga dentro de un campo eléctrico se debe realizar un trabajo.

1.6. Tensión

La tensión o diferencia de potencial es el trabajo que se debe realizar para mover la carga unidad dentro de un campo eléctrico.

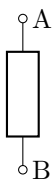


$$u(t) = \frac{dw(t)}{dq} \quad (1.6)$$

La unidad es el voltio, [V]. Análisis dimensional:

$$[V] = \frac{[J]}{[C]} = \frac{[W]}{[A]} \quad (1.7)$$

Un voltio es la diferencia de potencial eléctrico que existe entre dos puntos de un hilo conductor que transporta una corriente de intensidad constante de 1 amperio cuando la potencia disipada entre estos puntos es igual a 1 vatio.

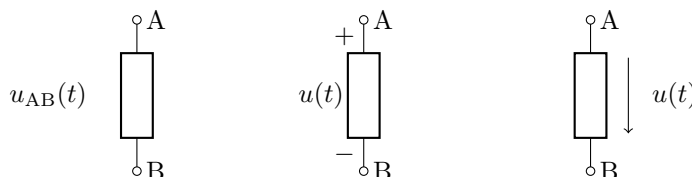


Si v_A es el potencial del punto A
y v_B es el potencial del punto B, entonces
la diferencia de potencial entre los dos puntos representa la tensión que existe entre los puntos
A y B es:

$$u_{AB}(t) = v_A(t) - v_B(t) = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{AB}}{\Delta q} = \frac{dw(t)}{dq} \quad (1.8)$$

La transferencia de energía ocurre por medio de la tensión, es decir, al pasar de A a B se pierde energía.

A la hora de analizar la tensión de un elemento se debe indicar el valor y la polaridad de la misma.



1.7. Potencia y energía

La potencia es el intercambio de energía que ocurre en la unidad de tiempo.

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} = \frac{dw(t)}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u(t) \cdot i(t) \quad (1.9)$$

La unidad de potencia en el Sistema Internacional de Unidades es el vatio, [W]. Análisis dimensional:

$$[W] = [A] \cdot [V] \quad (1.10)$$

Un vatio es la potencia absorbida por un elemento al que se le aplica una tensión eléctrica de 1 voltio y por el que circula una intensidad de corriente de 1 amperio.

A menudo, se utiliza como unidad de potencia en motores el caballo de vapor:

$$[CV] = 736[W] \quad (1.11)$$

El intercambio de energía equivale al trabajo realizado:

$$\Delta W = \int_{w_0}^{w_1} dw(t) = \int_{t_0}^{t_1} p(t)dt = \int_{t_0}^{t_1} u(t) \cdot i(t)dt \quad (1.12)$$

La unidad de energía es el julio, [J]. Análisis dimensional:

$$[J] = [N] \cdot [m] \quad (1.13)$$

Un julio es el trabajo producido por una fuerza de 1 newton, cuyo punto de aplicación se desplaza 1 metro en la dirección de la fuerza.

Por otra parte, la energía eléctrica a menudo se mide en kilovatios hora:

$$[kW] \cdot [h] = 1000[W] \cdot 3600[s] = 3,6 \cdot 10^6[J] \quad (1.14)$$

1.8. Principio de conservación de la energía

El valor de la energía en un sistema sobre el cual no interactúa ningún otro no varía con el tiempo.

La expresión popular del principio de conservación de la energía es: "la energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma". En los siguientes temas se analizará su aplicación a los circuitos eléctricos.

1.9. Magnitudes Fundamentales

Una magnitud es cualquier característica de los cuerpos capaz de ser medida.

A partir de la tabla 1 de la norma UNE-EN 60027-1 de 2.009, se ha elaborado la tabla de las principales magnitudes eléctricas que se muestra a continuación.

SÍMBOLO	MAGNITUD	UNIDAD	SIMBOLO
Q	Carga eléctrica	Culombio	C
I	Corriente eléctrica	Amperio	A
V	Potencial eléctrico	Voltio	V
E	Fuerza electromotriz	Voltio	V
f	Frecuencia	Herzio	Hz
F	Fuerza	Newton	N
E, W	Energía, trabajo	Julio	J
P	Potencia	Vatio	W
R	Resistencia eléctrica	Ohmio	Ω
G	Conductancia eléctrica	Siemens	S
L	Inductancia	Henrio	H
C	Capacidad eléctrica	Faradio	F
U	Diferencia de potencial, tensión	Voltio	V

Cuadro 1.1: Tabla de las principales magnitudes eléctricas

Los múltiplos y submúltiplos de la unidades deben utilizarse siempre que sea posible. Según la norma UNE-EN 60027-1 de 2.009, apartado 1.2.4., éstos son:

FACTOR	PREFIJO	SIMBOLO	FACTOR	PREFIJO	SIMBOLO
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10	deca	da	10^{-1}	deci	d

Cuadro 1.2: Tabla de múltiplos y submúltiplos

PARTE 2: COMPONENTES IDEALES EN TEORÍA DE CIRCUITOS

1.10. Componentes activos y pasivos

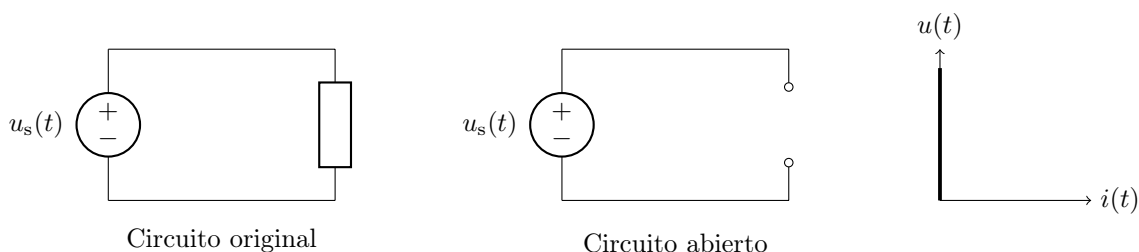
Los componentes de los circuitos pueden ser:

- Activos: suministran energía al circuito y se les conoce como fuentes o generadores
- Pasivos: absorben energía, se les conoce también como consumidores o cargas

En un circuito se transporta energía desde las fuentes a los consumidores a través de hilos conductores. Se supondrá que los hilos conductores son ideales y no consumen energía.

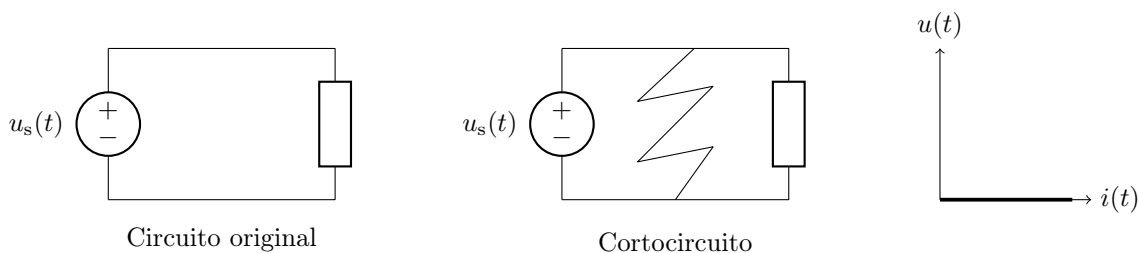
1.10.1. Circuito abierto

Cuando en un circuito existen dos terminales que soportan una tensión, pero entre esas dos terminales no circula ninguna corriente ($\forall u(t), i(t) = 0$), se dice que está en circuito abierto.



1.10.2. Cortocircuito

Cuando entre dos terminales del circuito circula una corriente, pero la tensión es nula ($\forall i(t), u(t) = 0$), se tiene un cortocircuito.



No confundir con un "cortacircuito".

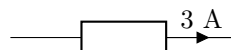
1.11. Convención de signos

La norma UNE 60375 es la que establece los convenios de signos relativos a los circuitos eléctricos y magnéticos.

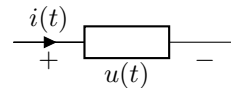
Para representar la tensión se deben indicar su valor y su polaridad.



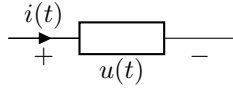
Para representar la corriente se deben indicar su valor y su sentido.



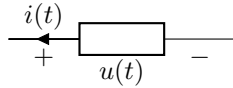
En un elemento pasivo:



En general, en cualquier elemento eléctrico:



Si una corriente positiva entra por el terminal + el componente absorbe potencia, $p(t) > 0$.



Si una corriente positiva sale por el terminal + el componente genera potencia, $p(t) < 0$.

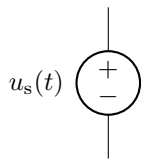
Basándose en el principio de la conservación de energía, presentado en el apartado 1.8., la potencia total de un circuito es cero. Es decir, la potencia total generada en un circuito es igual a la potencia total absorbida por los distintos elementos. Los elementos que generan potencia la transfieren al circuito donde el resto de los elementos la absorben.

$$\sum p_{\text{gen}}(t) - \sum p_{\text{abs}}(t) = 0 \quad (1.15)$$

1.12. Elementos activos

Suministran energía a los circuitos.

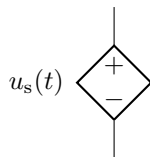
1.12.1. Fuente independiente de tensión



La tensión definida entre terminales de la fuente no depende de la corriente que la atraviesa. La corriente que la atraviesa puede tener cualquier valor que dependerá de los elementos del circuito.

$$u_s(t) \neq f(i_s(t)) \quad (1.16)$$

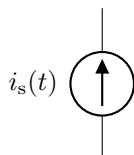
1.12.2. Fuente dependiente de tensión



La tensión definida entre terminales de la fuente no depende de la corriente que la atraviesa sino de otra magnitud del circuito que se llama *variable de control* y puede ser una corriente o una tensión.

$$u_s(t) = f(i_x(t)) \text{ o } u_s(t) = f(u_x(t)) \quad (1.17)$$

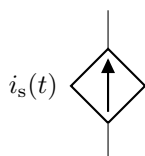
1.12.3. Fuente independiente de corriente



La corriente generada por la fuente es independiente de la tensión entre terminales. La tensión entre sus bornes depende de los elementos del circuito.

$$i_s(t) \neq f(u_s(t)) \quad (1.18)$$

1.12.4. Fuente dependiente de corriente



La corriente generada por la fuente no depende de su propia tensión sino de otra magnitud del circuito que se llama *variable de control* y puede ser una corriente o una tensión.

$$i_s(t) = f(i_x(t)) \text{ o } i_s(t) = f(u_x(t)) \quad (1.19)$$

1.13. Elementos pasivos

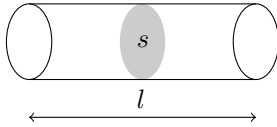
1.13.1. Resistencia

Este parámetro indica la oposición que ofrece un determinado cuerpo al paso de la corriente eléctrica. Al conducir la corriente eléctrica, la energía eléctrica se convierte en energía calorífica, o, dicho de otra forma, el elemento disipa la energía eléctrica suministrada en forma de calor.

Dependiendo del valor de la resistividad del material se tienen elementos *conductores* (materiales que presentan poca oposición a la conducción de corriente eléctrica) o *aislantes* (materiales que presentan mucha oposición a la conducción de corriente eléctrica).

La resistencia de un cuerpo se define como:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (1.20)$$



donde,

ρ es la resistividad del material ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ o $\Omega \cdot \text{m}$),

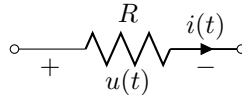
l es la longitud del cuerpo,

S es la sección transversal del cuerpo.

El valor de la resistividad de un material varía con la temperatura, pero en este texto se supondrá que es constante.

El elemento pasivo que define un cuerpo resistivo al paso de la corriente se denomina, también, *resistencia*.

El símbolo del elemento es:



La unidad es el ohmio, $[\Omega]$.

1.13.1.1. Ley de Ohm

Entre la corriente que circula por una resistencia y la diferencia de potencial que aparece entre sus extremos se verifica que:

$$u(t) = R \cdot i(t) \quad (1.21)$$

Esta relación se denomina *ley de Ohm* en honor a *George Simon Ohm* (1787-1854). Se observa que existe una relación lineal entre $u(t)$ e $i(t)$.

Análisis dimensional: un ohmio es la resistencia eléctrica que existe entre dos puntos de un conductor cuando una diferencia de potencial constante de 1 voltio aplicada entre estos dos puntos produce, en dicho conductor, una corriente de intensidad 1 amperio, cuando no hay fuerza electromotriz en el conductor.

$$[\Omega] = \frac{[\text{V}]}{[\text{A}]} \quad (1.22)$$

1.13.1.2. Potencia

De la definición de potencia de la ecuación (1.9) la potencia disipada por la resistencia es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = Ri(t) \cdot i(t) = [i(t)]^2 \cdot R = u(t) \cdot \frac{u(t)}{R} = \frac{[u(t)]^2}{R} \quad (1.23)$$

Las ecuaciones dadas por $p(t) = [i(t)]^2 \cdot R = \frac{[u(t)]^2}{R}$ se denominan *Ley de Joule*.

Como $R > 0$, este elemento pasivo siempre absorbe energía del circuito.

1.13.1.3. Energía

La energía absorbida por una resistencia en un intervalo de tiempo dado por $[t_0, t_1]$ es:

$$\Delta w = \int_{t_0}^{t_1} p(t)dt = \int_{t_0}^{t_1} u(t) \cdot i(t)dt = \int_{t_0}^{t_1} R \cdot [i(t)]^2 dt = \int_{t_0}^{t_1} \frac{[u(t)]^2}{R} dt \quad (1.24)$$

1.13.1.4. Conductancia

Es la inversa de la resistencia:

$$G = \frac{1}{R} \quad (1.25)$$

La unidad es el *siemens*:

$$[S] = \frac{1}{[\Omega]} = [\Omega]^{-1}$$

1.13.2. Bobina

Según la *ley de Ampère* la corriente eléctrica genera un campo magnético en su entorno. La *inductancia* es la propiedad de un circuito que establece la cantidad de flujo magnético que lo atraviesa, en función de la corriente que circula por él. El coeficiente de autoinducción, L , es la medida de esta propiedad y se define:

$$\Phi = L \cdot I \quad (1.26)$$

donde Φ es el flujo magnético e I es la corriente.

El valor de este coeficiente viene determinado exclusivamente por la geometría del circuito y por la permeabilidad magnética del espacio donde éste se expresa.

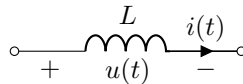
La inductancia de una bobina viene determinada por:

$$L = \mu \frac{N^2 S}{l} \quad (1.27)$$

donde μ es la permeabilidad magnética del núcleo, N es el número de espiras, S es el área de la sección transversal del bobinado y l es su longitud.

La unidad del Sistema Internacional de Unidades de la inductancia es el Henrio [H] en honor al físico Joseph Henry (1798-1878).

El símbolo del elemento es:



Un cambio en la intensidad de la corriente ($di(t)/dt$) resultará en un cambio en el campo magnético y, por lo mismo, un cambio en el flujo que está atravesando el circuito, lo que dará lugar a la generación de una fuerza electromotriz autoinducida en él, debido a la Ley de Faraday, y por tanto a la circulación de una corriente que se opone a su propio cambio de flujo (véase la Ley de Lenz).

El valor de la fuerza electromotriz autoinducida (o fuerza contraelectromotriz) viene dado por:

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (1.28)$$

La tensión es proporcional a la variación de corriente respecto del tiempo.

Al aplicar una tensión a la bobina, la corriente que circula a través de ella, a partir de la ecuación (1.28) es:

$$di(t) = \frac{u(t)}{L} dt \rightarrow \int_{t_0}^t di(t) = \int_{t_0}^t \frac{1}{L} u(t) dt \rightarrow i(t) - i(t_0) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt \quad (1.29)$$

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt \quad (1.30)$$

donde $i(t_0)$ es el valor inicial de la corriente.

1.13.2.1. Potencia y energía

La bobina recibe una energía del circuito y la almacena en forma de energía magnética. La potencia representa la velocidad de almacenaje del campo magnético o de la energía.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = L \frac{di(t)}{dt} \cdot i(t) \quad (1.31)$$

La cantidad de energía que hay en un instante t_1 en julios es:

$$\Delta W = \int_{t_0}^{t_1} dw(t) \quad (1.32)$$

Como se cumple que:

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad (1.33)$$

la energía acumulada por una bobina puede calcularse como:

$$\Delta W = \int_{t_0}^{t_1} dw(t) = \int_{t_0}^{t_1} p(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} L \frac{di(t)}{dt} \cdot i(t) dt = L \cdot \int_{t_0}^{t_1} i(t) di(t) \quad (1.34)$$

$$w(t_1) - w(t_0) = L \frac{i(t_1)^2 - i(t_0)^2}{2} \rightarrow w(t_1) = w(t_0) + L \frac{i(t_1)^2 - i(t_0)^2}{2} \quad (1.35)$$

donde $w(t_0)$ es el valor inicial de la cantidad de energía o trabajo.

Si se considera que las condiciones iniciales (instante $t_0 = 0$) son nulas:

$$i(t_0) = i(0) = 0 \rightarrow w(t_0) = w(0) = 0 \quad (1.36)$$

la energía instantánea del bobinado es:

$$w(t_1) = w(t) = \frac{1}{2} Li(t)^2 \quad (1.37)$$

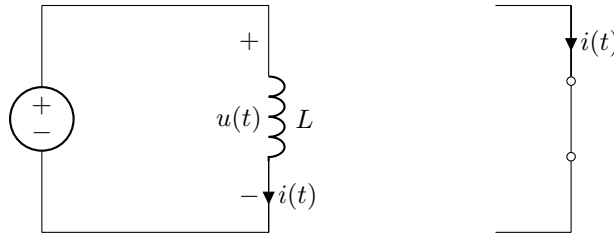
Por lo tanto, la energía almacenada por la bobina es siempre positiva (o nula).

1.13.2.2. Características de la bobina

- Si la corriente que atraviesa la bobina es corriente continua:

$$i(t) = I \Rightarrow u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

En corriente continua la diferencia de potencial entre sus extremos es nula. El elemento se comporta como un cortocircuito.



- La corriente de una bobina no puede variar de forma instantánea.

El valor de la intensidad de corriente eléctrica a través de una bobina debe ser una función continua en el tiempo, sin discontinuidades, puesto que un cambio brusco en el valor de la intensidad requeriría una tensión infinita sobre la bobina.

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = u(t_0) = \infty \quad (1.38)$$

- La bobina almacena energía magnética durante un intervalo de tiempo, con lo cual la energía irá aumentando. Esta situación supone que está recibiendo energía, actuando como consumidor:

$$i_L(t) \uparrow \Rightarrow u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{dw(t)}{dt} > 0 \Rightarrow p(t) > 0 \quad (1.39)$$

- La bobina devuelve la energía magnética almacenada durante un intervalo de tiempo, con lo cual la energía irá disminuyendo. Esta situación supone que está actuando como fuente:

$$i_L(t) \downarrow \Rightarrow u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} < 0 \Rightarrow \frac{dw(t)}{dt} < 0 \Rightarrow p(t) < 0 \quad (1.40)$$

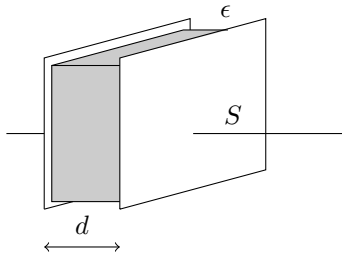
- La bobina no puede suministrar nunca más energía que la acumulada, por eso se considera un elemento pasivo.

1.13.3. Condensador

Toda carga eléctrica genera un campo eléctrico en su entorno.

El condensador es un dispositivo formado por dos conductores o armaduras, generalmente en forma de placas o láminas, separados por un material dieléctrico, que sometidos a una diferencia de potencial adquieren una determinada carga eléctrica. Al conectar una de las placas a un generador, ésta se carga e induce una carga de signo opuesto en la otra placa. Como una de las placas está cargada negativamente (Q^-) y la otra positivamente (Q^+) y sus cargas son iguales, la carga neta del sistema es 0; sin embargo, se dice que el condensador se encuentra cargado con una carga Q .

La *capacidad* es la aptitud de un condensador de conservar una carga, determinada por el tamaño de sus armaduras, y por el espesor y permitividad del dieléctrico que las separa.



$$C = \epsilon \frac{S}{d} \quad (1.41)$$

donde,

ϵ es la permitividad del aislante o dieléctrico (F/m),

S es la superficie de las placas y

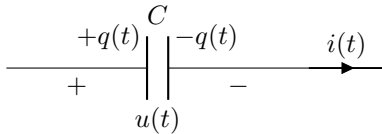
d es la distancia entre placas.

La permitividad del aislante se suele expresar con respecto de la permitividad del aire ϵ_0 :

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (1.42)$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi 910^9} \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad (1.43)$$

La capacidad de un condensador se obtiene de dividir la carga $+q(t)$ almacenada por la diferencia de potencial entre las armaduras. La unidad de medida es el Faradio (F) en honor a Michael Faraday (1791-1867).



$$q(t) = C u(t) \quad (1.44)$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt} \quad (1.45)$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \quad (1.46)$$

La intensidad que atraviesa el elemento es proporcional a la variación de la tensión.

Análisis dimensional:

$$[\text{A}] = [\text{F}] \frac{[\text{V}]}{[\text{s}]} \quad (1.47)$$

Conocida la intensidad que atraviesa al condensador la tensión entre extremos se calcula como:

$$du(t) = \frac{i(t)}{C} dt \rightarrow \int_{t_0}^{t_1} du(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt \rightarrow u(t_0) - u(t_1) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt$$

$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt \quad (1.48)$$

siendo $u(t_0)$ la tensión inicial.

1.13.3.1. Potencia y energía

El condensador almacena energía en forma de energía eléctrica. La potencia indica cómo varía dicha energía:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \cdot u(t) \quad (1.49)$$

La cantidad de energía que hay en un instante t_1 en julios es:

$$\Delta W = \int_{t_0}^{t_1} dw(t) \quad (1.50)$$

Como se cumple que:

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad (1.51)$$

la energía acumulada por el condensador puede calcularse como:

$$\Delta W = \int_{t_0}^{t_1} dw(t) = \int_{t_0}^{t_1} p(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} C \frac{du(t)}{dt} \cdot u(t) dt = C \cdot \int_{t_0}^{t_1} u(t) du(t) \quad (1.52)$$

$$w(t_1) - w(t_0) = C \frac{u(t_1)^2 - u(t_0)^2}{2} \rightarrow w(t_1) = w(t_0) + C \frac{u(t_1)^2 - u(t_0)^2}{2} \quad (1.53)$$

donde $w(t_0)$ es el valor inicial de la cantidad de energía o trabajo.

Si se considera que las condiciones iniciales (instante $t_0 = 0$) son nulas:

$$u(t_0) = u(0) = 0 \rightarrow w(t_0) = w(0) = 0 \quad (1.54)$$

la energía instantánea del condensador es:

$$w(t_1) = w(t) = \frac{1}{2} C u(t)^2 = \frac{1}{2} \frac{q(t)^2}{C} \quad (1.55)$$

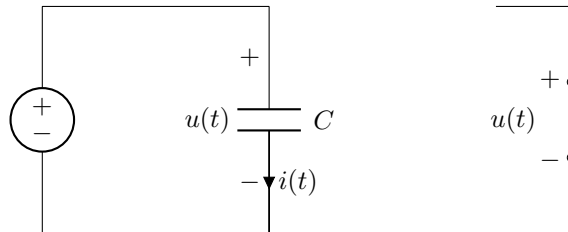
Por lo tanto, la energía almacenada por el condensador es siempre positiva (o nula).

1.13.3.2. Características del condensador

- Si la tensión que se aplica al condensador es continua:

$$u(t) = U \Rightarrow i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = 0$$

Si la diferencia de potencial aplicada entre sus extremos es constante, no existe corriente que atraviese al condensador, pero está cargado, tiene campo eléctrico en el interior y por lo tanto, también energía eléctrica almacenada. El elemento se comporta como un circuito abierto:



- La tensión de un condensador no puede variar de forma instantánea.

El valor de la tensión entre extremos de un condensador debe ser una función continua en el tiempo, sin discontinuidades, puesto que un cambio brusco en el valor de la tensión requeriría que pasara una cantidad infinita de carga.

$$\left. \frac{du(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = i(t_0) = \infty \quad (1.56)$$

- El condensador almacena energía eléctrica durante un intervalo de tiempo, con lo cual la energía irá aumentando. Esta situación supone que está recibiendo energía, actuando como consumidor:

$$u(t) \uparrow \Rightarrow i(t) = C \frac{du(t)}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{dw(t)}{dt} > 0 \Rightarrow p(t) > 0 \quad (1.57)$$

- El condensador devuelve la energía eléctrica almacenada durante un intervalo de tiempo, con lo cual la energía irá disminuyendo. Esta situación supone que está actuando como fuente:

$$u(t) \downarrow \Rightarrow i(t) = C \frac{du(t)}{dt} < 0 \Rightarrow \frac{dw(t)}{dt} < 0 \Rightarrow p(t) < 0 \quad (1.58)$$

- El condensador no puede suministrar nunca más energía que la acumulada, por eso se considera un elemento pasivo.

1.14. Componentes no ideales

Los componentes no ideales de los circuitos, se estudiarán más adelante.

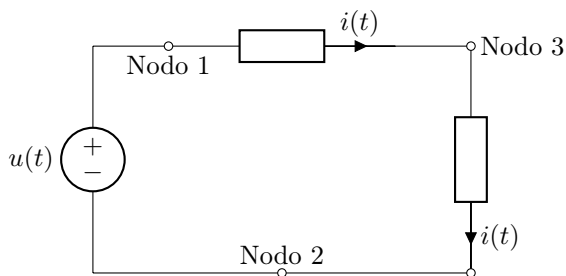
PARTE 3: OBTENCIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DE UN CIRCUITO

1.15. Análisis de circuitos

El objetivo del análisis de circuitos es obtener las magnitudes de un elemento a partir del esquema eléctrico y los datos de los parámetros. Para ello se planteará un sistema de ecuaciones.

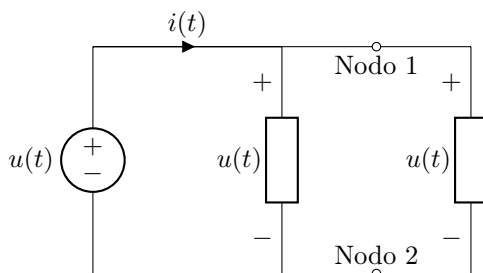
1.15.1. Definiciones

- *Nodo*: es el punto de conexión donde se unen dos o más elementos.
- *Trayectoria*: conjunto de elementos que pueden ser atravesados en orden sin pasar dos veces por el mismo nodo.
- *Rama*: trayectoria que conecta dos nodos.
- *Lazo*: trayectoria cerrada.
- *Malla*: lazo que no contiene ningún lazo en su interior.
- *Asociación en serie*: se llama asociación serie a la conexión de elementos formando un lazo.



La corriente que atraviesa los elementos es la misma.

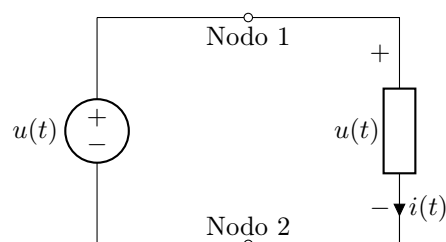
- *Asociación en paralelo*: se llama asociación paralelo a la conexión de elementos entre dos nodos iguales.



Los elementos tienen la misma diferencia de potencial.

- *Circuito equivalente*:

Se dice que dos circuitos son equivalentes, cuando tienen las mismas propiedades entre dos nodos iguales. El circuito equivalente de los dos circuitos anteriores es:



Para calcular la resistencia, la inductancia y la capacidad equivalentes, se analizarán las conexiones en serie y en paralelo de los elementos pasivos correspondientes.

1.16. Leyes de Kirchhoff

Enunciadas por el físico alemán Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887).

1.16.1. Ley de Kirchhoff de corrientes

Se basa en el *principio de conservación de la carga*: la carga no se puede almacenar en un punto, por lo tanto, la cantidad de carga que llega a un nodo es la misma que sale de él.

La suma algebraica de las corrientes de un nodo es nula.

$$\sum_{i=1}^N i_i(t) = 0 \Rightarrow \sum i_{\text{entran}}(t) - \sum i_{\text{salen}}(t) = 0 \quad (1.59)$$

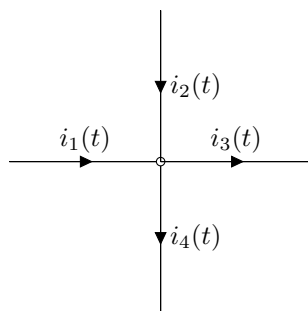
$$\sum i_{\text{entran}}(t) = \sum i_{\text{salen}}(t) \quad (1.60)$$

NOTA:

Esta ley se aplica a toda superficie cerrada que se pueda plantear en un circuito y se puede generalizar que:

La suma algebraica de las corrientes que atraviesan una superficie es nula.

Ejemplo 1



$$i_1(t) + i_2(t) = i_3(t) + i_4(t)$$

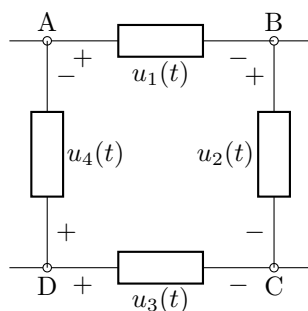
1.16.2. Ley de Kirchhoff de tensiones

Se basa en el *principio de conservación de la energía* (1.8).

La suma algebraica de las tensiones en cualquier trayectoria cerrada es nula.

$$\sum_{i=1}^N u_i(t) = 0 \quad (1.61)$$

Ejemplo 2

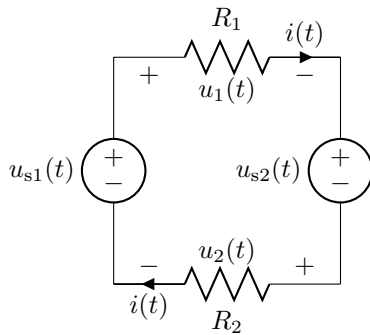


Si se recorre la malla en sentido horario, teniendo en cuenta la polaridad de cada componente:

$$u_{AB}(t) + u_{BC}(t) + u_{CD}(t) + u_{DA}(t) = 0$$

$$u_1(t) + u_2(t) - u_3(t) + u_4(t) = 0$$

Ejemplo 3. Circuito de un solo lazo.



Los elementos están en serie porque los recorre la misma corriente.

Objetivo: determinar esa corriente

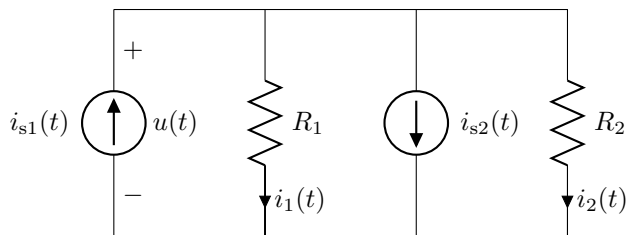
Pasos a seguir:

1. Definir el sentido de la corriente.
2. Definir las tensiones según esa corriente.
3. Aplicar la ley de Kirchhoff de tensiones.
4. Aplicar la ecuación de cada componente según las ecuaciones 1.21 o 1.28 o 1.46.
5. Resolver y calcular la corriente: valor y sentido.
6. Se pueden calcular todas las magnitudes eléctricas del circuito.

Resolución del circuito propuesto:

- Ley de Kirchhoff de tensiones: $u_1(t) + u_{s2}(t) + u_2(t) - u_{s1}(t) = 0$
- La ley de Ohm para cada resistencia es: $u_1(t) = R_1 \cdot i(t)$; $u_2(t) = R_2 \cdot i(t)$
- La ecuación de la malla queda: $R_1 \cdot i(t) + u_{s2}(t) + R_2 \cdot i(t) - u_{s1}(t) = 0$
- Resolver la corriente: $i(t) = (u_{s1}(t) - u_{s2}(t)) / (R_1 + R_2)$

Ejemplo 4. Circuito de un par de nodos.



Todos los elementos están en paralelo y tienen la misma tensión.

Objetivo: determinar esa tensión.

Pasos a seguir:

1. Definir la tensión de cada elemento.
2. Definir las corrientes según esa tensión.
3. Aplicar la ley de Kirchhoff de corrientes.
4. Aplicar la ecuación de cada componente según las ecuaciones 1.21 o 1.28 o 1.46.
5. Resolver y calcular la tensión: valor y polaridad.
6. Se pueden calcular todas las magnitudes eléctricas del circuito.

Resolución del circuito propuesto:

- Ley de Kirchhoff de corrientes: $i_{s1}(t) = i_1(t) + i_{s2}(t) + i_2(t)$
- La ley de Ohm para cada resistencia es: $i_1(t) = u(t)/R_1$, $i_2(t) = u(t)/R_2$
- La ecuación de la malla queda: $i_{s1}(t) = u(t)/R_1 + i_{s2}(t) + u(t)/R_2$
- Resolver la tensión: $u(t) = (i_{s1}(t) - i_{s2}(t))/(1/R_1 + 1/R_2)$

1.17. Modelo matemático de un circuito

Para realizar el análisis de un circuito, es decir, para resolver una magnitud desconocida del mismo, se debe plantear un sistema de ecuaciones.

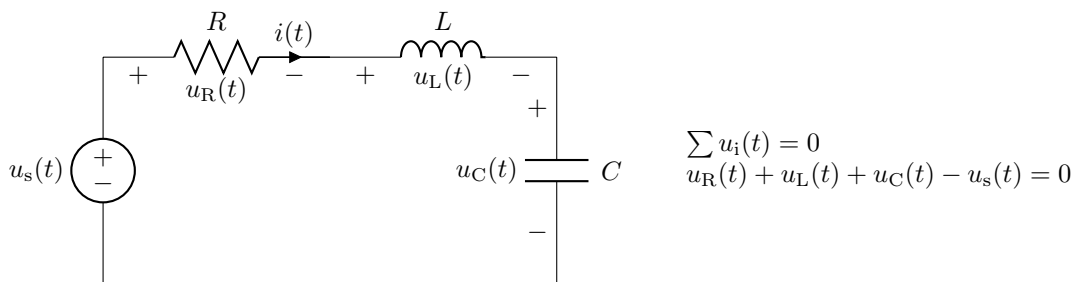
Cuando se tienen las ecuaciones del circuito (se desarrollará la metodología adecuada en capítulos posteriores) se obtiene el *modelo matemático* que describe su funcionamiento por medio de ecuaciones.

Para escribir el sistema de ecuaciones se necesitan:

- Las ecuaciones de cada componente según las ecuaciones 1.21 o 1.28 o 1.46.
- Las leyes de Kirchhoff.

Ejemplo 5. Circuito de un solo lazo.

Obtégase el modelo matemático del circuito de la figura:



Como están en serie, $i_R(t) = i_L(t) = i_C(t) = i(t)$

Las ecuaciones de los elementos pasivos:

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \rightarrow u_C(t) = u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

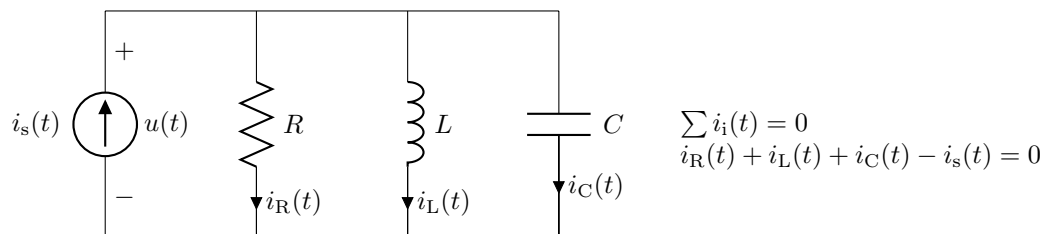
El modelo matemático del circuito es:

$$R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + u_C(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt = u_s(t)$$

Se tiene una ecuación y una incógnita, por lo que se puede calcular $i(t)$.

Ejemplo 6. Circuito de un par de nodos.

Obtégase el modelo matemático del circuito de la figura:



Como están en paralelo, $u_R(t) = u_L(t) = u_C(t) = u(t)$

Las ecuaciones de los elementos pasivos son:

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \rightarrow i(t) = \frac{u(t)}{R}$$

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \rightarrow i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

El modelo matemático del circuito es:

$$\frac{u(t)}{R} + i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt + C \frac{du(t)}{dt} = i_s(t)$$

Se tiene una ecuación y una incógnita, con lo que se puede calcular $u(t)$.

1.17.1. Caso general

En general, se tendrán circuitos más complicados (con más componentes, más nodos y mallas) que darán lugar a más ecuaciones y más incógnitas.

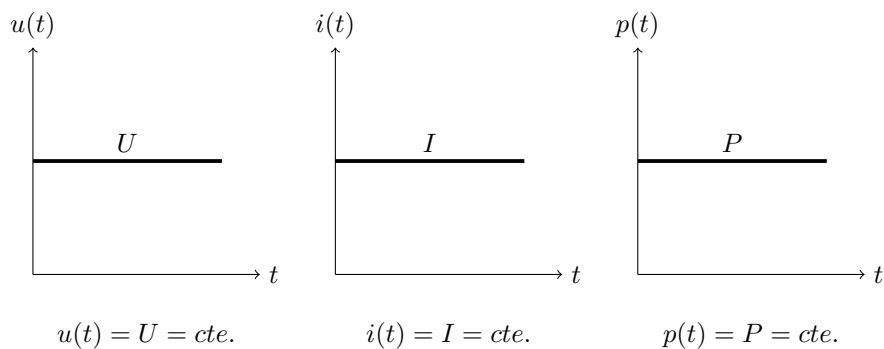
Serán ecuaciones *integro-diferenciales*, que tienen mayor complejidad matemática. Por ello, se partirá de circuitos más sencillos.

Capítulo 2

CORRIENTE CONTINUA EN ESTADO ESTACIONARIO

2.1. Magnitudes eléctricas en corriente continua

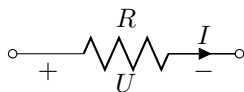
Las magnitudes eléctricas en corriente continua tienen la siguiente forma:



Las magnitudes son constantes y no varían con el tiempo. Se suelen escribir en letras mayúsculas y no se suele representar la variable t .

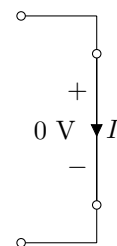
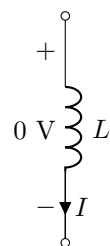
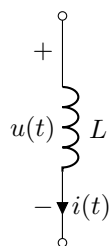
2.2. Respuesta de los elementos ideales en corriente continua

2.2.1. Resistencia



$$\begin{aligned}u(t) &= R \cdot i(t) \\U &= R \cdot I \Rightarrow I = \frac{U}{R} \\P &= UI = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}\end{aligned}$$

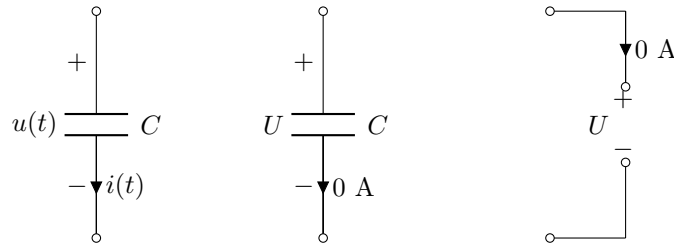
2.2.2. Bobina



$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = I = cte. \Rightarrow U = L \cdot 0 = 0: \text{ cortocircuito.}$$

2.2.3. Condensador



$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

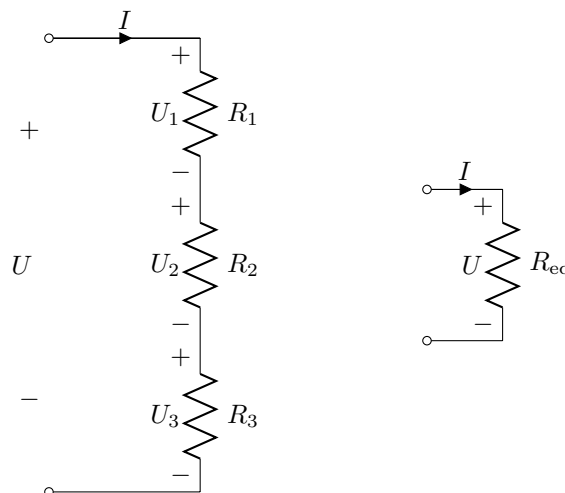
$$u(t) = U = cte. \Rightarrow I = C \cdot 0 = 0: \text{ circuito abierto.}$$

El circuito de corriente continua sólo tiene resistencias

2.3. Asociación en serie de resistencias

Para calcular la resistencia equivalente de varias resistencias conectadas en serie se aplicará el concepto de circuito equivalente. Los dos circuitos mostrados en la figura serán equivalentes si la tensión U entre bornes del circuito y la corriente I que atraviesa los elementos son iguales.

- En el circuito de la izquierda la corriente que atraviesa las tres resistencias es igual porque están conectadas en serie.
- La caída de tensión en cada resistencia del circuito de la izquierda se expresa por la ley de Ohm, $U_k = R_k \cdot I$, y en el circuito de la derecha por $U = R_{eq} \cdot I$



Según la Ley de Kirchhoff de tensiones:

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$$

$$U = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I$$

$$U = R_{eq} \cdot I$$

Por lo tanto, $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$

En general, la asociación en serie de N resistencias se calcula:

$$R_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^N R_i \quad (2.1)$$

Si se conoce el valor de las conductancias, la asociación en serie se calcula:

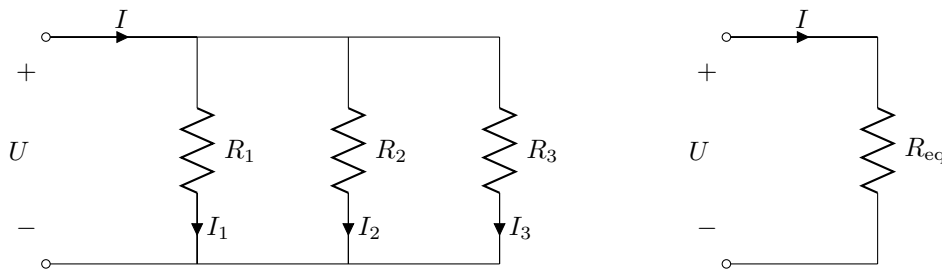
$$\frac{1}{G_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{G_i} \quad (2.2)$$

2.4. Asociación en paralelo de resistencias

Para calcular la resistencia equivalente de varias resistencias conectadas en paralelo se aplicará el concepto de circuito equivalente. Según dicho concepto, los dos circuitos mostrados en la figura serán equivalentes si la tensión U entre bornes del circuito y la corriente I que atraviesa los elementos son iguales.

En el circuito de la izquierda:

- La diferencia de tensión de las tres resistencias es igual porque están conectadas en paralelo.
- La caída de tensión en cada resistencia se expresa por la ley de Ohm: $U_k = R_k \cdot I_k \Rightarrow I_k = \frac{U_k}{R}$



Según la Ley de Kirchhoff de corrientes:

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

$$I = \frac{U}{R_{\text{eq}}}$$

Por lo tanto,

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

En general, la asociación en serie de N resistencias se calcula:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad (2.3)$$

Y si se conoce el valor de las conductancias:

$$G_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^N G_i \quad (2.4)$$

2.4.1. Caso particular de dos resistencias

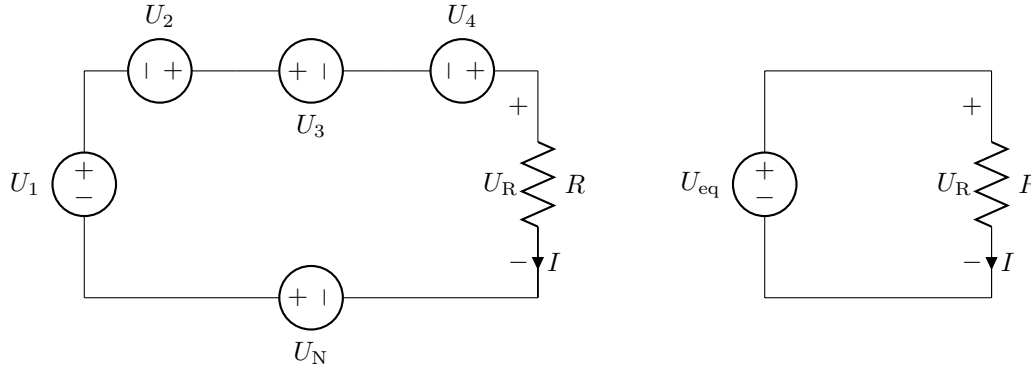
$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{1}{R_i} \right) = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{(R_1 \cdot R_2)}$$

de donde:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.5)$$

2.5. Asociación en serie de fuentes de tensión

La asociación en serie de N fuentes de tensión es otra fuente de tensión cuyo valor es igual a la suma de las N fuentes de tensión, teniendo en cuenta las polaridades.



Según la Ley de Kirchhoff de tensiones:

$$-U_1 - U_2 + U_3 - U_4 - U_N + U_R = 0$$

$$U_R = U_1 + U_2 - U_3 + U_4 + U_N$$

$$I \cdot R = U_1 + U_2 - U_3 + U_4 + U_N$$

$$I = \frac{U_1 + U_2 - U_3 + U_4 + U_N}{R}$$

$$U_{eq} = U_R$$

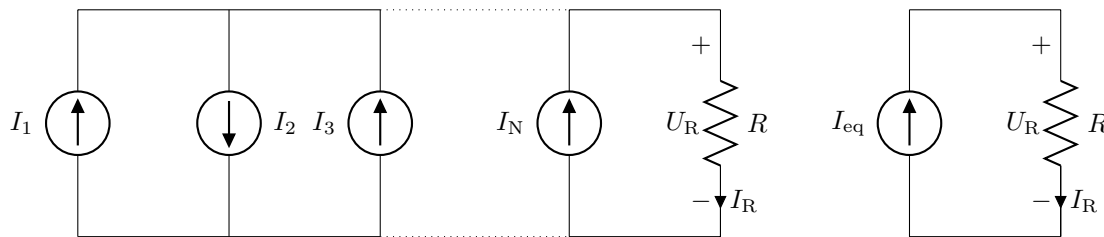
$$U_{eq} = I \cdot R$$

$$I = \frac{U_{eq}}{R}$$

$$U_{eq} = U_1 + U_2 - U_3 + U_4 + U_N = \sum_{i=1}^N U_i \quad (2.6)$$

2.6. Asociación en paralelo de fuentes de corriente

La asociación en paralelo de N fuentes de corriente es otra fuente de corriente cuyo valor es igual a la suma de las N fuentes de corriente, teniendo en cuenta los sentidos.



Según la Ley de Kirchhoff de corrientes:

$$I_1 - I_2 + I_3 \cdots + I_N - I_R = 0$$

$$I_R = I_1 - I_2 + I_3 \cdots + I_N$$

$$\frac{U_R}{R} = I_1 - I_2 + I_3 \cdots + I_N$$

$$U_R = R \cdot (I_1 - I_2 + I_3 \cdots + I_N)$$

$$I_{eq} = I_R$$

$$I_{eq} = \frac{U_R}{R}$$

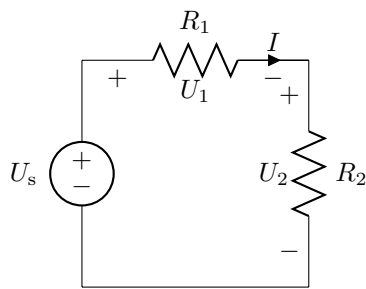
$$U_R = R \cdot I_{eq}$$

$$I_{eq} = (I_1 - I_2 + I_3 \cdots + I_N) = \sum_{i=1}^N I_i \quad (2.7)$$

2.7. Divisor de tensión

2.7.1. Caso de dos resistencias

Sea el circuito de una malla dado en la figura:



Según la ley de Kirchhoff de tensiones:

$$\begin{aligned}\sum U_i &= 0 \\ -U_s + U_1 + U_2 &= 0 \\ U_s &= R_1 \cdot I + R_2 \cdot I\end{aligned}$$

$$I = \frac{U_s}{(R_1 + R_2)} \quad (2.8)$$

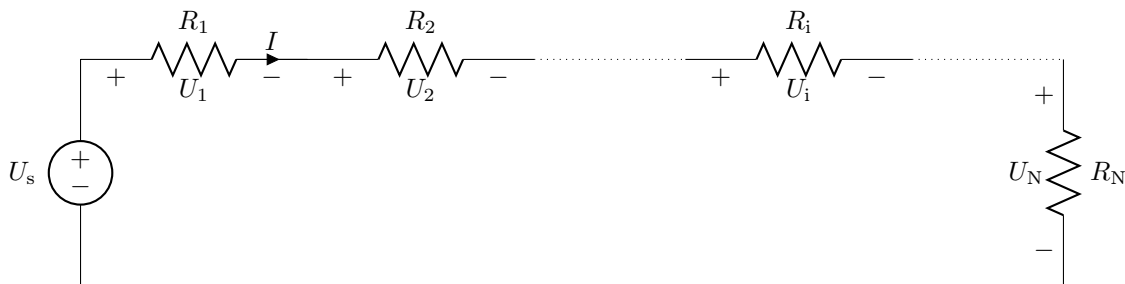
La tensión en cada resistencia del circuito es:

$$U_1 = R_1 \cdot I = U_s \cdot \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} \quad (2.9)$$

$$U_2 = R_2 \cdot I = U_s \cdot \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \quad (2.10)$$

2.7.2. Caso de N resistencias

Para el caso general de N resistencias conectadas en serie, el divisor de tensión permite calcular la tensión de cada una de ellas, U_i .



$$I = \frac{U_s}{\sum R_j}$$

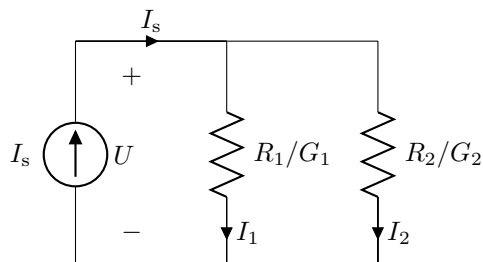
$$U_i = R_i \cdot I = U_s \cdot \frac{R_i}{\sum R_j} \quad (2.11)$$

La tensión de cada elemento es una fracción de la tensión total proporcional a su propia resistencia e inversamente proporcional a la suma de todas las resistencias del circuito.

2.8. Divisor de corriente

2.8.1. Caso de dos resistencias

Sea el circuito de dos nodos dado en la figura:



Según la ley de Kirchhoff de corrientes:

$$\begin{aligned}\sum I_i &= 0 \\ I_s &= I_1 + I_2 \\ I_s &= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = (G_1 + G_2)U\end{aligned}$$

$$U = I_s \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} = \frac{I_s}{(G_1 + G_2)} \quad (2.12)$$

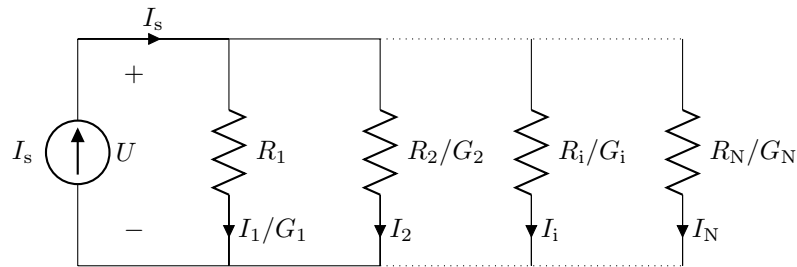
La corriente en cada resistencia del circuito es:

$$I_1 = I_s \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} \frac{1}{R_1} = I_s \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} = I_s \frac{G_1}{(G_1 + G_2)} \quad (2.13)$$

$$I_2 = I_s \frac{R_1 \cdot R_2}{(R_1 + R_2)} \frac{1}{R_2} = I_s \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} = I_s \frac{G_2}{(G_1 + G_2)} \quad (2.14)$$

2.8.2. Caso de N resistencias

Para el caso general de N resistencias conectadas en paralelo, el divisor de corriente permite calcular la corriente de cada una de ellas, I_i .



$$I_i = I_s \frac{\frac{1}{R_i}}{\sum(\frac{1}{R_j})} = I_s \frac{G_i}{\sum(G_j)} \quad (2.15)$$

La corriente de cada resistencia es una fracción de la corriente total proporcional a la inversa de su propia resistencia e inversamente proporcional a la suma de las inversas de todas las resistencias del circuito. Utilizando conductancias, la corriente de cada conductancia es una fracción de la corriente total proporcional a su propia conductancia e inversamente proporcional a la suma de todas las conductancias del circuito.

Capítulo 3

TEOREMAS DE REDES Y ALGUNAS TÉCNICAS ÚTILES PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS

3.1. Análisis de circuitos

En general, los problemas de circuitos se resuelven aplicando adecuadamente las leyes desarrolladas en temas anteriores. Sin embargo, existen dos métodos más sistemáticos para resolver los circuitos con el mínimo de ecuaciones:

- el método de mallas, y
- el método de nodos.

3.2. Método de mallas

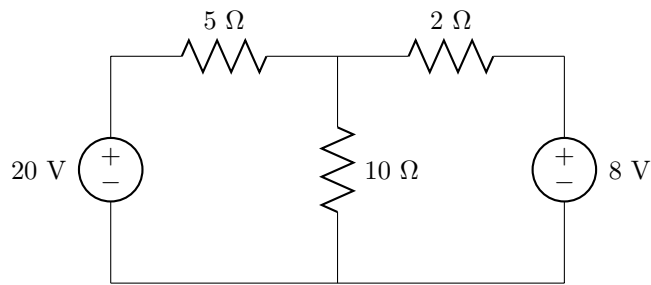
Este método se basa en las *mallas* para plantear el mínimo de ecuaciones necesarias para resolver el circuito. La malla es un lazo que no contiene ningún lazo interno.

Pasos a seguir:

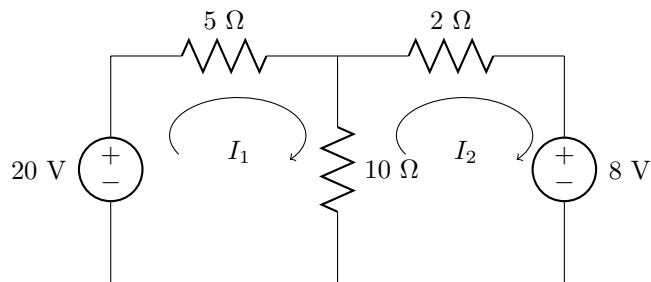
1. Asignar una corriente a cada malla.
2. Aplicar la ley de Kirchhoff de tensiones a cada malla.
Las corrientes de rama no siempre coinciden con las corrientes de malla.
3. En las ecuaciones obtenidas las únicas incógnitas deben ser las corrientes.
Habrá tantas ecuaciones como incógnitas.
4. Resolver el sistema de ecuaciones para calcular las corrientes de malla.
5. Resolver el resto de las magnitudes.

Ejemplo 1. Sólo fuentes de tensión independientes.

Calcular las potencias de las fuentes del circuito de la figura.

*Resolución*

1. Asignar una corriente a cada malla, I_1 e I_2 . El sentido de las corrientes es arbitrario pero se suele tomar el sentido horario.



2. Aplicar la ley de Kirchhoff de tensiones a cada malla, $\sum U_i = 0$.

Las corrientes de rama no siempre coinciden con las corrientes de malla.

La corriente en la rama central es $(I_1 - I_2)$.

$$\text{MALLA 1: } 5I_1 + 10(I_1 - I_2) - 20 = 0$$

$$\text{MALLA 2: } 2I_2 + 8 + 10(I_2 - I_1) = 0$$

3. Se tienen dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$15I_1 - 10I_2 = 20$$

$$-10I_1 + 12I_2 = -8$$

4. Si se aplica el método de Cramer

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & -10 \\ -8 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 12 \end{vmatrix}} = 2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 15 & 20 \\ -10 & -8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 15 & -10 \\ -10 & 12 \end{vmatrix}} = 1 \text{ A}$$

Por simple inspección del circuito, si se tiene en cuenta que $[U] = [R] \cdot [I]$, se observa que:

- R_{ii} , es decir, la diagonal principal, corresponde a la suma de las resistencias atravesadas por la corriente I_i .
- R_{ij} corresponde a la suma algebraica de las resistencias atravesadas por las corrientes I_i e I_j , tomándolas como positivas si I_j las atraviesa en el mismo sentido que I_i , y como negativas en el caso contrario.

- U_i es la suma algebraica de las tensiones generadas por las fuentes de tensión que son atravesadas por la corriente I_i , tomándolas como positivas si I_i sale del borne positivo, y como negativas en el caso contrario.
5. Una vez que se tienen las corrientes se calculan el resto de las magnitudes del circuito.
- La fuente de 20 V *genera* potencia porque la corriente I_1 sale por el borne positivo de la fuente.

$$P_{20\text{ V}} = I_1 * 20 = 40\text{ W}$$

La fuente de 8 V *absorbe* potencia porque la corriente I_2 entra por el borne positivo de la fuente.

$$P_{8\text{ V}} = I_2 * 8 = 8\text{ W}$$

Balance de Potencias. La potencia generada en la fuente de 20 V se absorbe en las resistencias del circuito y en la fuente de 8 V.

Carga	Potencia generada	Potencia absorbida
Fuente 20 V	40 W	
Resistencia 5 Ω		$I_1^2 \cdot 5 = 20\text{ W}$
Resistencia 10 Ω		$(I_1 - I_2)^2 \cdot 10 = 10\text{ W}$
Resistencia 2 Ω		$I_2^2 \cdot 2 = 2\text{ W}$
Fuente 8 V		8 W
TOTAL	40 W	40 W

Ejemplo 2

Repetir el ejemplo 1 cambiando el valor de la primera resistencia de 5 Ω por una resistencia de 20 Ω .

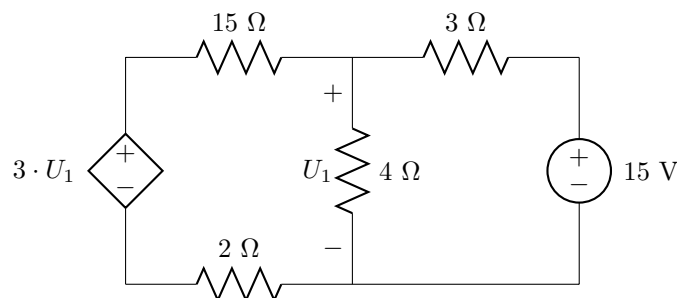
3.2.1. Caso particular del método de mallas: fuentes de tensión dependientes

El problema de las fuentes de tensión dependientes es que desconocemos su tensión hasta resolver el valor de la *variable de control*.

1. Se plantea el método de mallas hasta la ley de Kirchhoff de tensiones.
2. Se escribe la ecuación que relaciona la *variable de control* con las corrientes.
3. Substituir la ecuación de la fuente dependiente en las ecuaciones de las mallas.

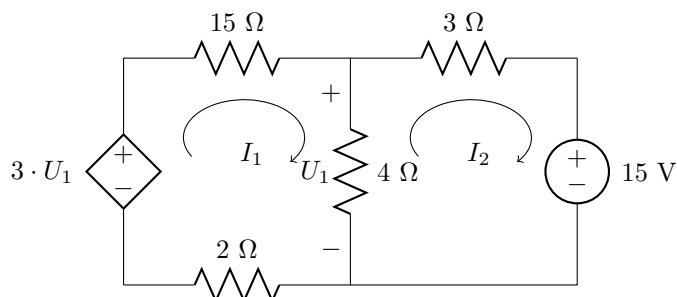
Ejemplo 3

Calcular las corrientes del circuito de la figura.



Resolución

1. Asignar una corriente a cada malla, I_1 e I_2 , y aplicar la ley de Kirchhoff de tensiones a cada malla, $\sum U_i = 0$.



$$\text{MALLA 1 : } -3U_1 + 15I_1 + 4(I_1 - I_2) + 2I_1 = 0$$

$$\text{MALLA 2 : } 3I_2 + 15 + 4(I_2 - I_1) = 0$$

2. Ecuación de la variable de control:

$$U_1 = 4(I_1 - I_2)$$

3. Substituir la ecuación de la variable de control en las ecuaciones de las mallas y resolver:

$$-3 \cdot 4(I_1 - I_2) + 15I_1 + 4(I_1 - I_2) + 2I_1 = 0$$

$$3I_2 + 15 + 4(I_2 - I_1) = 0$$

$$9I_1 + 8I_2 = 0$$

$$-4I_1 + 7I_2 = -15$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 8 \\ -15 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & 8 \\ -4 & 7 \end{vmatrix}} = 1,267 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & 0 \\ -4 & -15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & 8 \\ -4 & 7 \end{vmatrix}} = -1,421 \text{ A}$$

La corriente I_2 realmente es de sentido contrario al seleccionado a priori.

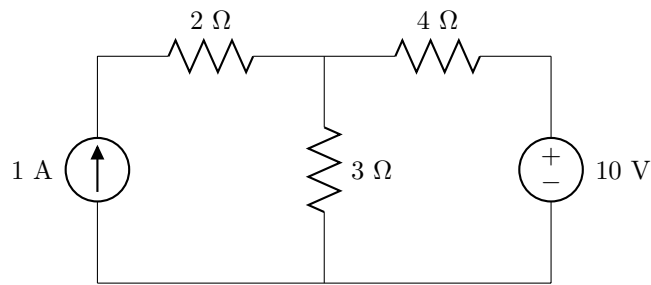
3.2.2. Caso particular del método de mallas: fuentes de corriente

Caso A. Si la corriente de la fuente coincide con una intensidad de malla.

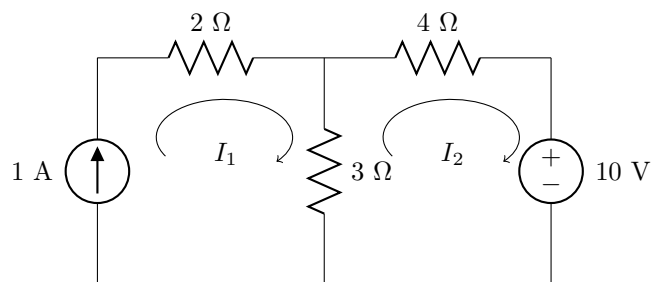
Si la fuente de corriente está en una rama exterior del circuito, la fuente nos aporta la información de la corriente de esa malla directamente. En este caso, la corriente suministrada por la fuente coincide con la corriente de malla.

Ejemplo 4

Calcular las corrientes del circuito de la figura.

*Resolución*

1. Asignar una corriente a cada malla, I_1 e I_2 .



2. Aplicar la Ley de Kirchhoff de tensiones a cada malla, $\sum U_i = 0$.

MALLA 1: $I_1 = 1$ A es dato.

$$\text{MALLA 2: } 4I_2 + 10 + 3(I_2 - I_1) = 0$$

de donde se tiene que $I_2 = -1$ A. Se observa que la corriente I_2 realmente es de sentido contrario al seleccionado a priori.

Caso B. Si la corriente de la fuente no coincide con una intensidad de malla.

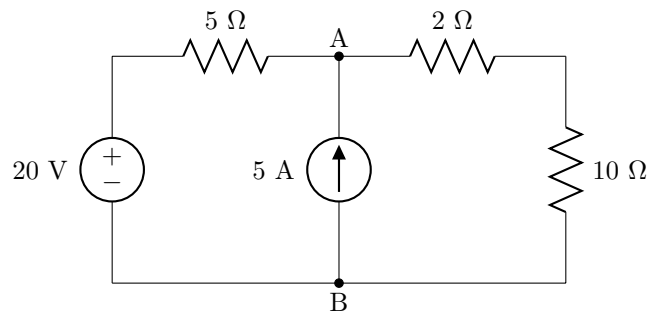
El problema de las fuentes de corriente que están en ramas intermedias es que no se conoce su tensión, por lo que no se puede aplicar la Ley de Kirchhoff de tensiones directamente. En este caso, la corriente suministrada por la fuente no coincide con las corrientes de malla.

Para resolver, se siguen los siguientes pasos:

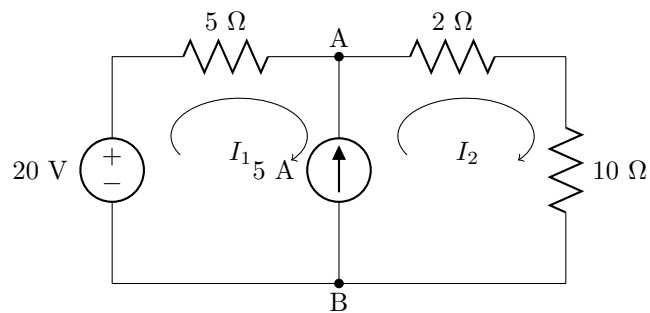
1. Se asigna una corriente a cada malla.
2. En las mallas sin problemas se aplica la Ley de Kirchhoff de tensiones (LKV).
3. En las mallas que no se pueda aplicar directamente LKV, se toma una *supermalla* que no contenga fuentes de corriente.
4. Se escribe la ecuación la Ley de Kirchhoff de tensiones correspondiente a la supermalla.
5. Se obtiene la ecuación de la rama que contiene la fuente.

Ejemplo 5

Calcula la tensión de la fuente de corriente del circuito de la figura.

*Resolución*

1. Asignar una corriente a cada malla, I_1 e I_2 .



2. Como en las mallas de I_1 e I_2 no se pueda aplicar directamente LKV, se toma la supermalla y se aplica la Ley de Kirchhoff de tensiones a la supermalla.

$$-20 + 5I_1 + 2I_2 + 10I_2 = 0$$

3. Obtener otra ecuación de la rama que contiene la fuente de 5 A.

$$5 = I_2 - I_1$$

4. Resolver el sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$5I_1 + 12I_2 = 20$$

$$-I_1 + I_2 = 5$$

Los valores de las corrientes son: $I_1 = -2,353$ A e $I_2 = 2,647$ A. La corriente I_2 realmente es de sentido contrario al seleccionado a priori.

5. La tensión de la fuente de corriente es (aplicando LKV):

$$-20 + 5 \cdot (-2,353) + U_{AB} = 0 \rightarrow U_{AB} = 31,765 \text{ V}$$

3.3. Método de nodos

Este método se basa en los *nodos* para plantear el mínimo de ecuaciones necesarias para resolver el circuito.

Pasos a seguir:

1. Se identifican las tensiones de cada nodo.
2. Se toma un nodo de referencia, $U_{\text{ref}} = 0$.

3. Se aplica la ley de Kirchhoff de corrientes en cada nodo, $\sum I_i = 0$.

Para ello se tiene en cuenta la ley de Ohm, $I = \frac{U}{R}$

4. En las ecuaciones obtenidas las únicas incógnitas deben ser las tensiones.

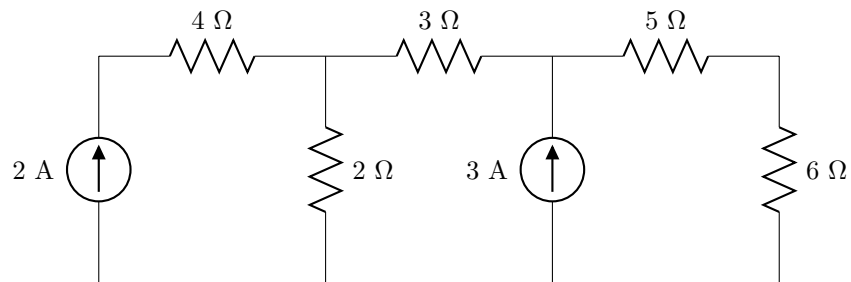
Habrán tantas ecuaciones como incógnitas.

5. Resolver el sistema de ecuaciones para calcular las tensiones de nodo.

6. Resolver el resto de las magnitudes.

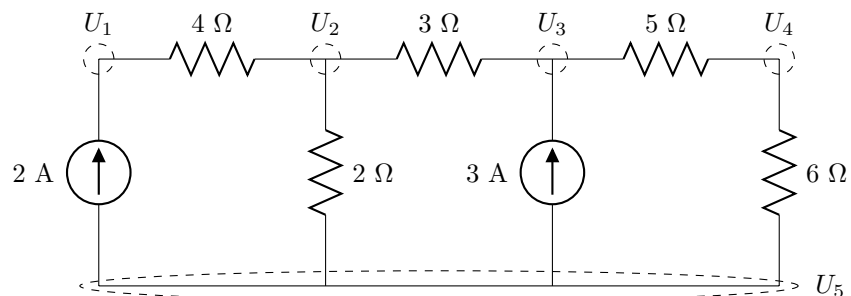
Ejemplo 6

Calcular las tensiones de la resistencia de 2Ω y de la fuente de corriente de 3 A .



Resolución

1. Se identifican las tensiones de cada nodo: U_1, U_2, U_3, U_4 y U_5 , donde $U_5 = U_{\text{ref}} = 0$.



2. Se aplica la ley de Kirchhoff de corrientes en cada nodo, $\sum I_i = 0$.

$$\text{NODO } U_1 : 2 \text{ A} = \frac{U_1 - U_2}{4}$$

$$\text{NODO } U_2 : \frac{U_1 - U_2}{4} = \frac{U_2 - 0}{2} + \frac{U_2 - U_3}{3}$$

$$\text{NODO } U_3 : \frac{U_2 - U_3}{3} + 3 = \frac{U_3 - 0}{11}$$

3. Se tienen 3 ecuaciones y 3 incógnitas.

Se reescribe la ecuación del nodo U_2 :

$$2 = \frac{U_2 - 0}{2} + \frac{U_2 - U_3}{3}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{3U_2 + 2U_2 - 2U_3}{6} \rightarrow 12 = 5U_2 - 2U_3$$

$$\frac{11U_2 - 11U_3 + 99}{33} = \frac{3U_3}{33} \rightarrow 99 = -11U_2 + 14U_3$$

$$U_2 = \frac{\begin{vmatrix} 12 & -2 \\ 99 & 14 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -11 & 14 \end{vmatrix}} = \frac{366}{48} = 7,62 \text{ V}$$

$$U_3 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 12 \\ -11 & 99 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -11 & 14 \end{vmatrix}} = \frac{627}{48} = 13,06 \text{ V}$$

Por simple inspección del circuito, si se tiene en cuenta que $[I] = [G] \cdot [U]$, se observa que:

- G_{ii} , es decir, la diagonal principal, corresponde a la suma de todas las conductancias conectadas al nodo i con las fuentes de corriente anuladas, esto es, sustituidas por circuitos abiertos.
- G_{ij} corresponde a la suma (con signo negativo) de las conductancias conectadas entre los nodos i y j con las fuentes de corriente anuladas.
- I_i es la suma algebraica de las corrientes suministradas por las fuentes de corriente conectadas al nodo i , considerando positivas las que entran en dicho nodo y negativas las que salen de él.

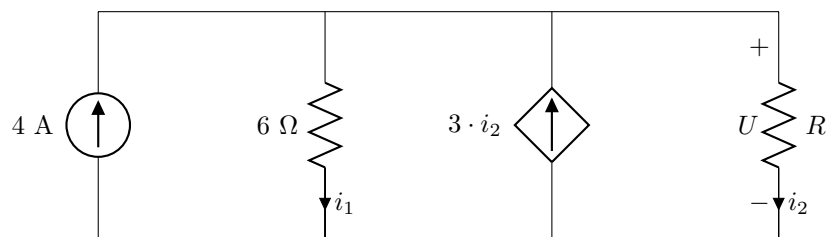
3.3.1. Caso particular del método de nodos: fuentes de corriente dependientes

El problema de las fuentes de corriente dependientes es que desconocemos su corriente hasta resolver el valor de la *variable de control*.

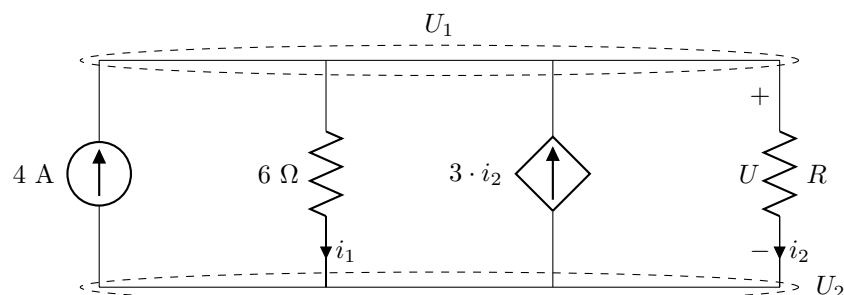
1. Se plantea el método de nodos hasta la Ley de Kirchhoff de corrientes.
2. Se escribe la ecuación que relacione la variable de control con las tensiones.
3. Substituir la ecuación de la fuente dependiente en las ecuaciones de nodo.

Ejemplo 7

Calcular la corriente i_2 y la tensión U cuando $R = 16 \Omega$.



1. Se seleccionan los nodos U_1 y $U_2 = U_{\text{ref}} = 0$ y se plantea el método de nodos hasta la Ley de Kirchhoff de corrientes.



$$\text{NODO 1: } 4 + 3i_2 = \frac{U_1 - 0}{6} + \frac{U_1 - 0}{16}$$

2. La ecuación que relaciona la variable de control i_2 con las tensiones es:

$$i_2 = \frac{U_1 - 0}{16}$$

3. Si se substituye la ecuación de la fuente dependiente en las ecuación del nodo U_1 :

$$4 + 3 \frac{U_1}{16} = \frac{U_1}{6} + \frac{U_1}{16}$$

$$4 = \frac{U_1}{6} - \frac{U_1}{8} \rightarrow U_1 = U = 96 \text{ V}$$

Finalmente, la corriente i_2 es:

$$i_2 = U_1/16 = 6 \text{ A}$$

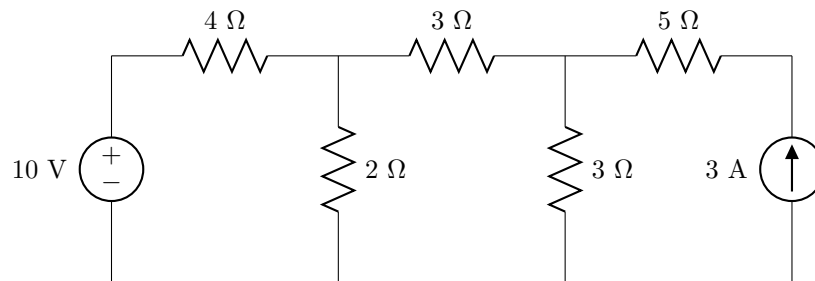
3.3.2. Caso particular del método de nodos: fuentes de tensión

Caso A. Si la tensión de la fuente coincide con una tensión de nodo.

Si la fuente de tensión está entre el nodo de referencia y otro nodo, la fuente nos aporta la información de la tensión de ese nodo directamente.

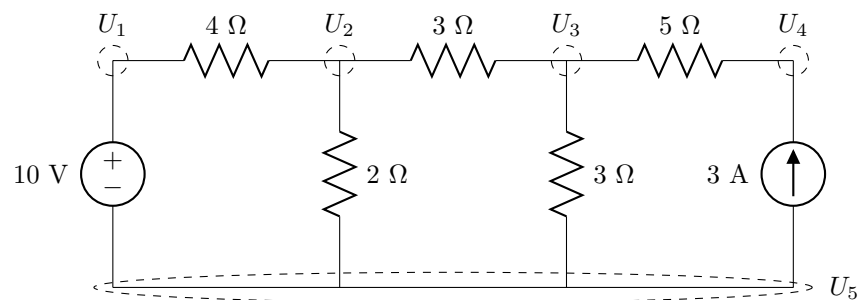
Ejemplo 8

Calcular la tensión de la resistencia de 2Ω .



Resolución

1. Se seleccionan los nodos U_1, U_2, U_3, U_4 y $U_5 = U_{\text{ref}} = 0$.



2. $U_1 = 10 \text{ V}$ es dato.

3. Se aplica la Ley de Kirchhoff de corrientes en cada nodo.

$$\begin{aligned} \text{NODO } U_2 : \quad & \frac{U_1 - U_2}{4} = \frac{U_2 - 0}{2} + \frac{U_2 - U_3}{3} \rightarrow 3(U_1 - U_2) = 4(U_2 - U_3) + 6U_2 \\ \text{NODO } U_3 : \quad & \frac{U_2 - U_3}{3} = \frac{U_3 - U_4}{5} + \frac{U_3 - 0}{3} \rightarrow 5(U_2 - U_3) = 3(U_3 - U_4) + 5U_3 \\ \text{NODO } U_4 : \quad & \frac{U_3 - U_4}{5} + 3 = 0 \rightarrow (U_3 - U_4) = -15 \end{aligned}$$

4. Resolver el sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas:

$$\begin{aligned} 30 &= 13U_2 - 4U_3 + 0 \\ 0 &= 5U_2 - 13U_3 + 3U_4 \\ 15 &= 0 - U_3 + U_4 \end{aligned}$$

$$U_2 = \frac{\begin{vmatrix} 30 & -4 & 0 \\ 0 & -13 & 3 \\ 15 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -4 & 0 \\ 5 & -13 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-480}{-110} = 4,36 \text{ V}$$

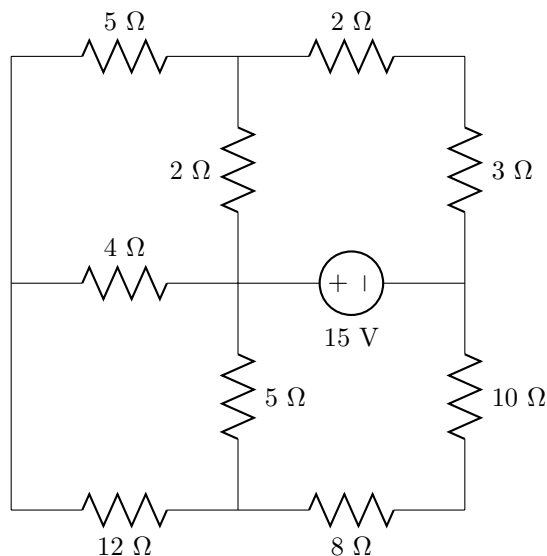
Caso B. Si la tensión de la fuente no coincide con una tensión de nodo. El problema de las fuentes de tensión que están entre dos nodos y que ninguno es de referencia es que no se conoce su corriente, por lo que no se puede aplicar la Ley de Kirchhoff de corrientes directamente.

Para resolver, se siguen los siguientes pasos:

1. Se toma un *supernodo* que contenga la fuente de tensión.
2. Se escribe la ecuación de la Ley de Kirchhoff de corrientes correspondiente a ese supernodo.
3. Se obtiene la ecuación de la rama que contiene la fuente.

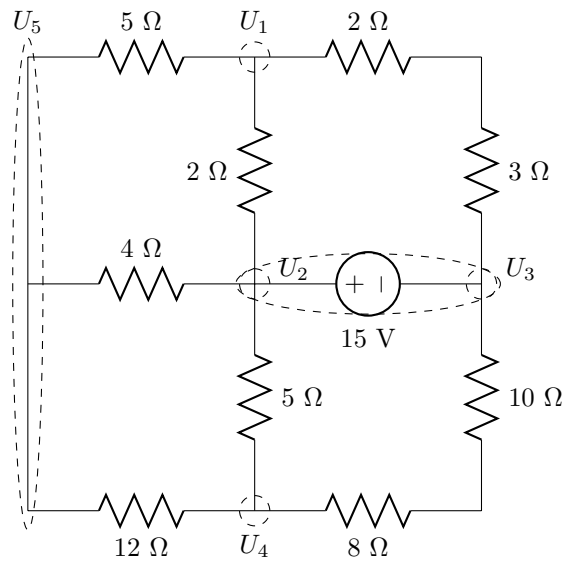
Ejemplo 9

Resolver el circuito de la figura utilizando el método de nodos.



Resolución

1. Se seleccionan los nodos U_1, U_2, U_3, U_4 y $U_5 = U_{\text{ref}} = 0$.



2. Se toma un *supernodo* que contenga la fuente de tensión.

$$\begin{aligned} \text{SUPERNODO: } \quad & \frac{U_1 - U_2}{2} + \frac{U_1 - U_3}{5} = \frac{U_2 - 0}{4} + \frac{U_2 - U_4}{5} + \frac{U_3 - U_4}{18} \\ \text{FUENTE: } \quad & U_2 - U_3 = 15 \end{aligned}$$

3. Se aplica la Ley de Kirchhoff de corrientes en el resto de los nodos.

$$\begin{aligned} \text{NODO } U_1: \quad & \frac{0 - U_1}{5} = \frac{U_1 - U_2}{2} + \frac{U_1 - U_3}{5} \rightarrow 36(U_2 - U_4) + 10(U_3 - U_4) = 15U_4 \\ \text{NODO } U_4: \quad & \frac{U_2 - U_4}{5} + \frac{U_3 - U_4}{18} = \frac{U_4 - 0}{12} \rightarrow 36(U_2 - U_4) + 10(U_3 - U_4) = 15(U_3 - U_4) \end{aligned}$$

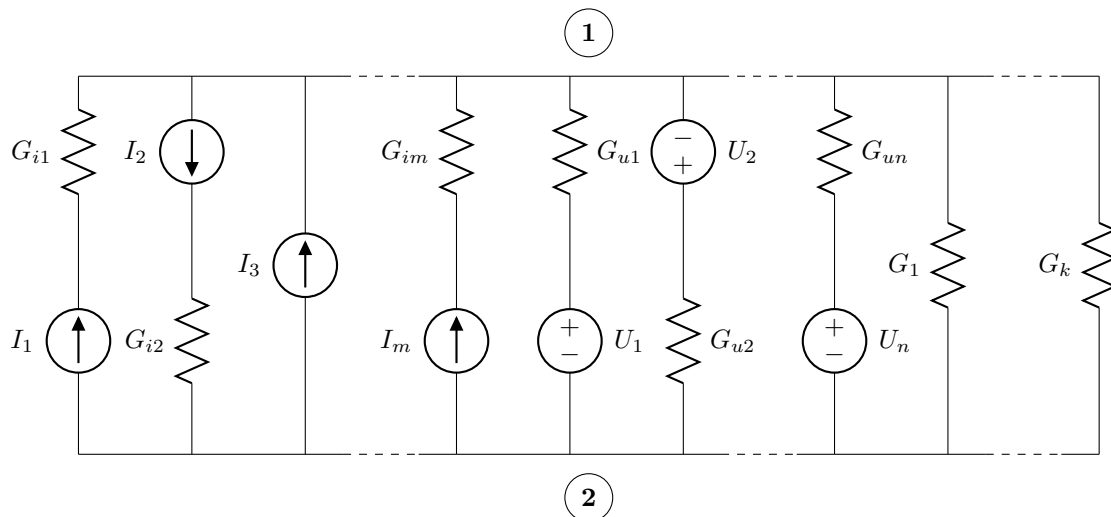
4. Resolver el sistema de 4 ecuaciones y 4 incógnitas:

$$\begin{aligned} 0 &= 9U_1 - 5U_2 - 2U_3 \\ 0 &= 36U_2 + 10U_3 + 11U_4 \\ 0 &= 126U_1 - 171U_2 - 26U_3 - 46U_4 \\ 15 &= U_2 - U_3 + 0U_4 \end{aligned}$$

3.4. Teorema de Millman

Mediante el teorema o principio de Millman se puede obtener directamente la diferencia de potencial entre el nodo superior e inferior de un circuito eléctrico formado por varias ramas en paralelo.

En un circuito eléctrico compuesto por ramas en paralelo, la tensión entre los terminales de las ramas es igual a la suma algebraica de las corrientes suministradas por las fuentes de corriente y de las fuerzas electromotrices de los generadores de tensión multiplicadas por la conductancia de la rama, dividido por la suma de las conductancias que unen ambos terminales con las fuentes anuladas.



$$U_{12} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i \cdot G_{ui} + \sum_{i=1}^m I_i}{\sum_{i=1}^n G_{ui} + \sum_{i=1}^k G_i} \quad (3.1)$$

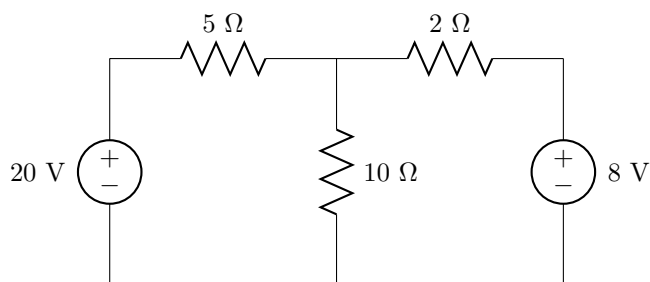
donde:

- $\sum_{i=1}^n U_i \cdot G_{ui}$ es la suma algebraica de las tensiones generadas por las fuentes de tensión multiplicadas por el valor de las conductancias en serie con ellas. Se toman como positivas las tensiones de las fuentes cuyo borne positivo coincide con el nodo 1 y como negativas las tensiones de las fuentes cuyo borne positivo coincide con el nodo 2.
- $\sum_{i=1}^m I_i$ es la suma algebraica de las corrientes suministradas por las fuentes de corriente. Se toman como positivas las corrientes que entran el nodo 1 y como negativas las que salen de él.
- $\sum_{i=1}^n G_{ui} + \sum_{i=1}^k G_i$ es la suma de las conductancias que unen los nodos 1 y 2 una vez desactivadas las fuentes. Para desactivar las fuentes de tensión, se sustituyen por cortocircuitos; para desactivar las de corriente, por circuitos abiertos.

El teorema de Millman se basa en la Ley de Kirchhoff de corrientes, es decir, en que la suma de las corrientes que entran en un nodo es igual a la suma de corrientes que salen de él.

Ejemplo 10

Repetir el ejemplo 1 utilizando el teorema de Millman.



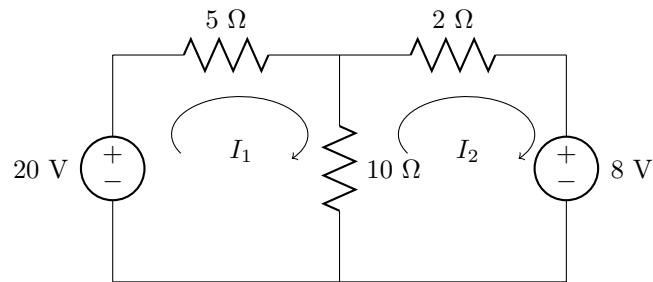
Resolución

Aplicando directamente el teorema de Millman:

$$U_{12} = \frac{\frac{20}{5} + \frac{8}{2}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}} = 10 \text{ V}$$

siendo 1 el nodo superior y 2 el inferior de la resistencia de 10Ω .

Y de aquí se pueden calcular I_1 e I_2 :

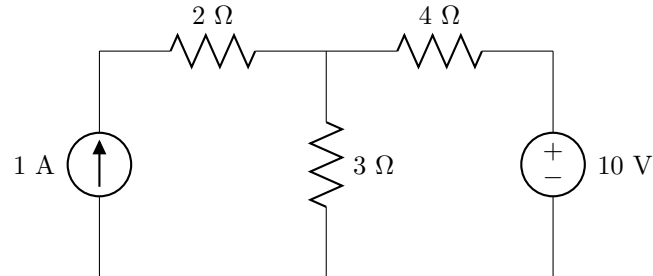


$$-20 + 5I_1 + 10 = 0 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ A}$$

$$2I_2 + 8 - 10 = 0 \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A}$$

Ejemplo 11

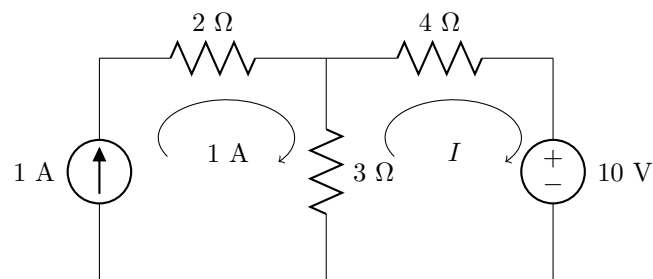
Calcular la intensidad de corriente que atraviesa la resistencia de 4Ω del circuito del ejemplo 4 utilizando el teorema de Millman.



Resolución

Aplicando el teorema de Millman, la tensión entre los bornes superior e inferior de la resistencia de 3Ω es:

$$U_{12} = \frac{1 + \frac{10}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 6 \text{ V}$$



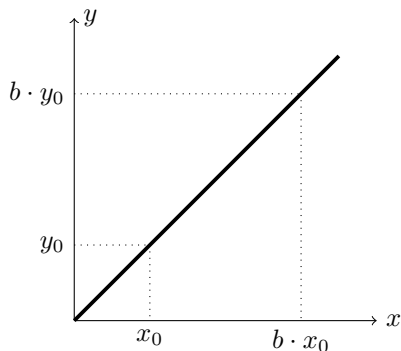
Por lo tanto:

$$3(I - 1) + 6 = 0 \Rightarrow I = -1 \text{ A}$$

3.5. Linealidad y superposición

Una función es lineal si cumple:

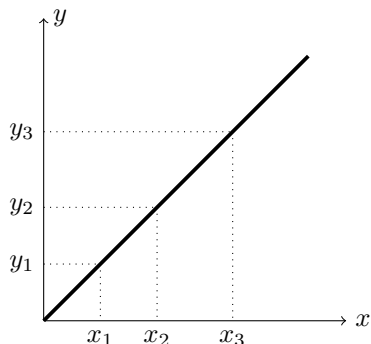
- Principio de homogeneidad:



Sea $y = f(x)$,
 $\forall b, y_0 = f(x_0)$ se cumple que:

$$\Rightarrow f(b \cdot x_0) = b \cdot f(x_0) = b \cdot y_0 \quad (3.2)$$

- Principio de aditividad:



Sea $y = f(x)$,
 $\forall x_1, x_2 : y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2)$,
 $x_0 = (x_1 + x_2)$ se cumple que:

$$f(x_0) = f(x_1) + f(x_2) \Rightarrow y_0 = y_1 + y_2 \quad (3.3)$$

En este texto se analizarán *circuitos lineales*, es decir, aquellos formados por:

- fuentes lineales, y
- elementos pasivos lineales. Los elementos que cumplen las ecuaciones: $u_R(t) = R \cdot i_R(t)$, $u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$, $i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$, se puede demostrar que son lineales.

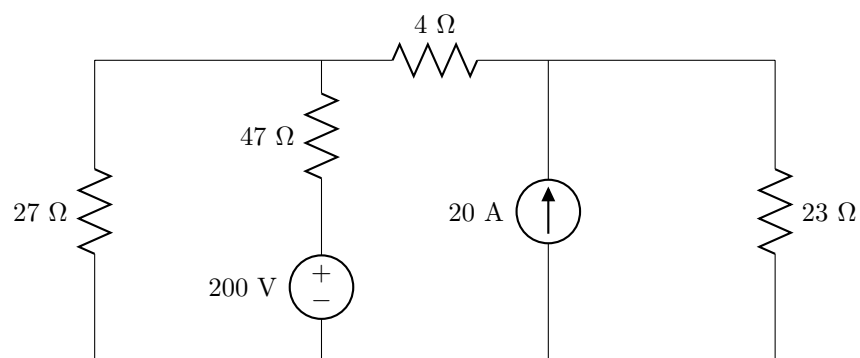
Cuando un circuito tiene las propiedades de las funciones lineales, se puede aplicar el *principio de superposición* que dice lo siguiente: "En un circuito con N fuentes, la respuesta (en forma de tensión o de intensidad) se puede obtener como suma de las respuestas individuales de las fuentes actuando independientemente".

Para obtener circuitos equivalentes en los que las fuentes actúen independientemente, se deberán desactivar las demás. Para ello:

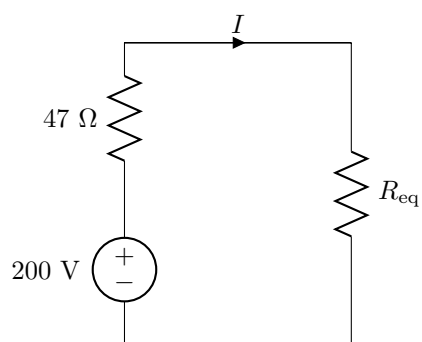
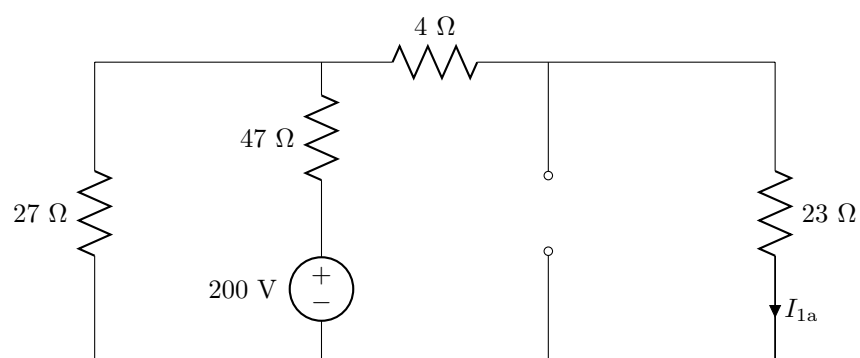
- el equivalente de las fuentes de tensión es el *cortocircuito*.
- el equivalente de las fuentes de corriente es el *circuito abierto*.
- las fuentes dependientes no se desactivan.

Ejemplo 12

Calcular la corriente que atraviesa a la resistencia de 23Ω .

*Resolución*

1. Para el circuito *a* se desactiva la fuente de corriente.



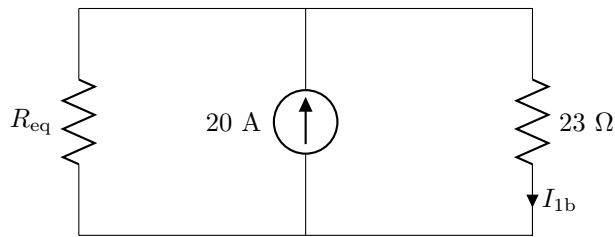
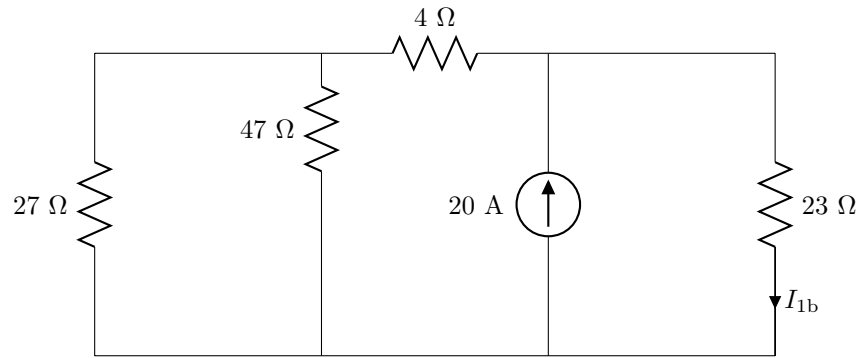
$$R_{\text{eq}} = \frac{27(4 + 23)}{27 + 4 + 23} = 13,5 \, \Omega$$

$$I = \frac{200}{13,5 + 47} = 3,31 \, \text{A}$$

Aplicando el divisor de corriente:

$$I_{1a} = I \frac{27}{27 + 27} = 1,65 \, \text{A}$$

2. Para el circuito *b* se desactiva la fuente de tensión.



$$R_{eq} = \frac{(27 \cdot 47)}{27 + 47} + 4 = 21,15 \Omega$$

Aplicando el divisor de corriente:

$$I_{1b} = I \frac{R_{eq}}{R_{eq} + 23} = 9,58 \text{ A}$$

3. Se aplica el principio de superposición:

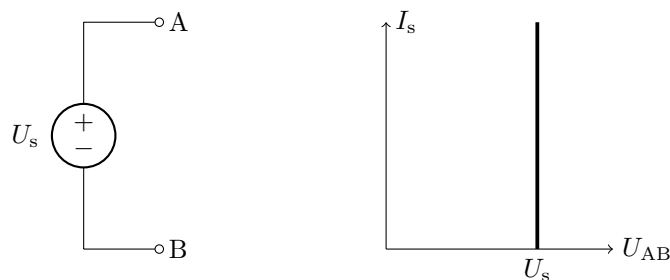
$$I = I_{1a} + I_{1b} = 1,65 + 9,58 = 11,23 \text{ A}$$

3.6. Fuentes reales

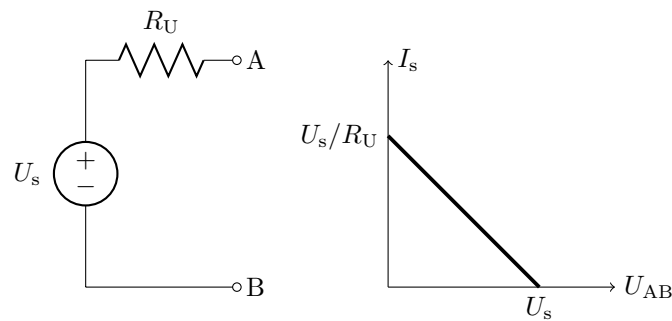
En un apartado anterior se han analizado las fuentes ideales. En este apartado se analizarán las características de fuentes reales.

3.6.1. Fuente de tensión real

Una fuente de tensión ideal tiene una tensión entre terminales independiente de la corriente que la atraviesa.



Pero, realmente, la tensión de una fuente de tensión depende de la corriente que la atraviesa. Esta dependencia se representa por medio de la *resistencia interna* R_U . Por lo tanto, la representación de una fuente real es:



$$U_{AB} = U_s - I_s \cdot R_U \Rightarrow I_s = \frac{U_s - U_{AB}}{R_U} \quad (3.4)$$

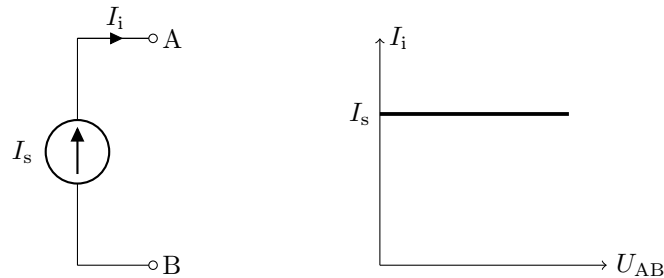
Los valores límite de la fuente son:

- bornes A, B en circuito abierto: $I_s = 0 \Rightarrow U_s = U_{AB}$
- bornes A, B en cortocircuito : $U_{AB} = 0 \Rightarrow I_s = \frac{U_s}{R_U}$

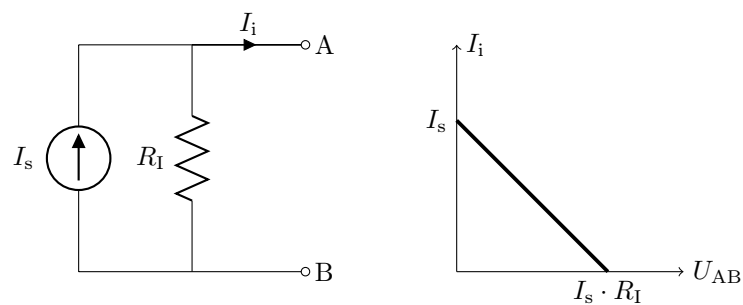
Si se conecta un circuito entre A y B, cuando el circuito está en carga la corriente I_s y la tensión U_{AB} estarán entre esos límites.

3.6.2. Fuente de corriente real

Una fuente de corriente ideal aporta una corriente al circuito independiente de la tensión entre terminales.



Pero, realmente, la corriente aportada por una fuente de corriente depende de la tensión entre terminales. Esta dependencia se representa por medio de la *resistencia interna* R_I . Por lo tanto, la representación de una fuente real es:



$$U_{AB} = (I_s - I_i) \cdot R_I \Rightarrow I_i = I_s - \frac{U_{AB}}{R_I} \quad (3.5)$$

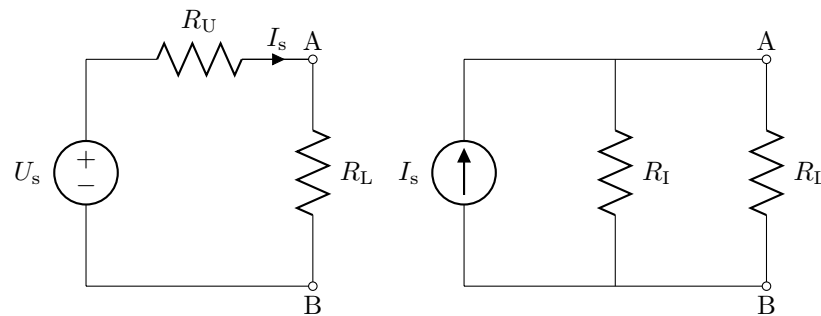
Los valores límite de la fuente son:

- bornes A, B en circuito abierto: $I_i = 0 \Rightarrow U_{AB} = I_s \cdot R_I$
- bornes A, B en cortocircuito : $U_{AB} = 0 \Rightarrow I_s = I_i$

Si se conecta un circuito entre A y B, cuando el circuito está en carga la corriente I_s y la tensión U_{AB} estarán entre esos límites.

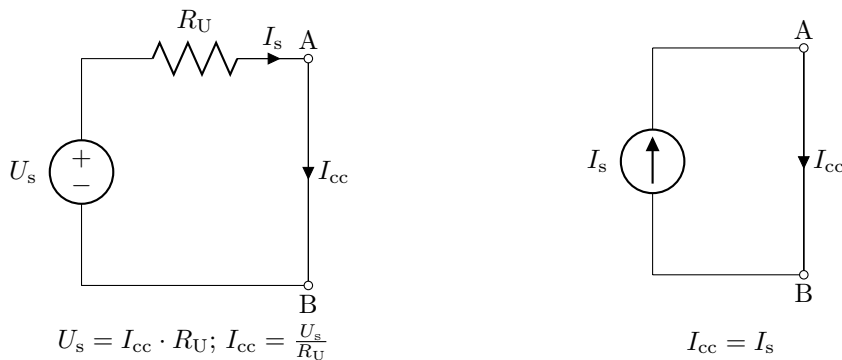
3.7. Equivalencia de fuentes

Para analizar la equivalencia entre fuentes de tensión y de corriente se partirá de los circuitos de la figura:

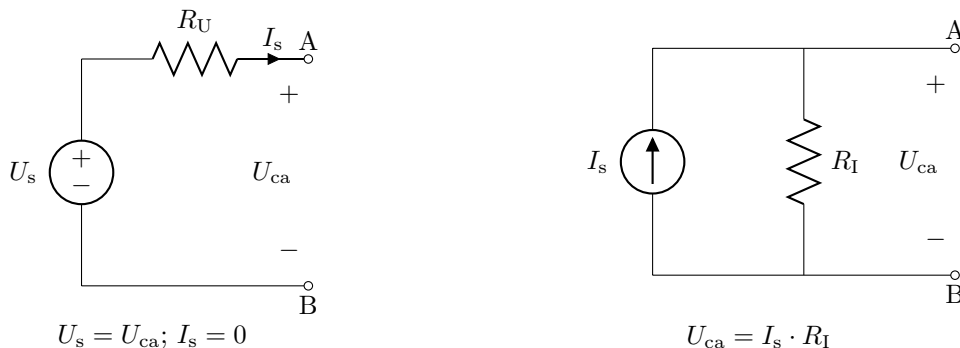


Los circuitos serán equivalentes si entre los nodos A-B tienen las mismas características. Se comprobarán dos casos extremos:

- bornes A, B en cortocircuito: $R_L = 0$



- bornes A, B en circuito abierto: $R_L \rightarrow \infty$



Para que los circuitos sean equivalentes se debe cumplir que

$$I_{cc} = \frac{U_s}{R_U} = I_s \quad (3.6)$$

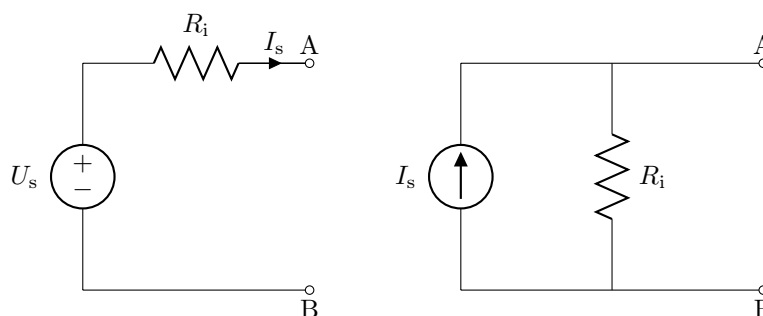
$$U_{ca} = U_s = I_s \cdot R_I \Rightarrow I_s = \frac{U_s}{R_I} \quad (3.7)$$

de donde:

$$\frac{U_s}{R_U} = \frac{U_s}{R_I} \Rightarrow R_U = R_I = R_i \quad (3.8)$$

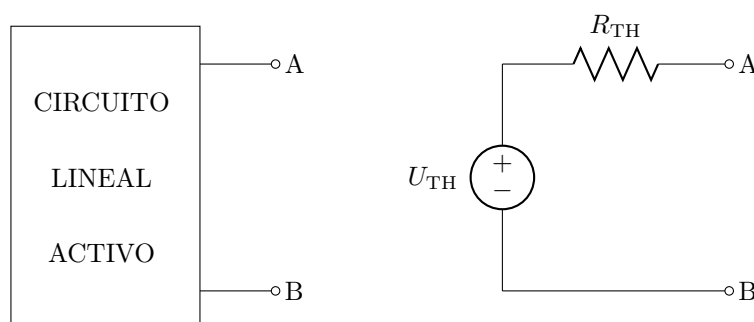
La relación entre las fuentes es:

$$U_s = I_s \cdot R_i \quad (3.9)$$



3.8. Teorema de Thevenin (1883)

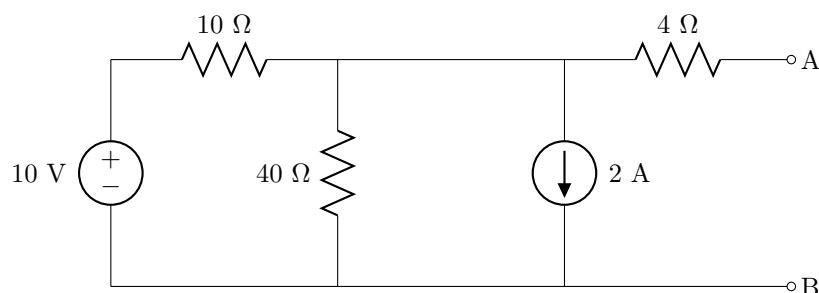
El objetivo del teorema es reducir cierta parte de un circuito lineal a un circuito equivalente formado por una fuente y un elemento pasivo.



- Para calcular la fuente equivalente U_{TH} se deja esa parte del circuito original en *circuito abierto*.
- Para calcular la resistencia equivalente R_{TH} se desactivan las fuentes del circuito y se calcula la resistencia equivalente vista desde esos extremos.

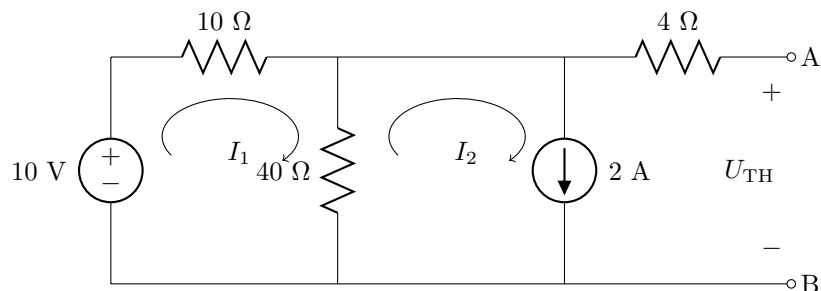
Ejemplo 13

Calcular el circuito equivalente de Thevenin del circuito dado en la figura entre los puntos A y B:



Resolución

- Calcular la fuente equivalente U_{TH} en *circuito abierto*:



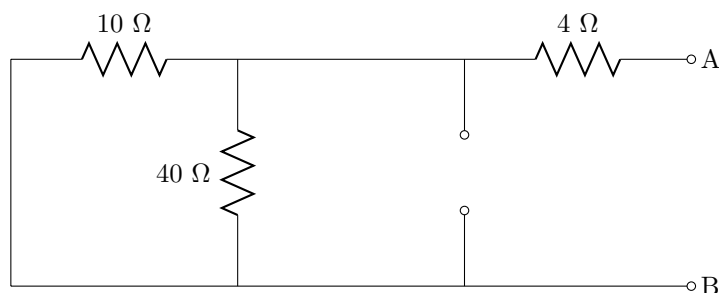
$$\text{MALLA } 2: I_2 = 2 \text{ A}$$

$$\text{MALLA } 1: 10 = 10I_1 + 40(I_1 - I_2) \rightarrow 10 = 50I_1 - 80 \rightarrow I_1 = 90/50 = 1,8 \text{ A}$$

de donde la fuente equivalente Thevenin es:

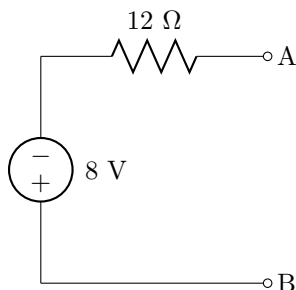
$$U_{TH} = 40(I_1 - I_2) = -8 \text{ V}$$

- Calcular la resistencia equivalente R_{TH} desactivando las fuentes del circuito:



$$R_{TH} = R_{eq} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} + 4 = 12 \Omega$$

- El circuito equivalente de Thevenin tendrá una fuente de polaridad cambiada tal como se muestra en la figura.



3.8.1. Circuito con fuentes independientes y dependientes

El problema es que las fuentes dependientes no se pueden desactivar para calcular R_{TH} . Los pasos a seguir son:

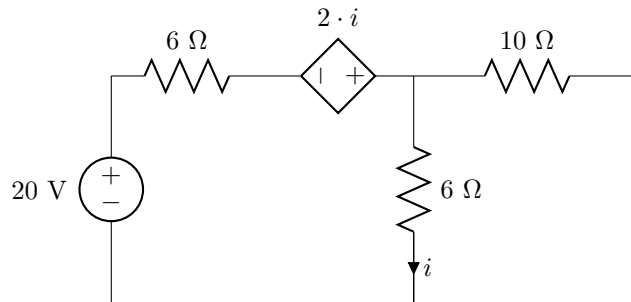
- Para calcular la fuente equivalente U_{TH} se deja esa parte del circuito original en *circuito abierto*.

- Se calcula la corriente de cortocircuito aplicando un cortocircuito entre bornes I_{cc} .
- Para calcular la resistencia equivalente R_{TH} se aplica:

$$R_{TH} = \frac{U_{TH}}{I_{cc}} \quad (3.10)$$

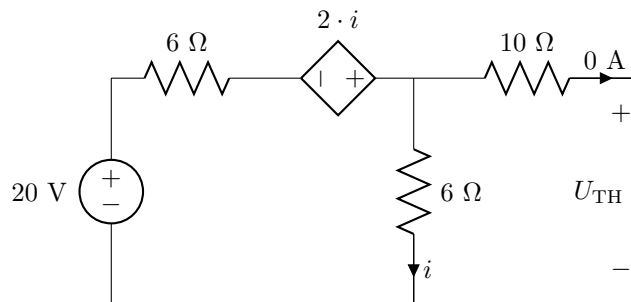
Ejemplo 14

Calcular el circuito equivalente de Thevenin del circuito dado en la figura:



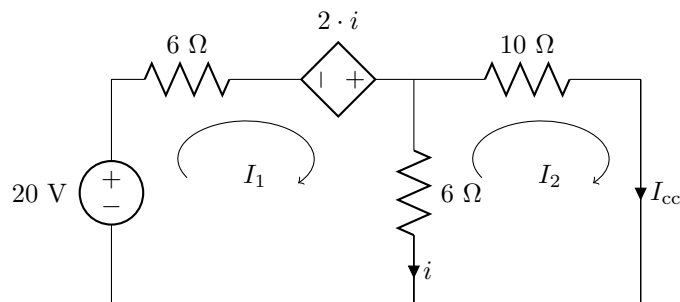
Resolución

- Calcular la fuente equivalente U_{TH} del circuito en *circuito abierto*:



$$-20 + 6 \cdot i - 2i + 6 \cdot i = 0 \rightarrow i = 2 \text{ A} \rightarrow U_{TH} = 6 \cdot i = 12 \text{ V}$$

- Calcular la corriente de cortocircuito:



$$i = I_1 - I_2$$

$$\text{MALLA 1: } 20 = 6I_1 - 2i + 6(I_1 - I_2)$$

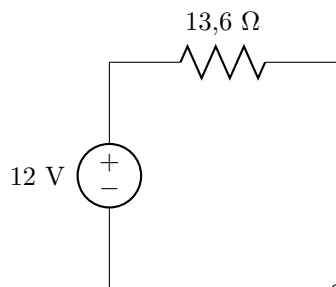
$$\text{MALLA 2: } 0 = 10I_2 + 6(I_2 - I_1)$$

Se despeja $I_2 = 0,88 \text{ A}$

- Calcular:

$$R_{TH} = \frac{U_{TH}}{I_{cc}} = \frac{12}{0,88} = 13,6 \Omega$$

- El circuito equivalente Thevenin es:



3.8.2. Circuito con fuentes dependientes sin fuentes independientes

El problema es que al calcular $U_{TH} = 0$, $I_{cc} = 0$

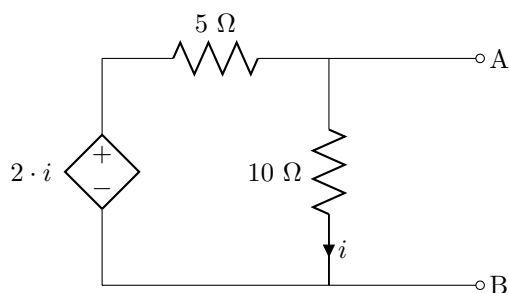
Los pasos a seguir en este caso son:

- Conectar una fuente de corriente de 1 A entre los bornes A-B y calcular U_{TH}
- Para calcular la resistencia equivalente R_{TH} se aplica

$$R_{TH} = \frac{U_{TH}}{1} \quad (3.11)$$

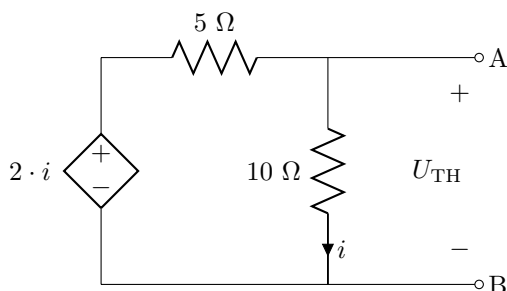
Ejemplo 15

Calcular el circuito equivalente Thevenin del circuito dado en la figura entre los puntos A y B.

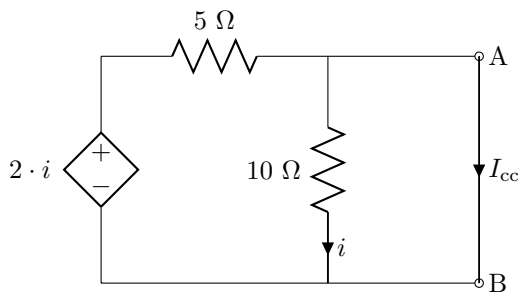


Resolución

- Si se resuelve el circuito tal cual está se tiene que:

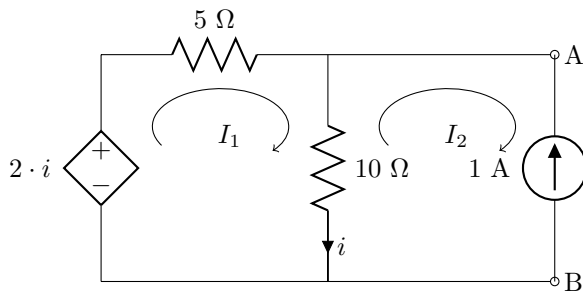


$$-2i + 5i + 10i = 0 \rightarrow i = 0 \rightarrow U_{TH} = 0$$



$$i = 0 \rightarrow I_{CC} = 0$$

- Conectar una fuente de corriente de 1 A a los terminales A-B y calcular U_{AB} .



$$i = I_1 + 1; I_2 = -1 \text{ A}$$

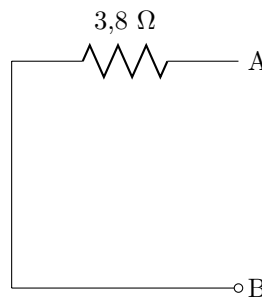
$$-2i + 5(i - 1) + 10i = 0 \rightarrow i = 5/13 = 0,38 \text{ A}$$

$$U_{AB} = 10 \cdot 0,38 = 3,8 \text{ V}$$

- Calcular la resistencia equivalente R_{TH} .

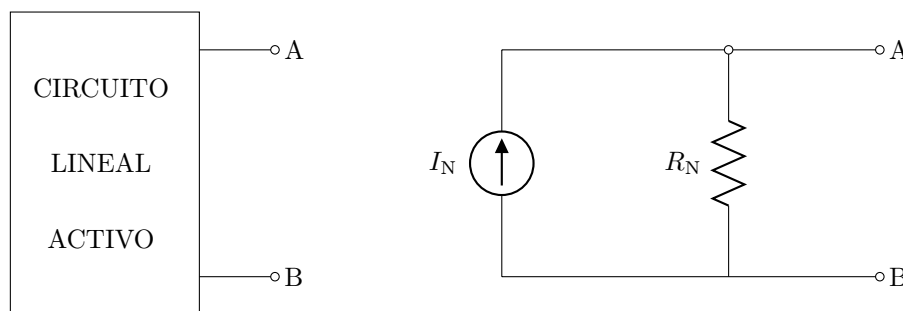
$$R_{TH} = \frac{U_{AB}}{1} = 3,8 \Omega$$

- El circuito equivalente Thevenin consta sólo de una resistencia, puesto que $U_{TH} = 0$.



3.9. Teorema de Norton (1926)

El objetivo del teorema es reducir cierta parte de un circuito lineal a un circuito equivalente formado por una fuente de corriente y un elemento pasivo



- Para calcular la fuente de corriente equivalente I_N se aplica un cortocircuito entre terminales A-B.

- Para calcular la resistencia equivalente R_N se desactivan las fuentes del circuito y se calcula la resistencia equivalente vista desde esos extremos.

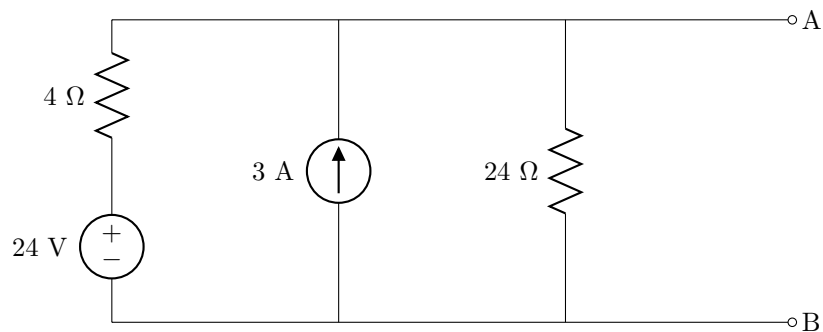
El circuito equivalente de Norton es *dual* del circuito equivalente de Thevenin, es decir, se cumple que:

$$R_{TH} = R_N = R \quad (3.12)$$

$$U_{TH} = I_N \cdot R \quad (3.13)$$

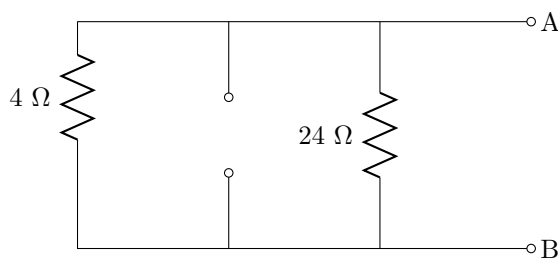
Ejemplo 16

Calcular el circuito equivalente Norton del circuito de la figura.



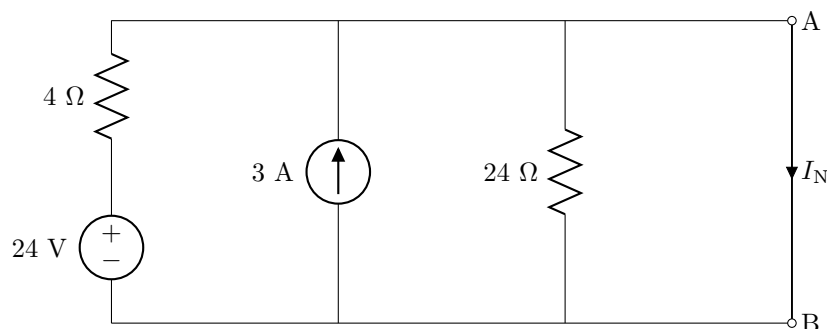
Resolución

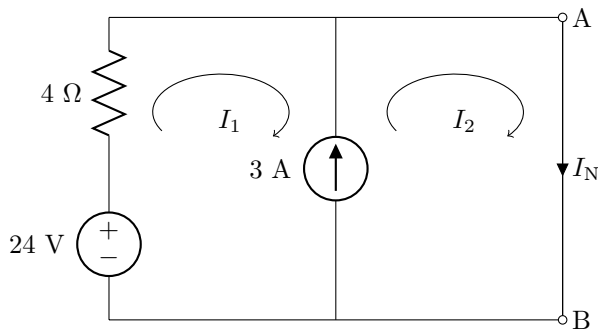
- Calcular la resistencia equivalente R_N desactivando las fuentes:



$$R_N = R_{eq} = \frac{4 \cdot 24}{4 + 24} = 3,43 \Omega$$

- Calcular la corriente I_N :





$$I_2 = I_N$$

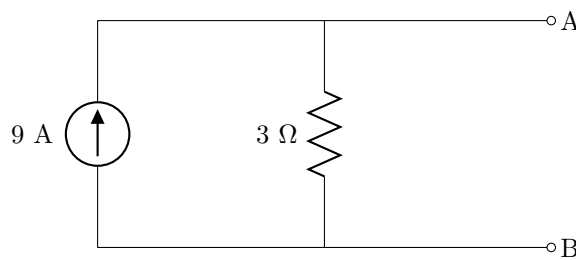
LKV en supermalla:

$$-24 + 4I_1 = 0 \rightarrow I_1 = 6 \text{ A}$$

Ecuación de la fuente:

$$3 = I_2 - I_1 \rightarrow I_2 = I_N = 9 \text{ A}$$

- El circuito equivalente Norton es:



3.9.1. Circuito con fuentes independientes y dependientes

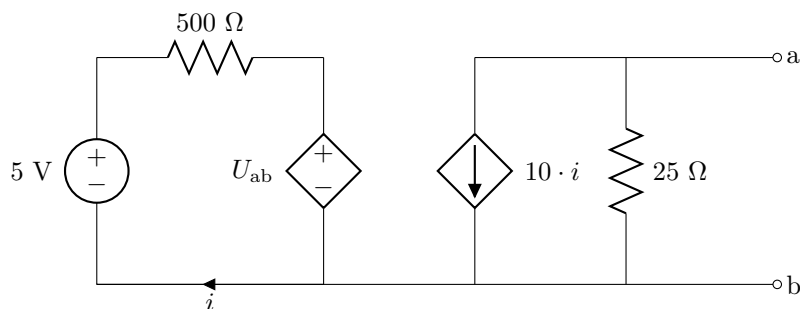
El problema es que las fuentes dependientes no se pueden desactivar para calcular R_N . Los pasos a seguir son:

- Para calcular la fuente equivalente I_N se deja esa parte del circuito original en *cortocircuito*.
- Se calcula la tensión de circuito abierto entre terminales A-B, $U_{ca} = U_{TH}$.
- Para calcular la resistencia equivalente R_{TH} se aplica:

$$R_{TH} = \frac{U_{TH}}{I_N} \quad (3.14)$$

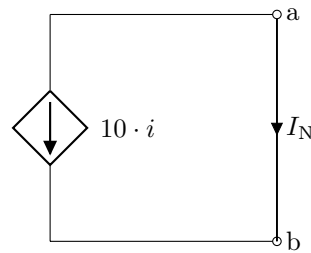
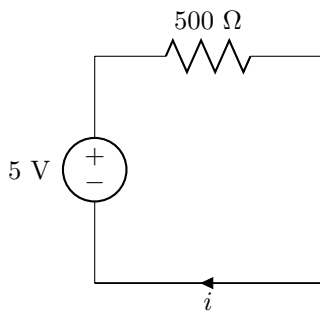
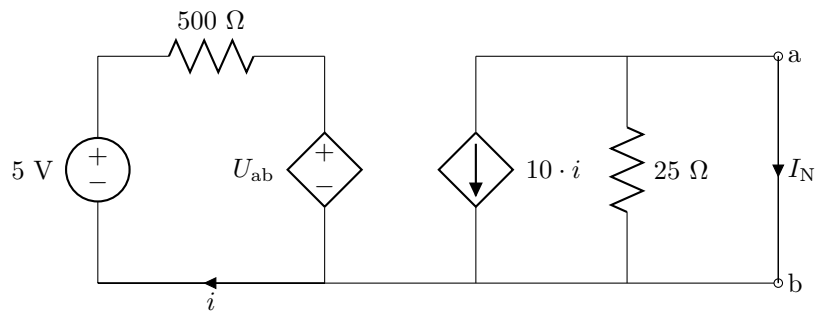
Ejemplo 17

Calcular el circuito equivalente de Norton del circuito de la figura entre los puntos a y b.



Resolución

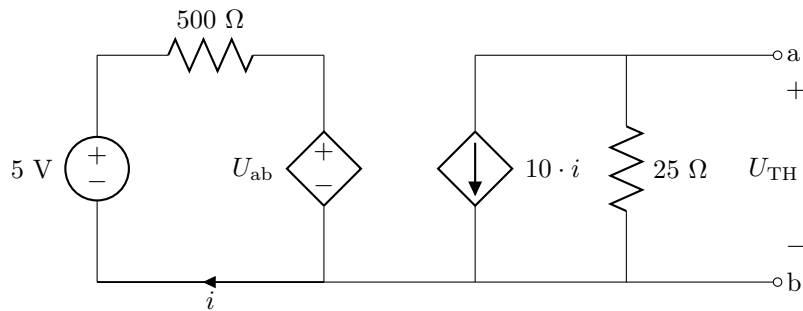
- Calcular la fuente equivalente I_N .



$$U_{ab} = 0 \rightarrow i = \frac{5}{500} = 10 \text{ mA}$$

$$I_N = -10 \cdot i = -100 \text{ mA}$$

- Calcular la tensión de circuito abierto $U_{ab} = U_{TH}$.



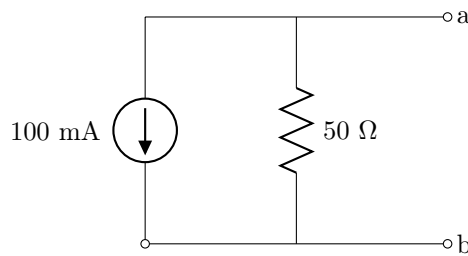
TENSIÓN ab : $U_{ab} = (-10 \cdot i)25$

MALLA 1 : $-5 + 500 \cdot i + U_{ab} = 0 \rightarrow -5 + 500 \frac{-U_{ab}}{250} + U_{ab} = 0 \rightarrow U_{ab} = -5 \text{ V}$

- Calcular la resistencia equivalente R_{TH} .

$$R_{TH} = \frac{-5 \text{ V}}{-100 \text{ mA}} = 50 \Omega \quad (3.15)$$

- El circuito equivalente de Norton tiene una fuente equivalente de signo contrario:



3.9.2. Circuito con fuentes dependientes sin fuentes independientes

El problema es que al calcular $U_{TH} = 0$, $I_N = 0$.

Los pasos a seguir son:

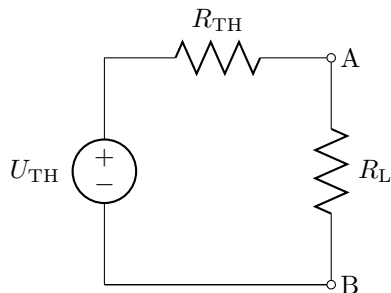
- Conectar una fuente de corriente de 1 A entre terminales A-B y calcular U_{AB} .
- Para calcular la resistencia equivalente R_{TH} se aplica:

$$R_{TH} = \frac{U_{AB}}{1} \quad (3.16)$$

3.10. Teorema de máxima transferencia de potencia

El objetivo es determinar la carga que hay que conectar entre los puntos A y B para que absorba la máxima la potencia. Para ello se calcula el circuito equivalente de Thevenin.

Sea el circuito de la figura:



$$I = \frac{U_{TH}}{R_{TH} + R_L}$$

La potencia absorbida por R_L es:

$$P = I^2 \cdot R_L = \frac{U_{TH}^2}{(R_{TH} + R_L)^2} \cdot R_L \quad (3.17)$$

Para calcular los extremos de esta función, se deriva respecto a la variable R_L y se iguala a cero:

$$\frac{dP}{dR_L} = \frac{U_{TH}^2}{(R_{TH} + R_L)^2} \cdot 1 + R_L \cdot \frac{0 - 2(R_{TH} + R_L)U_{TH}^2}{(R_{TH} + R_L)^4} = 0$$

$$1 = R_L \cdot \frac{2(R_{TH} + R_L)}{(R_{TH} + R_L)^2}$$

$$1 = R_L \cdot \frac{2}{(R_{TH} + R_L)}$$

$$\Rightarrow R_L = R_{TH} = R \quad (3.18)$$

Por lo tanto, el punto $R_L = R_{TH} = R$ corresponde al extremo de la función de la ecuación ??.

Para determinar si el extremo se trata de un máximo o de un mínimo, hay que analizar el signo de la segunda derivada en dicho punto:

$$\frac{d^2P}{dR_L^2} = \frac{-2(R_{TH} + R_L)U_{TH}^2}{(R_{TH} + R_L)^4} - \frac{(2U_{TH}^2(R_{TH} + R_L)^3 - 3(R_{TH} + R_L)^2 R_L U_{TH}^2)}{(R_{TH} + R_L)^6}$$

$$\frac{d^2 P}{dR_L^2} \Big|_{R_L=R_{TH}=R} = \frac{-U_{TH}^2}{8R^3} < 0 \quad (3.19)$$

En consecuencia, cuando $R_L = R_{TH} = R$ la carga absorbe la potencia máxima.

El valor de la potencia máxima es:

$$P_{Lmax} = P \Big|_{R_L=R_{TH}=R} = \frac{U_{TH}^2}{4R^2} \cdot R = \frac{U_{TH}^2}{4R} \quad (3.20)$$

Capítulo 4

CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA

4.1. Repaso del análisis sinusoidal

En los capítulos anteriores se han analizado los circuitos alimentados con corriente continua, circuitos cuyas magnitudes son constantes en el tiempo. ($V = \text{cte.}; I = \text{cte.} \Rightarrow$ son circuitos resistivos).

En este capítulo se analizarán corrientes y tensiones de forma sinusoidal, como por ejemplo:

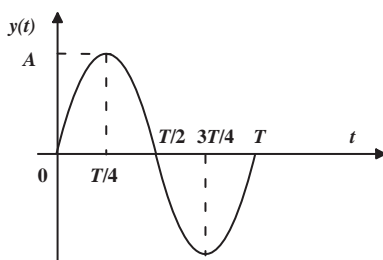
$$u(t) = 50 \cdot \sin(100t + \varphi) \text{ V}$$

$$i(t) = 100 \cdot \cos(200t + \varphi_1) \text{ A}$$

4.1.1. Representación cartesiana

La representación cartesiana representa la señal en función del tiempo:

- en el eje de abscisas se representa la variable tiempo;
- en el eje de ordenadas, el valor de la función.



$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t) \quad (4.1)$$

donde:

A : es la amplitud de la función,

ω : es la frecuencia angular (rad/s),

t : es el tiempo (s),

T : es el período de la función, tiempo que tarda en completar un ciclo (s),

f : es la frecuencia, número de ciclos por unidad de tiempo (Hz).

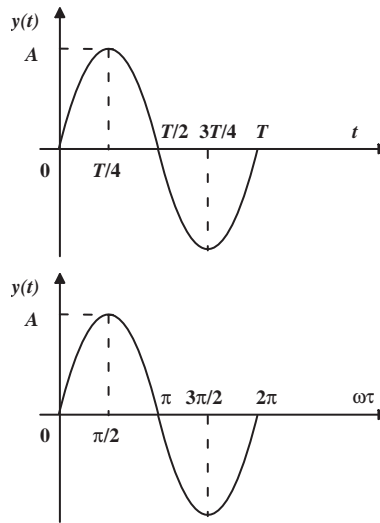
$$f = \frac{1}{T} \quad (4.2)$$

$\omega t = \alpha$ es el ángulo de la función $y(t) = A \cdot \sin(\omega t)$ que varía con el tiempo.

t	$\alpha = \omega t$	$y(t) = A \sin(\omega t)$
0	$\alpha = 0$	$y(0) = 0$
$\frac{T}{4}$	$\alpha = \omega \frac{T}{4}$	$y(\frac{T}{4}) = A \cdot \sin(\omega \frac{T}{4}) = A$
$\frac{T}{2}$	$\alpha = \omega \frac{T}{2}$	$y(\frac{T}{2}) = A \cdot \sin(\omega \frac{T}{2}) = 0$

Luego, se tiene que:

$$\alpha = \omega \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f \tag{4.3}$$



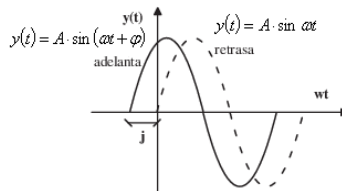
En Europa, $f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow T = 1/50 = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$. En Estados Unidos $f = 60 \text{ Hz}$.

4.1.1.1. Señal desfasada

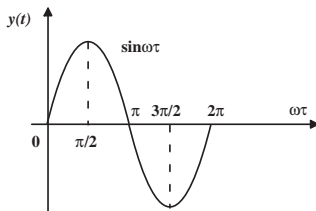
Sea la señal desfasada:

$$y_1(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \tag{4.4}$$

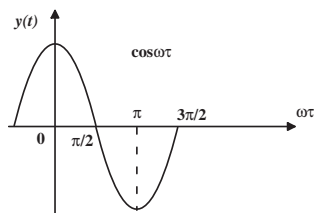
donde φ es el desfase de la función.



Las señales alternas se pueden describir en función del seno o del coseno, y se cumple que:



$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}) \tag{4.5}$$



$$y(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \tag{4.6}$$

Ejemplo 1.

Calcular el ángulo de retraso de la señal $u_1(t)$ respecto a la señal $u_2(t)$, siendo $u_1(t) = 5 \cdot \sin(5t - 30^\circ)$ V y $u_2(t) = 10 \cdot \cos(5t + 10^\circ)$ V.

Resolución

$$u_2(t) = 10 \cdot \cos(5t + 10^\circ) \text{ V} = 10 \cdot \sin(5t + 10^\circ + 90^\circ) \text{ V} = 10 \cdot \sin(5t + 100^\circ) \text{ V}$$

Por lo tanto:

- $u_2(t)$ está adelantada respecto a $u_1(t)$. El ángulo de adelanto es $100 - (-30) = 130^\circ$.
- $u_1(t)$ está atrasada respecto a $u_2(t)$. El ángulo de retraso es 130° .

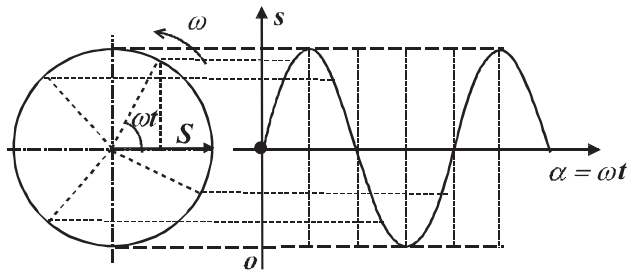
4.2. Concepto de fasor

La utilización de señales sinusoidales en forma cartesiana es complicada e incómoda para sumar, restar y realizar todas las operaciones necesarias para la Teoría de Circuitos. Para evitarlo se emplea la *notación fasorial*.

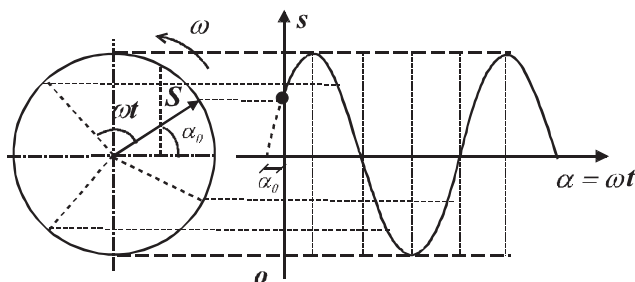
Un *fasor* es una versión transformada de una onda sinusoidal de tensión o corriente que consiste en la información de la *magnitud* y el *ángulo de desfase*. El método del fasor lo presentó Steinmetz en 1893:

Un *fasor* es un segmento que gira con velocidad angular en sentido contrario al reloj.

En el instante de tiempo $t = 0$,



si $y(t) = A \cdot \sin(\omega t)$
el fasor es $A \angle 0^\circ$



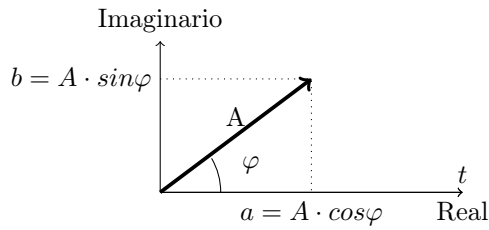
Si $y(t) = A \sin(\omega t + \alpha_0)$
el fasor es $A \angle \alpha_0$

4.2.1. Notación para los fasores

Un fasor se puede expresar con 3 notaciones distintas. Sea la función temporal $y(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$:

- *Notación polar:* $\underline{Y} = A \angle \varphi$
- *Notación exponencial:* $\underline{Y} = A \cdot e^{j \cdot \varphi}$
- *Notación binómica:* $\underline{Y} = A \cdot \cos \varphi + j \cdot A \cdot \sin \varphi$

Las notaciones más empleadas en electrotecnia son la polar y la binómica.



$\underline{Y} = A\angle\varphi = A \cdot \cos\varphi + j \cdot A \cdot \sin\varphi = a + j \cdot b$ El módulo de la notación polar es: $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ y el argumento es: $\varphi = \arctan\frac{b}{a}$

- La notación polar facilita la multiplicación y la división:

$$\underline{Y}_1 = A_1\angle\varphi_1$$

$$\underline{Y}_2 = A_2\angle\varphi_2$$

$$\underline{Y}_1 \cdot \underline{Y}_2 = (A_1 \cdot A_2)\angle(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_2} = \frac{A_1}{A_2}\angle(\varphi_1 - \varphi_2)$$

- La notación binómica facilita la suma y la resta:

$$\underline{Y}_1 = A_1 \cdot \cos\varphi_1 + j \cdot A_1 \cdot \sin\varphi_1$$

$$\underline{Y}_2 = A_2 \cdot \cos\varphi_2 + j \cdot A_2 \cdot \sin\varphi_2$$

$$\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = (A_1 \cdot \cos\varphi_1 + A_2 \cdot \cos\varphi_2) + j(A_1 \cdot \sin\varphi_1 + A_2 \cdot \sin\varphi_2)$$

$$\underline{Y}_1 - \underline{Y}_2 = (A_1 \cdot \cos\varphi_1 - A_2 \cdot \cos\varphi_2) + j(A_1 \cdot \sin\varphi_1 - A_2 \cdot \sin\varphi_2)$$

- Derivada de magnitudes sinusoidales: la derivada de una magnitud sinusoidal es otra función sinusoidal que adelanta 90° con respecto de la original y el módulo multiplica por ω a la original.

$$y(t) = A_0 \cdot \sin\omega t \rightarrow \frac{dy(t)}{dt} = A_0 \cdot \omega \cdot \cos\omega t = A_0 \cdot \omega \cdot (\sin\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\underline{Y} = A_0\angle 0^\circ \rightarrow \frac{dy(t)}{dt} = A_0 \cdot \omega\angle 90^\circ$$

- Para adelantar 90° un fasor, basta con multiplicar por el operador $j = 1\angle 90^\circ$
- Integral de magnitudes sinusoidales: la primitiva de una magnitud sinusoidal es otra función sinusoidal que retrasa 90° con respecto de la original y el módulo divide por ω a la original.

$$a(t) = A_0 \cdot \sin\omega t \rightarrow \int a(t) \cdot dt = \int A_0 \cdot \sin\omega t \cdot dt = -\frac{A_0}{\omega} \cos\omega t = \frac{A_0}{\omega} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$\underline{a} = A_0\angle 0^\circ \rightarrow \int a(t) \cdot dt = \frac{A_0}{\omega}\angle -90^\circ$$

- Dividir un vector entre j es igual que multiplicar por $-j$

$$\frac{1}{j} = \frac{1}{1\angle 90^\circ} = \frac{1}{1}\angle 0^\circ - 90^\circ = -1\angle 90^\circ = -j$$

Ejemplo 2.

Siendo $u_1(t) = 5 \cdot \sin(100\pi t + 30^\circ)$ V y $u_2(t) = 20 \cdot \sin(100\pi t + 60^\circ)$ V, calcular $u_1(t) + u_2(t)$ a) utilizando funciones sinusoidales; b) utilizando el análisis fasorial.

Resolución

a) Teniendo en cuenta que $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$, se puede escribir:

$$\begin{aligned} u_1(t) + u_2(t) &= 5 \left(\sin 100\pi t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos 100\pi t \cdot \frac{1}{2} \right) + 20 \left(\sin 100\pi t \cdot \frac{1}{2} + \cos 100\pi t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \\ &= \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} + 10 \right) \sin 100\pi t + \left(\frac{5}{2} + 10\sqrt{3} \right) \cos 100\pi t = C \cdot \cos \varphi \cdot \sin 100\pi t + C \cdot \sin \varphi \cdot \cos 100\pi t \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\blacksquare C^2 = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} + 10 \right)^2 + \left(\frac{5}{2} + 10\sqrt{3} \right)^2 = 24,46 \text{ y}$$

$$\blacksquare \tan \varphi = \frac{\left(\frac{5}{2} + 10\sqrt{3} \right)}{\left(\frac{5\sqrt{3}}{2} + 10 \right)} = 1,38 \Rightarrow \varphi = 54,13^\circ$$

Consecuentemente,

$$u_1(t) + u_2(t) = 24,46 (\sin 100\pi t \cdot \cos 54,13^\circ + \cos 100\pi t \cdot \sin 54,13^\circ) = 24,46 \cdot \sin(100\pi t + 54,13^\circ) \text{ V}$$

b) Los fasores correspondientes a las funciones $u_1(t)$ y $u_2(t)$ son $\underline{U}_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ \text{ V}$ y $\underline{U}_2 = \frac{20}{\sqrt{2}} \angle 60^\circ \text{ V}$. La suma de estos fasores:

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \frac{24,46}{\sqrt{2}} \angle 54,13^\circ \text{ V}$$

Por lo tanto,

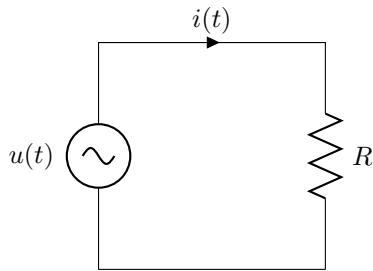
$$u_1(t) + u_2(t) = 24,46 \cdot \sin(100\pi t + 54,13^\circ) \text{ V}$$

4.3. Valor eficaz y valor pico a pico

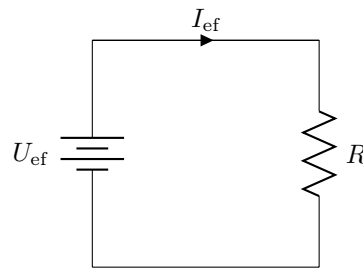
El *valor medio* de una onda sinusoidal es cero:

$$U_{\text{med}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot dt = 0 \quad (4.7)$$

El *valor eficaz* de una corriente alterna es aquel valor de la corriente continua que al atravesar una resistencia daría lugar a la misma disipación de potencia:



$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot R \cdot dt$$



$$P = I_{\text{ef}}^2 \cdot R$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot R \cdot dt = \frac{R}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt = I_{\text{ef}}^2 \cdot R \quad (4.8)$$

$$I_{\text{ef}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt \Rightarrow I_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) \cdot dt} \quad (4.9)$$

Si $i(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$; $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\begin{aligned}
 I_{\text{ef}} &= \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} [I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)]^2 dt} = \\
 &= \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} I_0^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi) dt} = \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \pi} I_0^2 \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{\omega}} \frac{1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)}{2} dt} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

Por otra parte, el *valor pico a pico* de una magnitud eléctrica sinusoidal es la diferencia entre su máximo o pico positivo y su pico negativo. Como los valores del seno y del coseno están comprendidos entre +1 y -1, las señales sinusoidales oscilan entre los valores $+A_0$ y $-A_0$. Por lo tanto, el valor pico a pico es $A_{\text{P-P}} = A_0 - (-A_0) = 2 \cdot A_0$.

Ejemplo 3.

- a) $u(t) = 150 \cdot \cos(500t + 45^\circ)$ V $\Rightarrow \underline{U} = \frac{150}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ$ V
 b) $\underline{U}_2 = 180 \angle 15^\circ$ V $\Rightarrow u_2(t) = 180\sqrt{2} \cdot \cos(500t + 15^\circ)$ V
 c) $i(t) = 15 \cdot \sin(2000t + 20^\circ) = 15 \cdot \cos(2000t + 20^\circ - 90^\circ) = 15 \cdot \cos(2000t - 70^\circ)$ A $\Rightarrow \underline{I} = \frac{15}{\sqrt{2}} \angle -70^\circ$ A

Ejemplo 4.

Si $i(t) = 12 \cdot \sin(314t + 45^\circ)$ A, calcular: a) la frecuencia; b) el periodo; c) la amplitud; d) el valor pico a pico; e) el valor eficaz; f) el valor instantáneo cuando $t = 1$ s.

Resolución

- a) $\omega = 314 = 2\pi f \Rightarrow f = 50$ Hz
 b) $T = \frac{1}{f} = 0,02$ s = 20 ms
 c) $I_0 = 12$ A
 d) $I_{\text{P-P}} = 2 \cdot I_0 = 24$ A
 e) $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 8,49$ A
 f) $i(t = 1 \text{ s}) = 12 \cdot \sin(314 \text{ rad/s} \cdot 1 \text{ s} + 45^\circ)$ A =

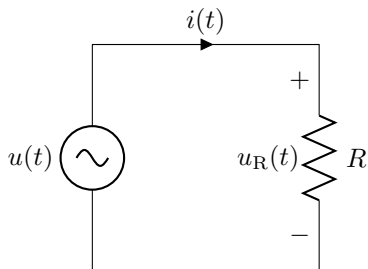
- $= 12 \cdot \sin\left(314 \text{ rad} \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} + 45^\circ\right) = 7,03$ A
- $= 12 \cdot \sin\left(314 \text{ rad} + 45^\circ \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}\right) = 7,03$ A

4.4. Respuesta de elementos ideales en corriente alterna

4.4.1. Resistencia

Si se conecta una resistencia en bornes de una fuente de tensión sinusoidal, esta tensión cae en la resistencia.

Se aplica la ley de Ohm:



$$\begin{aligned}
 u(t) &= U_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_U) \\
 u(t) &= u_R(t) = R \cdot i(t) \\
 i_R &= i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \sin(\omega t + \varphi_U)
 \end{aligned}$$

De donde se deduce que para la onda de la corriente:

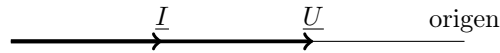
- La amplitud es:

$$I_0 = U_0/R \quad (4.11)$$

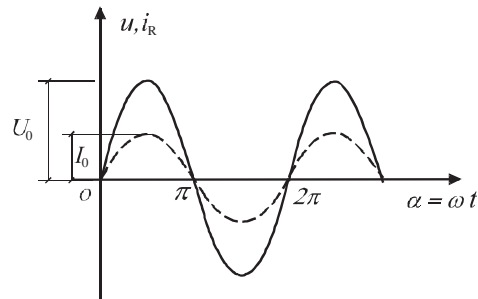
- El ángulo es:

$$\varphi_I = \varphi_U \rightarrow \varphi_U - \varphi_I = 0^\circ \quad (4.12)$$

El diagrama fasorial de la corriente y la tensión de una resistencia es:



En una resistencia la tensión y la corriente están en fase:



Si se expresan las magnitudes en forma fasorial:

$$\underline{I} = I_{ef} \angle \varphi_I \quad (4.13)$$

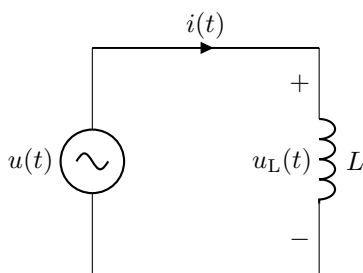
$$\underline{U} = U_{ef} \angle \varphi_U = (I_{ef} \cdot R) \angle \varphi_I = (I_{ef} \angle \varphi_I) \cdot R = \underline{I} \cdot R \quad (4.14)$$

La ley de Ohm se puede expresar de forma fasorial:

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I} \quad (4.15)$$

4.4.2. Bobina

Si se conecta una bobina en bornes de una fuente de tensión sinusoidal, esta tensión cae en la bobina. Se aplica la ley de la bobina:



$$i_L = i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_I)$$

$$u(t) = u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \cdot I_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) = L \cdot I_0 \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \varphi_I + 90^\circ) = U_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_U) \quad (4.16)$$

De donde se deduce que en la onda de la tensión

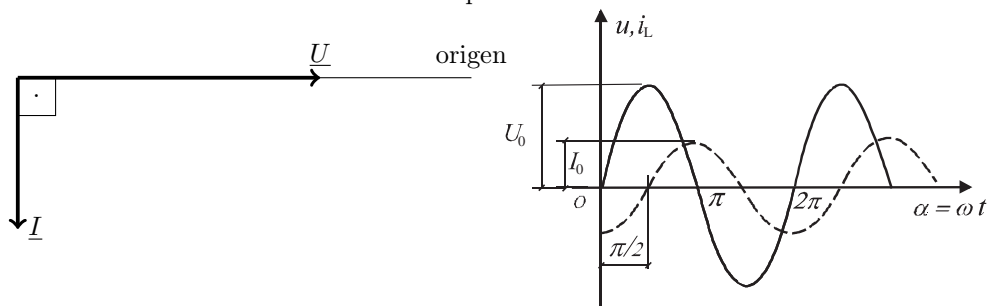
- La amplitud es:

$$U_0 = I_0 \cdot L \cdot \omega \quad (4.17)$$

- El ángulo es:

$$\varphi_U = \varphi_I + 90^\circ \rightarrow \varphi_U - \varphi_I = 90^\circ \quad (4.18)$$

En una bobina la tensión adelanta 90° respecto de la corriente:



Si se expresan las magnitudes en forma fasorial:

$$\underline{I} = I_{ef} \angle \varphi_I \quad (4.19)$$

$$\underline{U} = U_{ef} \angle \varphi_U = I_{ef} \cdot L \cdot \omega \angle (\varphi_I + 90^\circ) = I_{ef} \cdot L \cdot \omega \angle \varphi_I \cdot j = j \cdot L \cdot \omega \cdot I_{ef} \angle \varphi_I \quad (4.20)$$

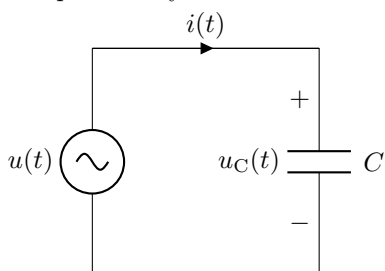
La ley de la bobina en forma fasorial es:

$$\underline{U} = j \cdot L \cdot \omega \cdot \underline{I} \quad (4.21)$$

4.4.3. Condensador

Si se conecta un condensador en bornes de una fuente de tensión sinusoidal, esta tensión cae en el condensador.

Se aplica la ley del condensador:



$$i(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_I)$$

$$i(t) = i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$\begin{aligned} u_C(t) &= u_0 + \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt = 0 + \frac{1}{C} \int I_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \cdot dt = \\ &= \frac{I_0}{C \cdot \omega} \sin(\omega t + \varphi_I) = \frac{I_0}{C \cdot \omega} \cos(\omega t + \varphi_I - 90^\circ) = U_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \end{aligned} \quad (4.22)$$

De donde se deduce que en la onda de tensión:

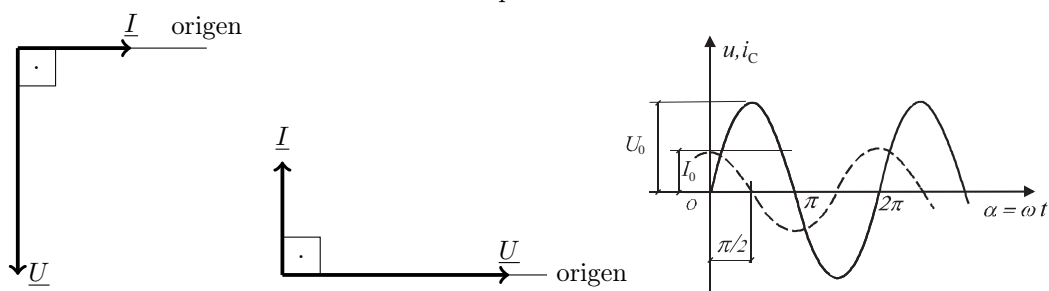
- La amplitud es:

$$\frac{I_0}{C \cdot \omega} \quad (4.23)$$

- El ángulo es:

$$\varphi_U = \varphi_I - 90^\circ \rightarrow \varphi_U - \varphi_I = -90^\circ \quad (4.24)$$

En un condensador la tensión retrasa 90° respecto de la corriente:



Si se expresan las magnitudes en forma fasorial:

$$\underline{I} = I_{\text{ef}} \angle \varphi_I \quad (4.25)$$

$$\underline{U} = U_{\text{ef}} \angle \varphi_U = \frac{I_{\text{ef}}}{C \cdot \omega} \angle (\varphi_I - 90^\circ) = \frac{I_{\text{ef}}}{C \cdot \omega} \frac{\angle (\varphi_I)}{\angle 90^\circ} = \frac{I_{\text{ef}} \angle \varphi_I}{C \cdot \omega \cdot j} = \frac{\underline{I}}{C \cdot \omega \cdot j} \quad (4.26)$$

La ley del condensador en forma fasorial es:

$$\underline{U} = \frac{1}{C \cdot \omega \cdot j} \underline{I} \quad (4.27)$$

4.4.4. Tabla resumen

Elemento	Ley temporal	Ley frecuencial
R	$u_{\text{R}}(t) = R \cdot i(t)$	$\underline{U} = R \cdot \underline{I}$
L	$u_{\text{L}}(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$\underline{U} = j \cdot L \cdot \omega \cdot \underline{I}$
C	$u_{\text{C}}(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt$	$\underline{U} = \frac{1}{C \cdot \omega \cdot j} \underline{I}$

4.5. Impedancia

Según la tabla anterior, las expresiones fasoriales de tensión en la bobina y el condensador son análogos a la ley de Ohm.

La *impedancia* es la relación entre la tensión y la corriente de un elemento.

$$\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z} = \frac{U_{\text{ef}} \angle \varphi_U}{I_{\text{ef}} \angle \varphi_I} = \frac{U_{\text{ef}}}{I_{\text{ef}}} \angle (\varphi_U - \varphi_I) = Z \angle \varphi \quad (4.28)$$

Para cada elemento se tiene:

Elemento	Impedancia
R	$\underline{Z} = R$
L	$\underline{Z} = j \cdot L \cdot \omega$
C	$\underline{Z} = \frac{1}{C \cdot \omega \cdot j} = -j \frac{1}{C \cdot \omega}$

Una vez definida la impedancia se tiene la *generalización de la Ley de Ohm* $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$

- *Notación polar* de la impedancia: $\underline{Z} = Z \angle \varphi$
- *Notación binómica* de la impedancia: $\underline{Z} = Z \cdot \cos \varphi + j \cdot Z \cdot \sin \varphi = R + j \cdot X$ donde X se denomina *reactancia*.

La unidad de estas magnitudes (impedancia, resistencia y reactancia) es el *ohmio*, $[\Omega]$.

En una impedancia:

- Cuando el ángulo de fase es cero: la parte imaginaria es nula y, por lo tanto, el elemento no tiene parte inductiva ni capacitiva, es un *resistencia pura*.

Ejemplo 5. $\underline{Z} = 10 \angle 0^\circ \Omega = 10(\cos 0^\circ + j \cdot \sin 0^\circ) \Omega = 10 \Omega$

- Cuando el ángulo de fase es positivo: la parte imaginaria es positiva y, por lo tanto, en el elemento prevalece la parte inductiva sobre la capacitiva.

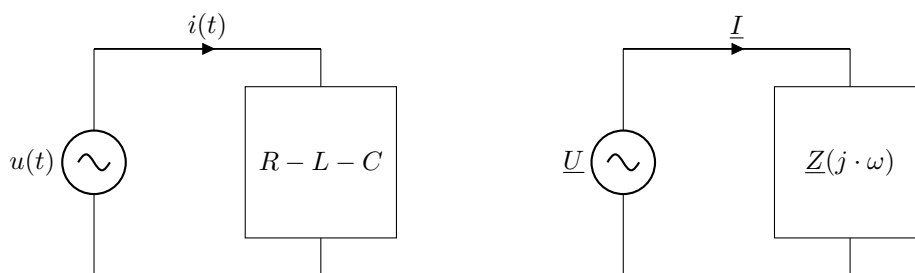
Ejemplo 6. $\underline{Z} = 10\angle 30^\circ \Omega = 10(\cos 30^\circ + j \cdot \sin 30^\circ) \Omega = (8,66 + 5 \cdot j) \Omega$

- Cuando el ángulo de fase es negativo: la parte imaginaria es negativa y, por lo tanto, en el elemento prevalece la parte capacitiva sobre la inductiva.

Ejemplo 7. $\underline{Z} = 10\angle -30^\circ \Omega = 10(\cos(-30^\circ) + j \cdot \sin(-30^\circ)) \Omega = (8,66 - 5 \cdot j) \Omega$

4.6. Circuito equivalente en dominio frecuencial

Aplicando el concepto de impedancia, el circuito eléctrico temporal se transforma al *dominio frecuencial*.



4.6.1. Asociación de impedancias

La ley de Ohm en el dominio temporal es $u(t) = R \cdot i(t)$, y en el dominio frecuencial $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$. Las dos ecuaciones son análogas, con lo cual las leyes obtenidas en circuitos resistivos se generalizan para el dominio frecuencial.

4.6.1.1. Asociación en serie

$$\underline{Z}_{\text{eq}} = \sum \underline{Z}_i \quad (4.29)$$

4.6.1.2. Asociación en paralelo

$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{eq}}} = \sum \left(\frac{1}{\underline{Z}_i} \right) \quad (4.30)$$

4.6.2. Admitancia

La admitancia es la inversa de la impedancia $\underline{Z} = R + j \cdot X$:

$$Y = \frac{1}{\underline{Z}} \quad (4.31)$$

Es un número complejo:

$$\underline{Y} = G + j \cdot B \quad (4.32)$$

donde G es la conductancia y B es la susceptancia. La unidad de estas magnitudes (admitancia, conductancia y susceptancia) es el *siemens*, [S].

4.6.2.1. Asociación en serie de admitancias

$$\frac{1}{\underline{Y}_{\text{eq}}} = \sum \left(\frac{1}{\underline{Y}_i} \right) \quad (4.33)$$

4.6.2.2. Asociación en paralelo de admitancias

$$\underline{Y}_{\text{eq}} = \sum \underline{Y}_i \quad (4.34)$$

4.7. Generalización de las leyes de la teoría de circuitos

Aplicando la definición de impedancia se generalizan todas las leyes vistas en corriente continua. Para ello:

- Se tomarán las corrientes y tensiones como fasores:

$$\underline{I} = I_{\text{ef}} \angle \varphi_I$$

$$\underline{U} = U_{\text{ef}} \angle \varphi_U$$

- En las técnicas aplicadas en corriente continua se sustituirán las resistencias por impedancias.

4.7.1. Leyes de Kirchhoff

4.7.1.1. Ley de Kirchhoff de tensiones

La suma algebraica de tensiones en una trayectoria cerrada es nula.

Esta ley se deriva del principio de conservación de energía, que es universal, por lo que se puede generalizar:

$$u_1(t) + u_2(t) + \dots + u_n(t) = 0$$

$$U_{01} \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) + U_{02} \cdot \cos(\omega t + \varphi_2) + \dots + U_{0n} \cdot \cos(\omega t + \varphi_n) = 0$$

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \dots + \underline{U}_n = \sum \underline{U}_i = 0 \quad (4.35)$$

4.7.1.2. Ley de Kirchhoff de corrientes

Esta ley se deriva del principio de conservación de la carga, que es universal, por lo que se puede generalizar

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \dots + \underline{I}_n = \sum \underline{I}_i = 0 \quad (4.36)$$

4.7.2. Divisor de tensión y de corriente

El divisor de tensión y corriente es una aplicación de las Leyes de Kirchhoff y la Ley de Ohm. Como éstas se pueden generalizar, el cálculo de divisor de tensión y de corriente es análogo al de corriente continua.

4.7.2.1. Divisor de tensión

$$\underline{U}_i = \underline{U}_s \cdot \frac{\underline{Z}_i}{\underline{Z}_{\text{eq}}} \quad (4.37)$$

$$\underline{Z}_{\text{eq}} = \sum \underline{Z}_i \quad (4.38)$$

4.7.2.2. Divisor de corriente

$$\underline{I}_i = \underline{I}_s \frac{\underline{Z}_{\text{eq}}}{\underline{Z}_i} \quad (4.39)$$

$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{eq}}} = \sum \frac{1}{\underline{Z}_i} \quad (4.40)$$

4.7.3. Método de mallas en dominio frecuencial

Pasos a seguir:

1. Expresar las fuentes independientes como fasores.
2. Utilizando la frecuencia angular ω , calcular las impedancias.
3. Identificar las mallas y asignar una corriente a cada malla.
4. Aplicar la Ley de Kirchhoff de tensiones a cada malla.
Si los circuitos tienen fuentes de corriente, aplicar una *supermalla*.
5. En las ecuaciones obtenidas las únicas incógnitas deben ser las corrientes. Habrá tantas ecuaciones como incógnitas.
6. Resolver el sistema de ecuaciones para calcular las corrientes de malla.
7. Resolver el resto de las magnitudes.
8. Pasar las magnitudes a dominio temporal.

4.7.4. Método de nodos en dominio frecuencial

Pasos a seguir:

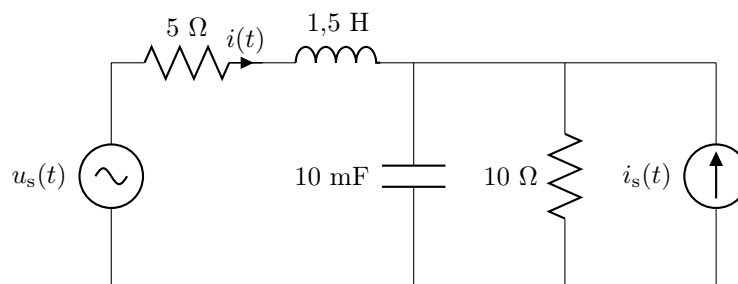
1. Expresar fuentes independientes como fasores.
2. Utilizando la frecuencia angular ω , calcular las impedancias .
3. Identificar las tensiones de cada nodo y tomar un nodo de referencia, $U_{\text{ref}} = 0$.
4. Aplicar la Ley de Kirchhoff de corrientes en cada nodo, $\sum I_i = 0$.
Si los circuitos tienen fuentes de tensión aplicar un *supernodo*.
5. En las ecuaciones obtenidas las únicas incógnitas deben ser las tensiones. Habrá tantas ecuaciones como incógnitas.
6. Resolver el sistema de ecuaciones para calcular las tensiones de nodo.
7. Resolver el resto de las magnitudes.
8. Pasar las magnitudes a dominio temporal.

4.7.5. Superposición

La superposición es especialmente útil en el caso de tener fuentes independientes de distinta frecuencia angular

Ejemplo 8.

Calcular la corriente $i(t)$ cuando $u_s(t) = 10 \cdot \cos 10t$ V e $i_s(t) = 3$ A.



Resolución

1. Calcular los fasores correspondientes a cada fuente:

$$u_s(t) = 10 \cdot \cos \omega t \text{ V} \rightarrow U_{ef} = \frac{10}{\sqrt{2}}; \varphi_u = 0; \omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$i_s = 3 \text{ A} \rightarrow \omega = 0$$

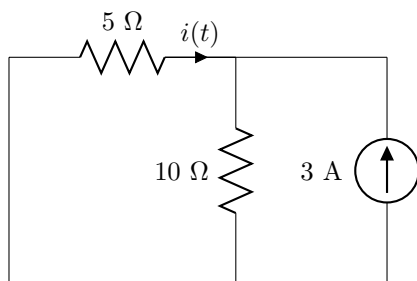
es corriente continua, sólo existen las resistencias.

2. Circuito a:

Se desconecta la fuente de tensión y sólo se tiene la fuente de corriente de frecuencia angular $\omega = 0$. En corriente continua la bobina se comporta como un cortocircuito y el condensador como circuito abierto. Se comprueba que las impedancias son:

$$\underline{Z}_L = j \cdot L \cdot \omega = j \cdot 0 \rightarrow \text{Cortocircuito}$$

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{C \cdot \omega} = -j \cdot \infty \rightarrow \text{Circuito abierto}$$



$$\underline{I}_a = -3 \frac{10}{5+10} = -2 \text{ A}$$

$$i_a(t) = -2 \text{ A}$$

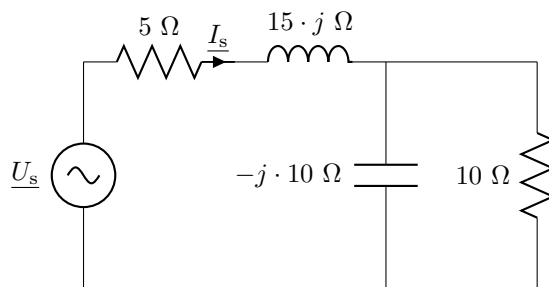
3. Circuito b:

Sólo tiene la fuente de tensión de frecuencia angular $\omega = 10 \text{ rad/s}$, ya que se desconecta la fuente de corriente.

$$\underline{U}_s = \frac{10}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\underline{Z}_L = j \cdot L \cdot \omega = j \cdot 15 \Omega$$

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{C \cdot \omega} = -j \cdot 10 \Omega$$



$$\underline{Z}_1 = \frac{10(-j \cdot 10)}{10 - j \cdot 10} = \frac{-j \cdot 100}{10 - j \cdot 10} = (5 - j \cdot 5) \Omega$$

$$\underline{Z}_{eq} = (5 + j \cdot 15) + (5 - j \cdot 5) = (10 + j \cdot 10) \Omega$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_s}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{10/\sqrt{2}}{10 + j \cdot 10} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0,5 - j \cdot 0,5) = \frac{1}{\sqrt{2}} 0,707 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$i_b(t) = 0,707 \cdot \cos(10t - 45^\circ) \text{ A}$$

4. Se aplica el teorema de superposición:

$$i(t) = i_a(t) + i_b(t) = -2 + 0,707 \cdot \cos(10t - 45^\circ) \text{ A}$$

4.7.6. Teorema de Thevenin y Norton

Los teoremas de Thevenin y Norton se aplican a circuitos expresados en dominio frecuencial igual que en los circuitos resistivos.

Capítulo 5

POTENCIA EN SISTEMAS MONOFÁSICOS

5.1. Potencia instantánea

En el tema 1 se definió la potencia como $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

En un circuito de corriente alterna la tensión $u(t)$ y la corriente $i(t)$ son variables en el tiempo, por lo tanto, la potencia también lo será. Debido a ello, a $p(t)$ se le denomina *potencia instantánea*.

Tal como se dijo:

- Si la corriente de un elemento eléctrico sale por la polaridad positiva de la tensión, dicho elemento genera potencia. Tendrá signo (-).
- Si la corriente de un elemento eléctrico entra por la polaridad positiva de la tensión, dicho elemento absorbe potencia. Tendrá signo (+).

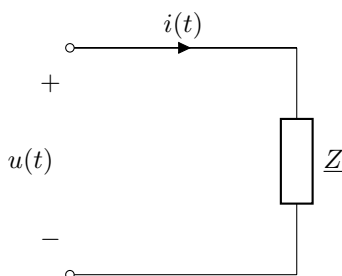
Sea la fuente de tensión $u(t) = U_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_U)$, la corriente por el circuito será: $i(t) = I_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_I)$,
Por lo tanto la potencia instantánea es:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \cdot I_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) = U_M \cdot I_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \quad (5.1)$$

5.2. Potencia promedio o potencia activa

El valor promedio de la potencia es el que se convierte en trabajo y se conoce con el nombre de potencia activa.

En un circuito dado por su impedancia equivalente:



$$\begin{aligned} u(t) &= U_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \rightarrow \underline{U} = U \angle \varphi_U \\ i(t) &= I_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \rightarrow \underline{I} = I \angle \varphi_I \\ p(t) &= U_M \cdot I_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) \end{aligned}$$

Entonces, la potencia promedio o potencia activa vale:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_M \cdot I_M \frac{\cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) + \cos(\varphi_U - \varphi_I)}{2} dt = \\ &= \frac{1}{T} \left[0 + \frac{U_M \cdot I_M}{2} \cos(\varphi_U - \varphi_I) \cdot T \right] = \frac{U_M \cdot I_M}{2} \cos(\varphi_U - \varphi_I) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) \quad (5.2) \end{aligned}$$

aplicando:

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$$

Volviendo a la potencia instantánea definida en la ecuación 5.1:

$$\begin{aligned} p(t) &= U_M \cdot I_M \cdot \cos(\omega t + \varphi_U) \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) = U_M \cdot I_M \frac{\cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) + \cos(\varphi_U - \varphi_I)}{2} = \\ &= U_M \cdot I_M \frac{1}{2} \cos(\varphi_U - \varphi_I) + U_M \cdot I_M \frac{1}{2} \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Teniendo en cuenta que $U = U_M/\sqrt{2}$ y que $I = I_M/\sqrt{2}$ se obtiene:

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) \quad (5.4)$$

La *potencia instantánea* es una onda fluctuante de frecuencia (2ω) sumada al valor promedio.

El ángulo $(\varphi_U - \varphi_I) = \varphi$ es el ángulo de la impedancia del circuito:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} \angle(\varphi_U - \varphi_I) = \frac{U}{I} \angle \varphi$$

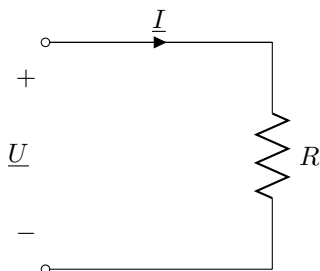
y coincide con el desfase o la diferencia de fase, es decir, la diferencia entre la fase inicial de la tensión y la fase inicial de la corriente (norma UNE-EN 8000-6 de Marzo de 2.009)

Tomando como origen de fases la tensión ($\varphi_U = 0 \Rightarrow \varphi_I = -\varphi$), la expresión 5.4 puede reescribirse como sigue:

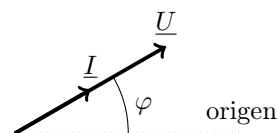
$$\begin{aligned} p(t) &= U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi) = U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos 2\omega t \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \sin 2\omega t \cdot \sin \varphi = \\ &= P \cdot (1 + \cos 2\omega t) + Q \cdot \sin 2\omega t = P + \sqrt{P^2 + Q^2} \cdot \cos(2\omega t - \varphi) \end{aligned} \quad (5.5)$$

siendo $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$ y cumpliéndose que $\varphi = \arctan \frac{Q}{P}$.

5.2.1. Resistencia



$$\begin{aligned} \underline{U} &= U \angle \varphi_U \\ \underline{I} &= I \angle \varphi_I \\ \varphi_U = \varphi_I = \varphi &\Rightarrow (\varphi_U - \varphi_I) = 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$



$$P_R = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \quad (5.7)$$

Ejemplo 1

Si $u(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ V e $i(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - (0^\circ)\right)$ A donde:

- el período es $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12$ s y el desfase entre la tensión y la intensidad $0^\circ \cdot \frac{12}{360^\circ} = 0$ s.

La potencia instantánea vendrá expresada por:

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) = 4 + 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + (0^\circ)\right) \text{ W}$$

donde:

- el período es $T_p = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$ s.

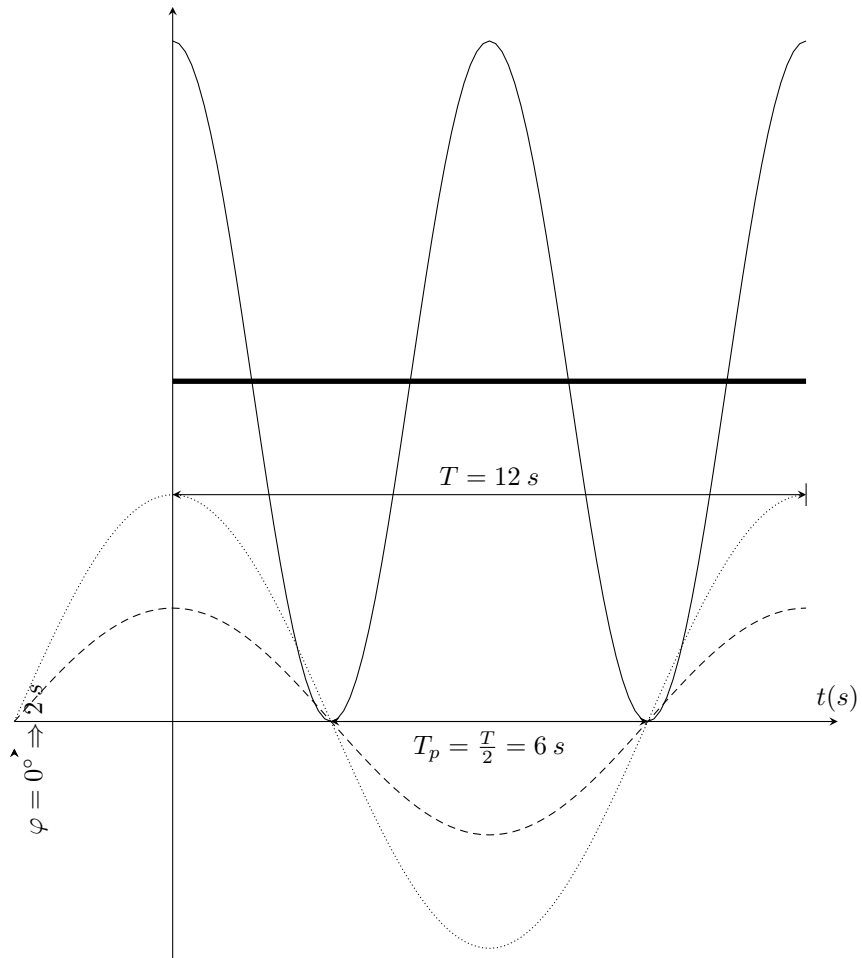
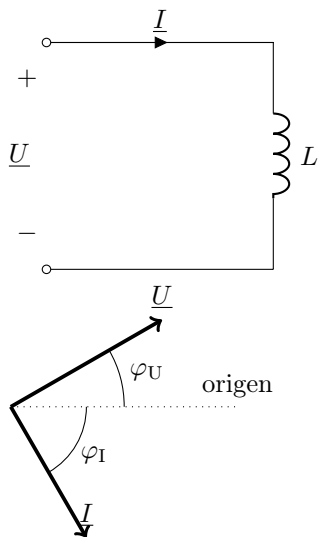


Figura 5.1: Potencia en sistemas monofásicos. Resistivo puro

Leyenda: $u(t)$; $i(t)$ - - - - ; $p(t)$ ——— ; P ———

5.2.2. Bobina



$$\underline{U} = U \angle \varphi_U \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U \angle \varphi_U}{L\omega \angle 90^\circ} = \frac{U}{L\omega} \angle (\varphi_U - 90^\circ)$$

$$\underline{I} = I \angle \varphi_I$$

$$(\varphi_U - 90^\circ) = \varphi_I \Rightarrow (\varphi_U - \varphi_I) = 90^\circ \tag{5.8}$$

$$P_L = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) = 0^\circ \tag{5.9}$$

Ejemplo 2

Si $u(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ V e $i(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - (90^\circ)\right)$ A donde:

- $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12$ s,
- $90^\circ \cdot \frac{12}{360^\circ} = 3$ s.

La potencia instantánea vendrá expresada por:

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) = 0 + 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - (90^\circ)\right) \text{ W}$$

donde:

- $T_p = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$ s.

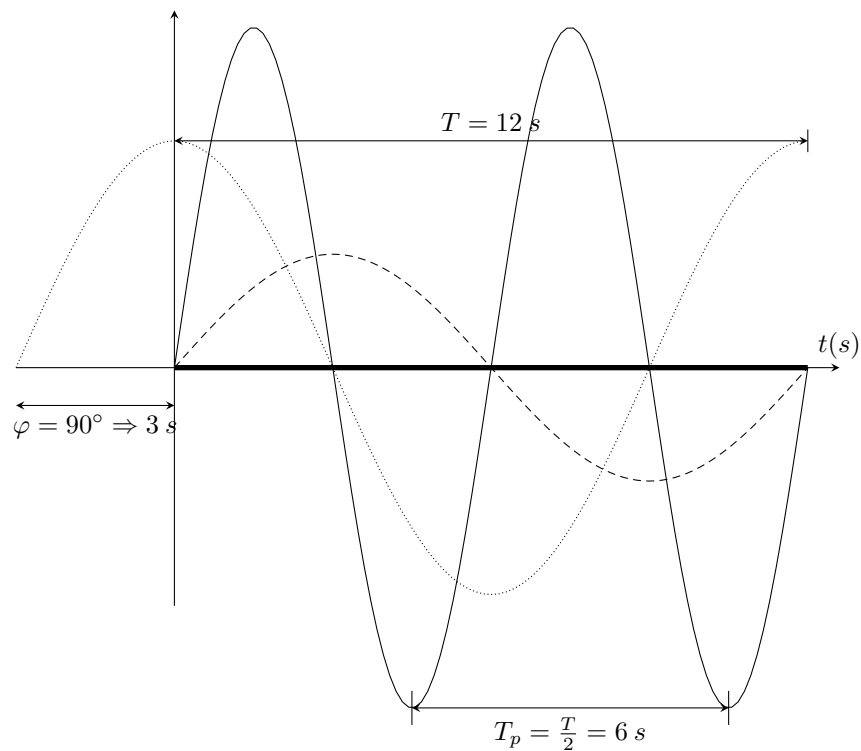
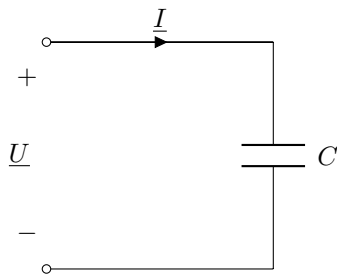


Figura 5.2: Potencia en sistemas monofásicos. Desfase 90° . Inductivo puro.

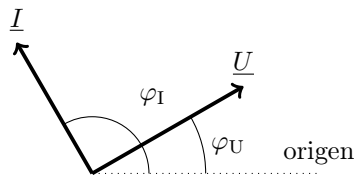
Leyenda: $u(t)$; $i(t)$ - - - - ; $p(t)$ ——— ; P ———

5.2.3. Condensador



$$\underline{U} = U \angle \varphi_U \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U \angle \varphi_U}{1/C \omega \angle -90^\circ} = U \cdot C \omega \angle (\varphi_U + 90^\circ)$$

$$\underline{I} = I \angle \varphi_I$$



$$(\varphi_U + 90^\circ) = \varphi_I \Rightarrow (\varphi_U - \varphi_I) = -90^\circ \quad (5.10)$$

$$P_C = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) = 0 \quad (5.11)$$

Ejemplo 3

Si $u(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ V e $i(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - (-90^\circ)\right)$ A donde:

$$\blacksquare T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12 \text{ s};$$

$$\blacksquare -90^\circ \cdot \frac{12}{360^\circ} = 3 \text{ s}.$$

La potencia instantánea vendrá expresada por:

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) = 0 + 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - (-90^\circ)\right) \text{ W}$$

donde:

$$\blacksquare T_p = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \text{ s}.$$

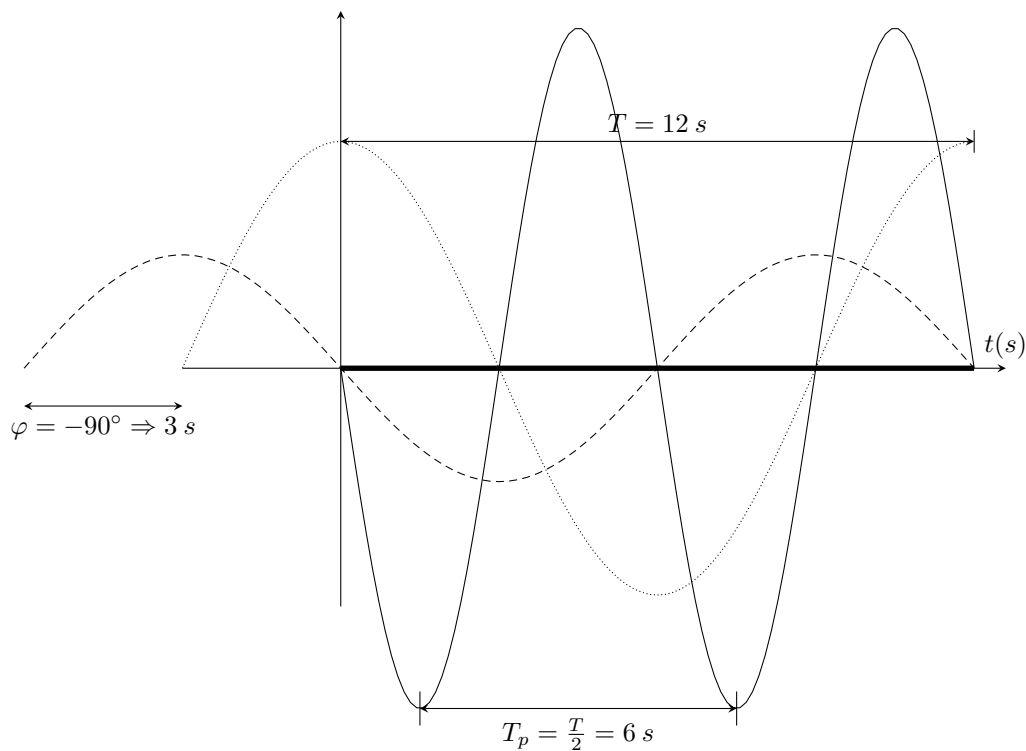


Figura 5.3: Potencia en sistemas monofásicos. Desfase 90° . Capacitivo puro.

Leyenda: $u(t)$; $i(t)$ - - - - - ; $p(t)$ ——— ; P ———

Ejemplo 4. Circuito de carácter inductivo.

Si $u(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ V e $i(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - (60^\circ)\right)$ A donde:

- $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12\text{ s};$

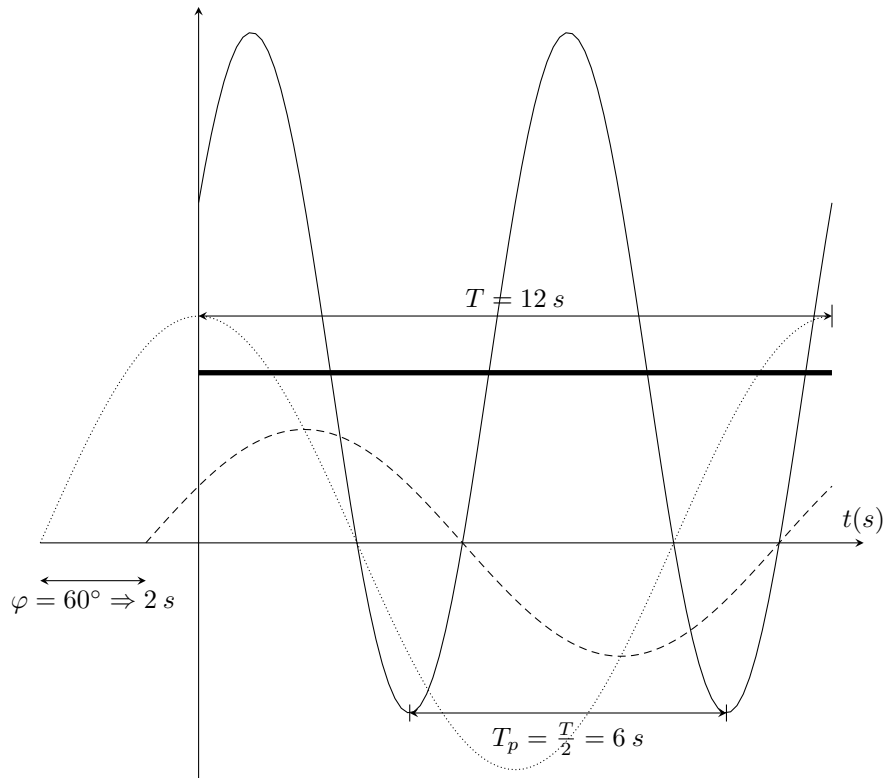
- $60^\circ \cdot \frac{12}{360^\circ} = 2\text{ s}.$

La potencia instantánea vendrá expresada por:

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) = 2 + 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - (60^\circ)\right) \text{ W}$$

donde:

- $T_p = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6\text{ s}.$

Figura 5.4: Potencia en sistemas monofásicos. Desfase 60° . Inductivo.

Leyenda: $u(t)$; $i(t)$ - - - - - ; $p(t)$ ——— ; P ———

Ejemplo 5. Circuito de carácter capacitivo.

Si $u(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ V e $i(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}t - (-60^\circ)\right)$ A donde:

- $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12\text{ s};$

- $-60^\circ \cdot \frac{12}{360^\circ} = 2\text{ s}.$

La potencia instantánea vendrá expresada por:

$$p(t) = p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi_U + \varphi_I) = 2 + 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - (-60^\circ)\right) \text{ W}$$

donde:

- $T_p = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6\text{ s}$

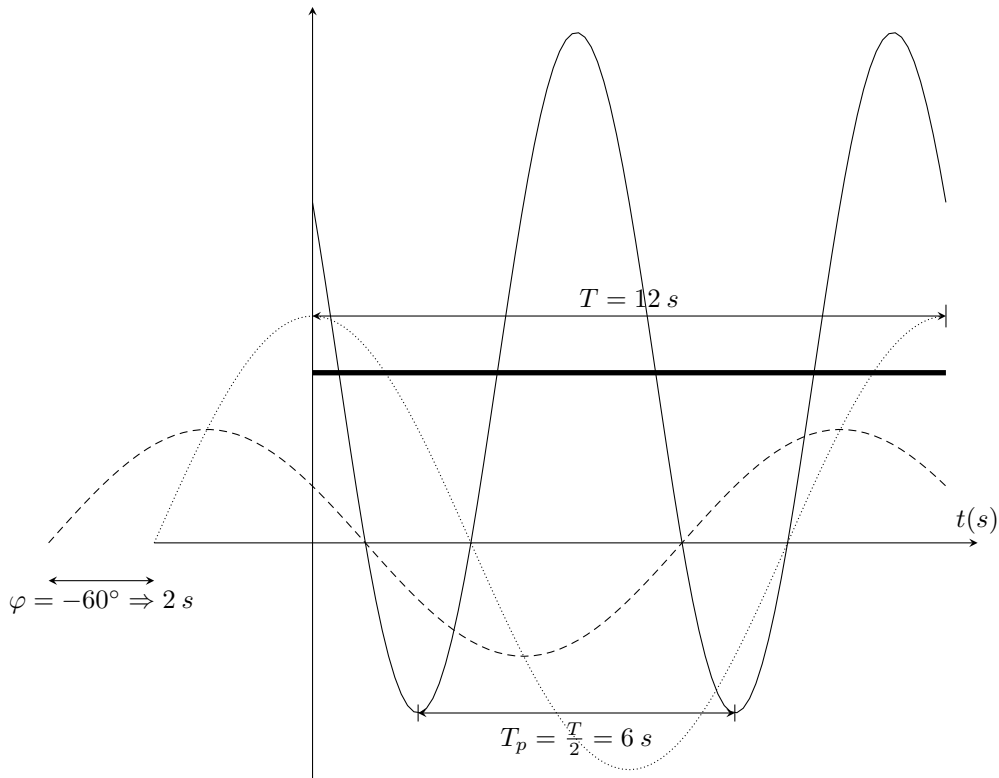


Figura 5.5: Potencia en sistemas monofásicos. Desfase 60° . Capacitivo.

Leyenda: $u(t)$; $i(t)$ - - - - ; $p(t)$ - - - - ; P ———

5.3. Teorema de transferencia de la potencia máxima

Sea un circuito alimentado en corriente alterna que siendo lineal puede sustituirse por su equivalente Thevenin mostrado en la figura 5.6. Supóngase una carga conectada entre los terminales a y b. Se trata de determinar el valor que deberían tener R_L y X_L para que la impedancia $\underline{Z}_L = R_L + jX_L$ absorbiera de dicho circuito la máxima potencia posible. En esta hipótesis se supone que ambos valores son regulables.

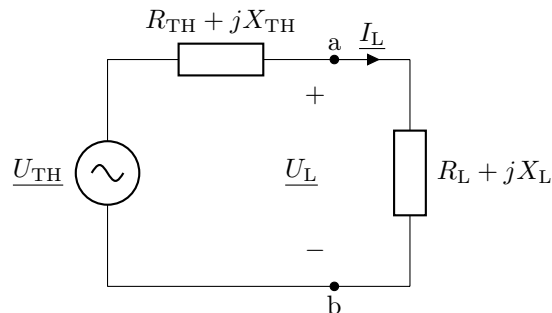


Figura 5.6: Circuito equivalente Thevenin.

La potencia consumida por la impedancia \underline{Z}_L :

$$P_L = I_L^2 \cdot R_L \quad (5.12)$$

siendo \underline{I}_L la intensidad del circuito equivalente Thevenin:

$$\underline{I}_L = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{U_{TH}}{\underline{Z}_{TH} + \underline{Z}_L} = \frac{U_{TH}}{R_{TH} + jX_{TH} + R_L + jX_L} = \frac{U_{TH}}{(R_{TH} + R_L) + j(X_{TH} + X_L)} \quad (5.13)$$

Por lo tanto, el módulo de la intensidad será:

$$I_L = \frac{U_{TH}}{\sqrt{(R_{TH} + R_L)^2 + (X_{TH} + X_L)^2}} \quad (5.14)$$

Entonces, la potencia absorbida por la carga vendrá expresada por:

$$P_L = I_L^2 \cdot R_L = \frac{U_{TH}^2}{(R_{TH} + R_L)^2 + (X_{TH} + X_L)^2} \cdot R_L \quad (5.15)$$

Es decir, la potencia es una función de dos variables, R_L y X_L . Los extremos de la potencia serán los valores de R_L y X_L que hacen nulas las derivadas parciales:

$$\frac{\partial P_L}{\partial X_L} \Big|_{R_L = \text{cte.}} = 0 \Rightarrow X_L = -X_{TH} \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} \Big|_{X_L = -X_{TH}} = 0 \Rightarrow R_L = R_{TH} \quad (5.17)$$

Como además se cumple que:

$$\frac{\partial^2 P_L}{\partial X_L^2} \Big|_{R_L = R_{TH}} < 0$$

$$\frac{\partial^2 P_L}{\partial R_L^2} \Big|_{X_L = -X_{TH}} < 0$$

cuando $R_L = R_{TH}$ y $X_L = -X_{TH}$ la potencia es máxima.

Por lo tanto, si, tal y como aparece en la figura 5.7:

$$\underline{Z}_L = R_{TH} - jX_{TH} = \underline{Z}_{TH}^* \quad (5.18)$$

esta impedancia absorberá el máximo de potencia de dicho circuito.

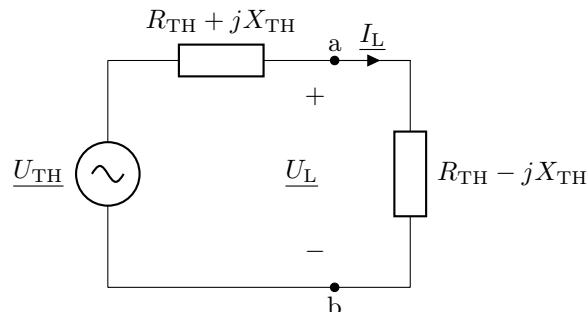


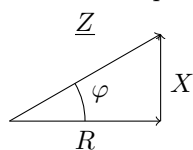
Figura 5.7: Impedancia de la carga para que absorba la máxima potencia.

El valor de dicha potencia será:

$$(P_L)_{\max} = I_L^2 \cdot R_L = \frac{U_{TH}^2}{(R_{TH} + R_{TH})^2 + (X_{TH} - X_{TH})^2} \cdot R_{TH} = \frac{U_{TH}^2}{4 \cdot R_{TH}} \quad (5.19)$$

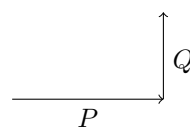
5.4. Potencia reactiva

Se ha visto que la impedancia consta de parte real y parte imaginaria. Por analogía, se tiene:



$$R = Z \cdot \cos\varphi$$

$$X = Z \cdot \sin\varphi$$



$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

La potencia reactiva está relacionada con la componente imaginaria del circuito, se mide en var:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi_U - \varphi_I) \quad (5.20)$$

5.4.1. Resistencia

$$(\varphi_U - \varphi_I) = 0^\circ \Rightarrow Q_R = U \cdot I \cdot \sin(\varphi_U - \varphi_I) = 0$$

5.4.2. Inductancia

$$(\varphi_U - \varphi_I) = 90^\circ \Rightarrow Q_L = U \cdot I \cdot \sin(90^\circ) = U \cdot I = X_L \cdot I^2 = \frac{U^2}{X_L} > 0$$

Absorbe potencia reactiva.



5.4.3. Condensador

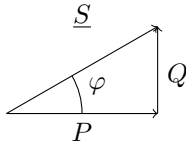
$$(\varphi_U - \varphi_I) = -90^\circ \Rightarrow Q_C = U \cdot I \cdot \sin(-90^\circ) = -U \cdot I = -X_C \cdot I^2 = \frac{-U^2}{X_C} < 0$$

Genera potencia reactiva.



5.5. Triángulo de potencias

Con la potencia activa y reactiva se puede definir la *potencia compleja*:



$$\underline{S} = P + j \cdot Q$$

La parte real es la potencia activa.

La parte imaginaria es la potencia reactiva.

El módulo es la *potencia aparente*.

La potencia activa se convierte en trabajo, mientras que la potencia reactiva es necesaria para magnetizar las máquinas.

Potencia compleja:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= P + j \cdot Q = U \cdot I \cdot \cos\varphi + j \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi = \\ &= U \cdot I(\cos\varphi + j \cdot \sin\varphi) \end{aligned} \quad (5.21)$$

Potencia aparente:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{U^2 \cdot I^2 \cdot \cos^2\varphi + U^2 \cdot I^2 \cdot \sin^2\varphi} = \\ &= \sqrt{U^2 \cdot I^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi)} = U \cdot I \end{aligned} \quad (5.22)$$

Se mide en VA (voltioamperios).

Para cuantificar qué parte de la potencia compleja se convierte en trabajo se define el *factor de potencia* (λ) (normas UNE-EN 8000-6 de Marzo de 2.009 y UNE-EN 60027-4 de Marzo de 2.001) como la relación entre las potencias activa y aparente (incluyendo los armónicos en caso de una dependencia del tiempo no senoidal). Para tensiones y corrientes sinusoidales, el factor de potencia coincide con el *factor de desfase* ($\cos\varphi$) que, según la norma UNE-EN 60027-4 de Marzo de 2.001, es la relación entre la potencia activa y la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la potencia activa y la potencia reactiva (excluyendo los armónicos).

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{U \cdot I \cdot \cos(\varphi_U - \varphi_I)}{U \cdot I} = \cos(\varphi_U - \varphi_I) = \cos\varphi \quad (5.23)$$

Por medio del factor de potencia se puede deducir si el circuito es inductivo o capacitivo:

- $(\varphi_U - \varphi_I) = \varphi > 0 \rightarrow \varphi_U > \varphi_I$ carga inductiva, factor de potencia retrasado.
- $(\varphi_U - \varphi_I) = \varphi < 0 \rightarrow \varphi_U < \varphi_I$ carga capacitiva, factor de potencia en adelante.

Se escoge el criterio de que la potencia reactiva de una bobina es positiva y la de un condensador es negativa por las siguientes razones:

- el triángulo de potencias se construye partiendo del triángulo de impedancias y multiplicando por I^2 ;
- el primer semiperiodo de la potencia instantánea de las bobinas es positivo (figura 5.2) y de los condensadores es negativo (figura 5.3);
- en el sistema eléctrico de potencia la tensión está prefijada y respecto a ella se define la intensidad.

Todas estas razones obligan a definir la potencia compleja como:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \quad (5.24)$$

Por otra parte, aplicando la Ley de Ohm generalizada $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$.

La potencia compleja será:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{U} \cdot \underline{I}^* = (\underline{Z} \cdot \underline{I}) \cdot \underline{I}^* \\ &= \underline{Z} \cdot (I \cdot \cos\varphi + j \cdot I \cdot \sin\varphi)(I \cdot \cos\varphi - j \cdot I \cdot \sin\varphi) = \underline{Z} \cdot I^2 \\ &= (R + j \cdot X) \cdot I^2 = R \cdot I^2 + j \cdot X \cdot I^2 = P + j \cdot Q \end{aligned}$$

de donde

$$P = R \cdot I^2 \quad (5.25)$$

$$Q = X \cdot I^2 \quad (5.26)$$

5.6. Teorema de Boucherot

En un circuito que consta de varias cargas:

- la potencia total activa es la suma de las potencias activas de cada carga;
- la potencia total reactiva es la suma de las potencias reactivas de cada carga;
- la potencia compleja total es la suma de las potencias complejas de cada carga.

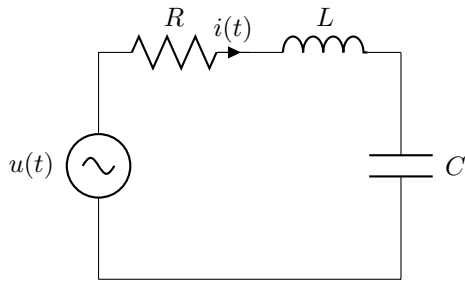
Carga	Potencia activa	Potencia reactiva
Carga nº 1	P_1	Q_1
Carga nº 2	P_2	Q_2
Carga nº 3	P_3	Q_3
TOTAL	P_T	Q_T

$$\underline{S}_T = P_T + jQ_T \quad (5.27)$$

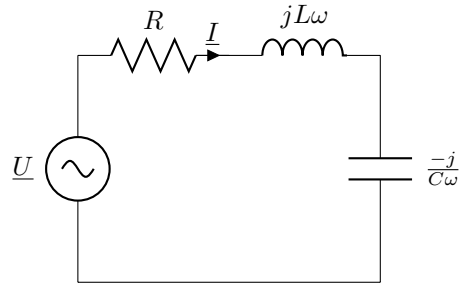
$$\cos\varphi_T = \frac{P_T}{S_T} \quad (5.28)$$

Si se tiene un circuito RLC:

Dominio temporal



Dominio frecuencial



$$\underline{Z} = (R + jX) = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = R + j(L\omega - 1/C\omega) \quad (5.29)$$

$$P_T = P_R + P_L + P_C = I^2 \cdot R + 0 + 0$$

$$Q_T = Q_R + Q_L + Q_C = 0 + I^2 \cdot L\omega + I^2(-1/C\omega)$$

$$Q_T = X \cdot I^2 = I^2 \cdot (L\omega - 1/C\omega) \quad (5.30)$$

Si $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ Carga inductiva ($L\omega - 1/C\omega > 0$) $\rightarrow Q > 0$.

Si $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ Carga capacitiva ($L\omega - 1/C\omega < 0$) $\rightarrow Q < 0$.

Si $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ ($\rightarrow L\omega - 1/C\omega = 0$) $\rightarrow Q = 0$ circuito resonante.

Por último, téngase en cuenta, que por el principio de conservación de la energía, la potencia consumida con las cargas debe ser igual que la potencia suministrada por los generadores:

$$P_{\text{gen}} = P_T \quad (5.31)$$

$$Q_{\text{gen}} = Q_T \quad (5.32)$$

$$S_{\text{gen}} = S_T \quad (5.33)$$

$$\underline{S}_{\text{gen}} = \underline{S}_T \quad (5.34)$$

5.7. Potencia útil

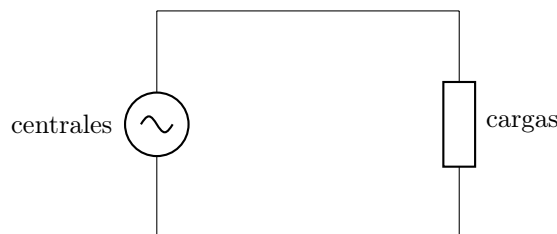
Un motor absorbe potencia eléctrica de la red P_T y la convierte en trabajo P_u . Pero parte de la potencia absorbida se pierde en rozamiento, calor etc. Por ello se define el factor de rendimiento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} \quad (5.35)$$

La potencia total absorbida es : $P_T = U \cdot I \cdot \cos\varphi$

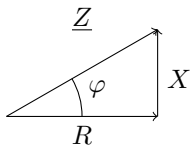
5.8. Mejora del factor de potencia

En el sistema eléctrico de potencia (SEP) la electricidad se genera en las centrales y se transporta hasta las cargas.



La carga tendrá una característica dada por su:

Impedancia



Triángulo de potencia

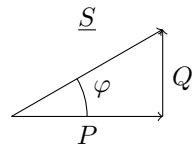
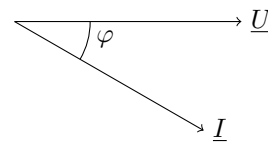


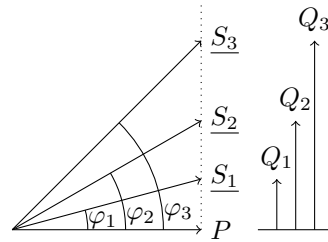
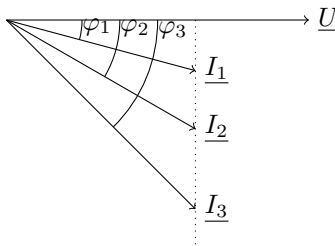
Diagrama fasorial



Supongamos la potencia activa constante:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \Rightarrow I \cdot \cos\varphi = cte.$$

$$Re(\underline{I}) = cte.$$



Teniendo en cuenta que:

$$\underline{I}_1 = I_1 \cdot \cos\varphi_1 - j \cdot I_1 \cdot \sin\varphi_1$$

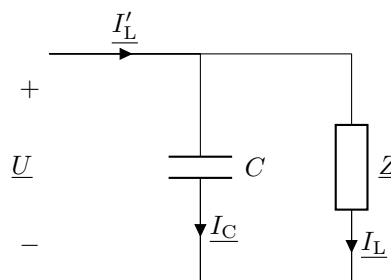
$$\underline{I}_2 = I_2 \cdot \cos\varphi_2 - j \cdot I_2 \cdot \sin\varphi_2$$

$$\underline{I}_3 = I_3 \cdot \cos\varphi_3 - j \cdot I_3 \cdot \sin\varphi_3$$

Se tiene la misma potencia activa con un módulo de corriente I_1 pequeño y factor de potencia $\cos\varphi_1$ grande que con módulo de corriente I_2 grande y factor de potencia $\cos\varphi_2$ pequeño.

Para el transporte de energía interesa que el módulo de corriente sea pequeño para evitar las pérdidas de potencia por el camino. Debido a ello, lo que se hace es penalizar los $\cos\varphi$ bajos.

El objetivo es mejorar el factor de potencia: mantener la misma potencia activa y reducir la reactiva. La mayoría de las cargas industriales son inductivas, que tienen un factor de potencia menor que la unidad; para mejorarlo se coloca un condensador en paralelo.



En este sistema compensado se tiene que:

Triángulo de potencia

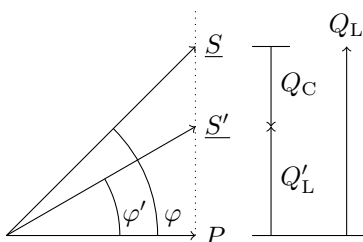
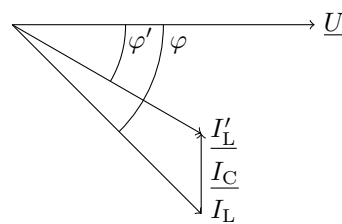


Diagrama fasorial



Los datos que se tienen corresponden al circuito de partida: el módulo de la corriente I o bien la potencia activa P , y el factor de potencia de la instalación $\cos\varphi$.

El objetivo es que la instalación compensada tenga un nuevo factor de potencia: $\cos\varphi'$.

5.8.1. Resolver el problema de mejora del factor de potencia por corrientes:

La corriente cumple que:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\underline{I}) &= I_x = I \cdot \cos\varphi = I' \cdot \cos\varphi' \\ \operatorname{Im}(\underline{I}) &= I_y = I \cdot \sin\varphi + I_C = I' \cdot \sin\varphi' \\ I' &= \frac{I \cdot \cos\varphi}{\cos\varphi'} \\ I_C &= |I'| \sin\varphi' - |I| \sin\varphi \end{aligned} \quad (5.36)$$

$$X_C = \frac{U}{I_C} = \frac{1}{C\omega} \rightarrow C = \frac{I_C}{U\omega} \quad (5.37)$$

5.8.2. Resolver el problema de mejora del factor de potencia por potencias:

Se tiene que $P' = P$, se obtienen

$$\begin{aligned} Q &= P \cdot \tan\varphi \\ Q' &= P' \cdot \tan\varphi' = P \cdot \tan\varphi' \end{aligned}$$

$$Q_C = Q' - Q = P(\tan\varphi' - \tan\varphi) \quad (5.38)$$

$$Q_C = U \cdot I_C \cdot \sin\varphi_C = -U \cdot I_C = \frac{-U^2}{X_C} \quad (5.39)$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} \rightarrow Q_C = -U^2 C\omega \rightarrow C = \frac{-Q_C}{U^2\omega} \quad (5.40)$$

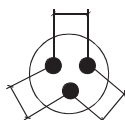
Capítulo 6

CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA

En capítulos anteriores se ha estudiado la corriente alterna monofásica, es decir, circuitos de una sola fase. La representación del sistema monofásico consistía en un circuito alimentado por una tensión alterna y un receptor monofásico (de dos terminales) que absorbe la potencia generada por la fuente. Se ha definido la impedancia para representar los receptores. En las viviendas la mayoría de los receptores son monofásicos (se conectan a un enchufe de dos terminales): lavadoras y lavavajillas, nevera, plancha, aspirador etc. Estas cargas, generalmente, absorben poca potencia.



Pero a nivel industrial, se utilizan máquinas de mayor potencia, por lo cual se suelen alimentar por un sistema de tensión trifásico; es decir, por tres tensiones alternas.

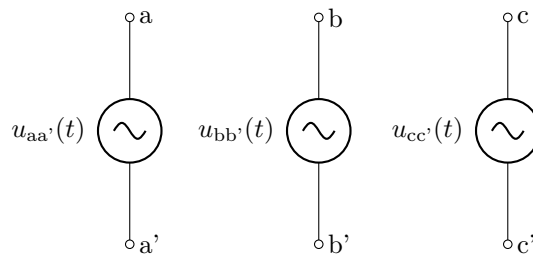


El sistema eléctrico de potencia tiene una parte de generación compuesta por centrales eléctricas donde se genera la energía en los alternadores. La energía trifásica generada en los alternadores se eleva en los transformadores y se transporta (a alta tensión) hasta los puntos de consumo. El sistema de transporte es también trifásico. Finalmente, en los puntos de consumo la carga trifásica se conecta a los tres terminales del sistema trifásico.

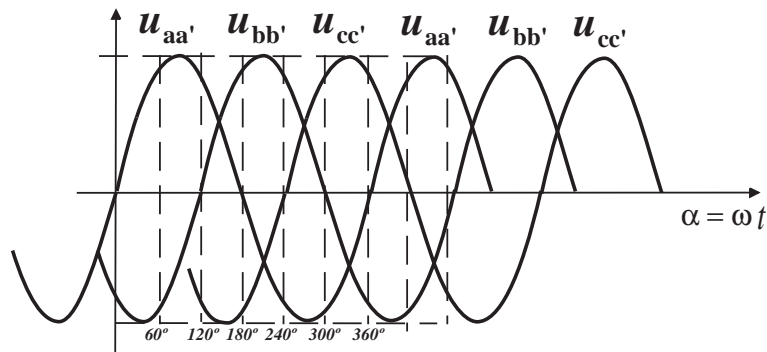
6.1. Generadores trifásicos

Los generadores trifásicos se representan por tres generadores monofásicos conectados de una determinada manera.

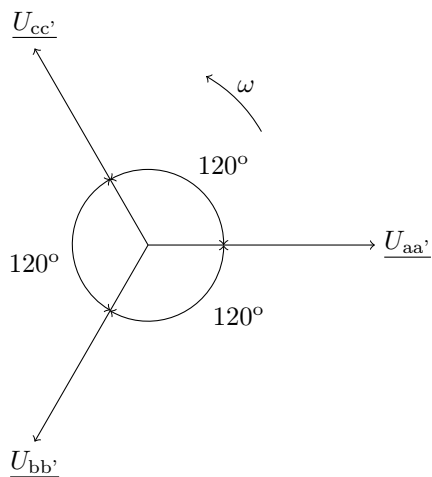
Se dice que el *sistema de generación trifásico es equilibrado*, si los tres generadores monofásicos tienen la misma frecuencia, misma amplitud y el mismo desfase entre ellos. La igualdad de desfase sólo es posible si las señales desfasan 120° .



$$\begin{aligned}
 u_{aa'}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) \text{ V} \\
 u_{bb'}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \text{ V} \\
 u_{cc'}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) = \sqrt{2}U \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ V}
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$



Los fasores correspondientes a las tensiones monofásicas dadas son:



$$\begin{aligned}
 \underline{U}_{aa'} &= U \angle 0^\circ \\
 \underline{U}_{bb'} &= U \angle -120^\circ \\
 \underline{U}_{cc'} &= U \angle -240^\circ = U \angle +120^\circ
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$

El sistema trifásico de tensiones que tiene este orden se llama de *secuencia directa* o *secuencia positiva*. Para simplificar los cálculos se define el *operador a*:

$$\begin{aligned}
 a &= 1 \angle 120^\circ = 1 \cdot \cos(120^\circ) + j \cdot 1 \cdot \sin(120^\circ) = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 a^2 &= a \cdot a = 1 \angle 240^\circ = 1 \angle (-120^\circ)
 \end{aligned}$$

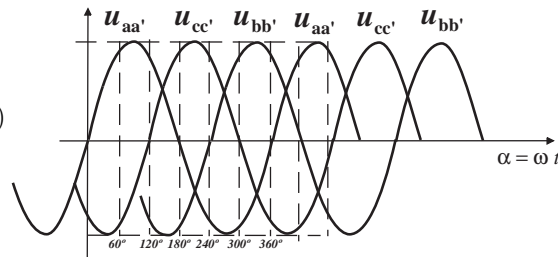
de donde,

$$\begin{aligned}\underline{U}_{aa'} &= U \angle 0^\circ \\ \underline{U}_{bb'} &= U \angle -120^\circ = \underline{U}_{aa'} \cdot a^2 \\ \underline{U}_{cc'} &= U \angle -240^\circ = U \angle +120^\circ = \underline{U}_{aa'} \cdot a\end{aligned}\quad (6.3)$$

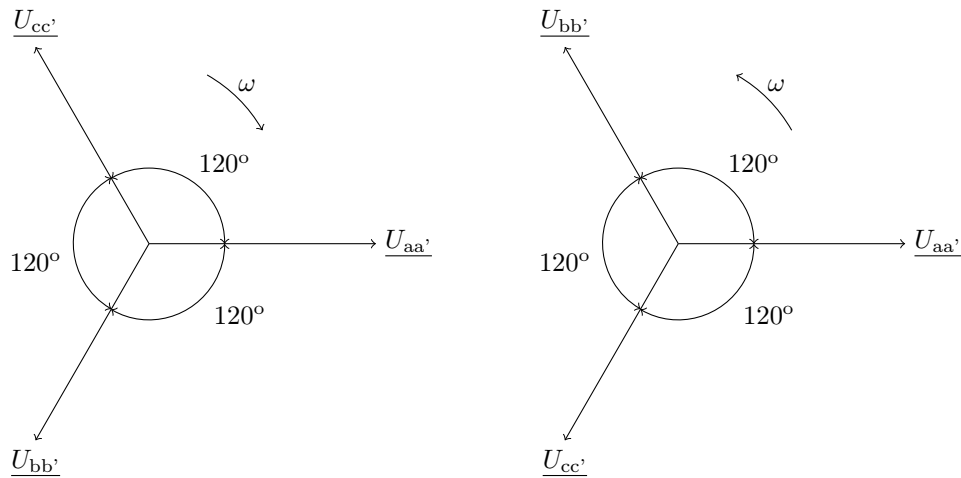
Si se cambia el orden (o secuencia) de las tensiones que generan el sistema trifásico :

$$\begin{aligned}u_{aa'}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) \text{ V} \\ u_{bb'}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ V} \\ u_{cc'}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \text{ V}\end{aligned}\quad (6.4)$$

$$\begin{aligned}\underline{U}_{aa'} &= U \angle 0^\circ \\ \underline{U}_{bb'} &= U \angle -240^\circ = U \angle +120^\circ \\ \underline{U}_{cc'} &= U \angle -120^\circ\end{aligned}\quad (6.5)$$



Este sistema trifásico de tensiones se llama de *secuencia inversa* o *secuencia negativa*. Se puede representar de dos formas:



En una máquina giratoria, si se cambia la secuencia del sistema trifásico de alimentación, la máquina comienza a girar en sentido contrario.

Sea cual sea la secuencia de conexión, en un sistema trifásico de tensiones la suma de las tensiones es nula

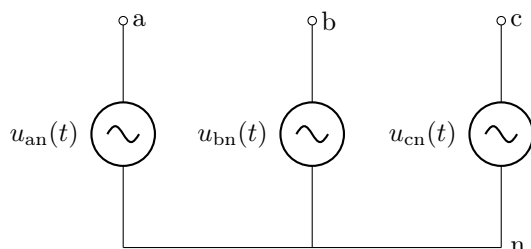
$$u_{aa'}(t) + u_{bb'}(t) + u_{cc'}(t) = 0 \Rightarrow \underline{U}_{aa'} + \underline{U}_{bb'} + \underline{U}_{cc'} = 0 \angle 0^\circ \quad (6.6)$$

Los generadores monofásicos se conectan de dos formas:

- en estrella y
- en triángulo.

6.1.1. Conexión en estrella (Y, λ)

En esta conexión los generadores se unen por el terminal negativo. Es decir, los terminales a', b' y c' forman un punto común llamado *neutro*.



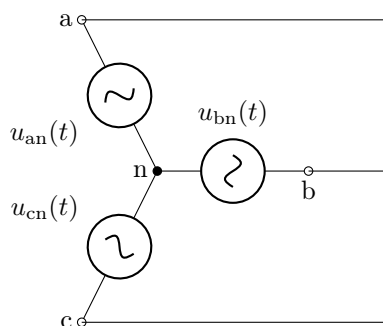
Los terminales a, b y c son las *fases* que se conectan a las líneas de transporte.

La tensión entre una fase y el neutro se llama *tensión simple* o *tensión de fase*. Para un sistema trifásico de secuencia directa:

$$\begin{aligned} u_{an}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) \text{ V} & \underline{U}_{an} &= U \angle 0^\circ \\ u_{bn}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \text{ V} & \underline{U}_{bn} &= U \angle -120^\circ \\ u_{cn}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ V} & \underline{U}_{cn} &= U \angle +120^\circ \end{aligned} \quad (6.7)$$

La tensión de los enchufes de las viviendas se obtiene de esta forma.

La tensión entre dos líneas o dos fases se denomina *tensión de línea* o *tensión compuesta* o *tensión entre fases*. Son $u_{ab}(t)$, $u_{bc}(t)$ y $u_{ca}(t)$.



Se calculan según la Ley de tensiones de Kirchhoff:

$$\begin{aligned} u_{ab}(t) &= u_{an}(t) - u_{bn}(t) = \\ &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) - \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) = \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V} \end{aligned} \quad (6.8)$$

Análogamente,

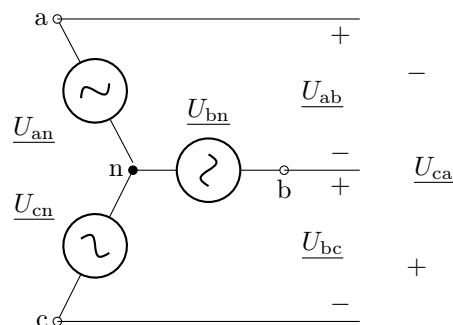
$$u_{bc}(t) = u_{bn}(t) - u_{cn}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ V} \quad (6.9)$$

$$u_{ca}(t) = u_{cn}(t) - u_{an}(t) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 210^\circ) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \sin(\omega t + 150^\circ) \text{ V} \quad (6.10)$$

Las tres tensiones de línea son:

$$\begin{aligned} u_{ab}(t) &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ V} \\ u_{bc}(t) &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \text{ V} \\ u_{ca}(t) &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \sin(\omega t + 150^\circ) \text{ V} \end{aligned}$$

Las tensiones de línea forman también un sistema equilibrado, ya que tienen la misma amplitud y desfasan 120° . Los subíndices indican que la referencia positiva de la tensión compuesta es el primer subíndice y la referencia negativa es el segundo.



Se pueden calcular los fasores de tensión de línea matemáticamente, a partir de los fasores correspondientes a las tensiones de fase:

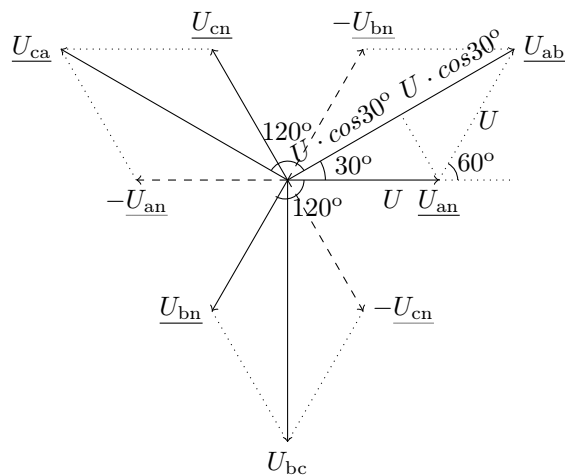
$$\begin{aligned}\underline{U}_{ab} &= \underline{U}_{an} - \underline{U}_{bn} = U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ = \sqrt{3} \cdot U \angle 30^\circ \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_{bn} - \underline{U}_{an} = U \angle -120^\circ + U \angle +120^\circ = \sqrt{3} \cdot U \angle -90^\circ \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_{cn} - \underline{U}_{an} = U \angle +120^\circ - U \angle 0^\circ = \sqrt{3} \cdot U \angle -210^\circ = \sqrt{3} \cdot U \angle 150^\circ\end{aligned}$$

También gráficamente:

El módulo de \underline{U}_{ab} se calcula del triángulo isósceles que se forma al sumar \underline{U}_{an} y $-\underline{U}_{bn}$:

$$U \cdot \cos 30^\circ + U \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot U \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot U$$

Análogamente, se obtienen los módulos de las tensiones compuestas \underline{U}_{bc} y \underline{U}_{ca} .



Los fasores correspondientes a las tres tensiones compuestas son:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{ab} &= \sqrt{3} \cdot U \angle 30^\circ \\ \underline{U}_{bc} &= \sqrt{3} \cdot U \angle -90^\circ \\ \underline{U}_{ca} &= \sqrt{3} \cdot U \angle -210^\circ = \sqrt{3} \cdot U \angle +150^\circ\end{aligned}\tag{6.11}$$

Las tensiones compuestas (de línea) son $\sqrt{3}$ veces más grandes que las tensiones simples (de fase) y adelantan 30 grados. Así si el valor eficaz de las tensiones de fase es U_s y el valor eficaz de las tensiones compuestas es U_l , se cumple que:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{an} &= U_s \angle 0^\circ \\ \underline{U}_{bn} &= U_s \angle -120^\circ \\ \underline{U}_{cn} &= U_s \angle +120^\circ \end{aligned} \quad (6.12)$$

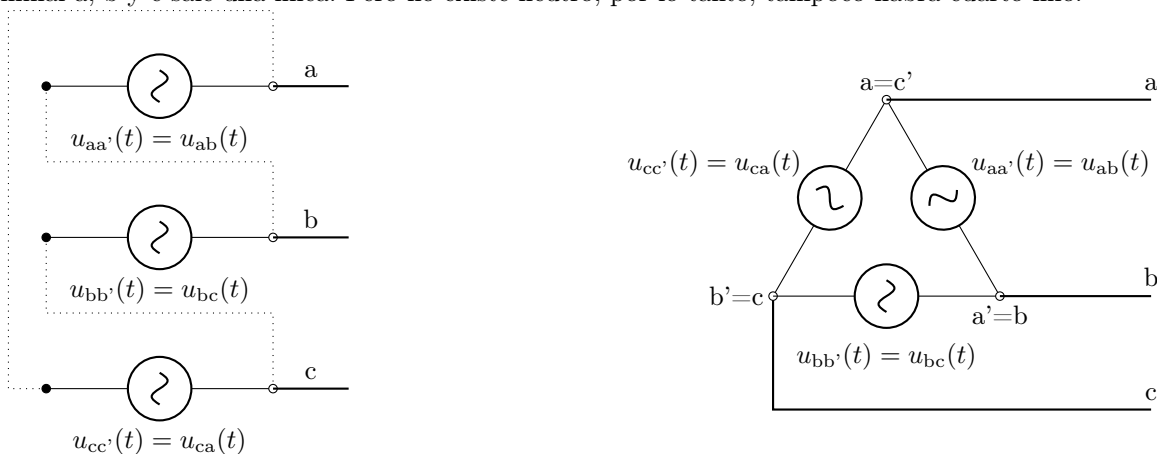
$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= U_1 \angle 30^\circ = \sqrt{3} \cdot U_s \angle 30^\circ \\ \underline{U}_{bc} &= U_1 \angle -90^\circ = \sqrt{3} \cdot U_s \angle -90^\circ \\ \underline{U}_{ca} &= U_1 \angle +150^\circ = \sqrt{3} \cdot U_s \angle +150^\circ \end{aligned} \quad (6.13)$$

Al punto común llamado neutro, se puede conectar una línea para crear un sistema de *cuatro hilos*. El diagrama fasorial se puede dibujar tomando cualquier tensión con argumento cero.



6.1.2. Conexión delta o triángulo (D, Δ)

En esta conexión el terminal positivo de cada generador se une al terminal negativo de otro. De cada terminal a, b y c sale una línea. Pero no existe neutro, por lo tanto, tampoco habrá cuarto hilo.



Cuando los generadores se conectan en triángulo, las tensiones entre fases coinciden con las tensiones suministradas por las fuentes.

$$\begin{aligned} u_{ab}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t) \text{ V} \\ u_{bc}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \text{ V} \\ u_{ca}(t) &= \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ V} \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= U \angle 0^\circ \\ \underline{U}_{bc} &= U \angle -120^\circ \\ \underline{U}_{ca} &= U \angle +120^\circ \end{aligned} \quad (6.15)$$

6.2. Cargas trifásicas

Sea cual sea la conexión de los generadores, llegan tres hilos al punto de consumo, donde se conectarán las cargas. Dependiendo de las cargas que se conectan, éstas absorberán una potencia distinta, y por lo tanto, la intensidad que circule por las líneas variará.

Las cargas pueden ser trifásicas o tratarse de tres cargas monofásicas conectadas en estrella o en triángulo.

Además, las cargas trifásicas formadas por tres cargas monofásicas pueden ser simétricas (tres cargas iguales) o desequilibradas (tres cargas distintas).

6.3. Teorema de Kennelly. Transformación Triángulo-Estrella (Δ -Y), Estrella-Triángulo (Y- Δ)

Aunque esta transformación no es exclusiva de los sistemas trifásicos es en esta configuración donde su utilización se encuentra más generalizada.

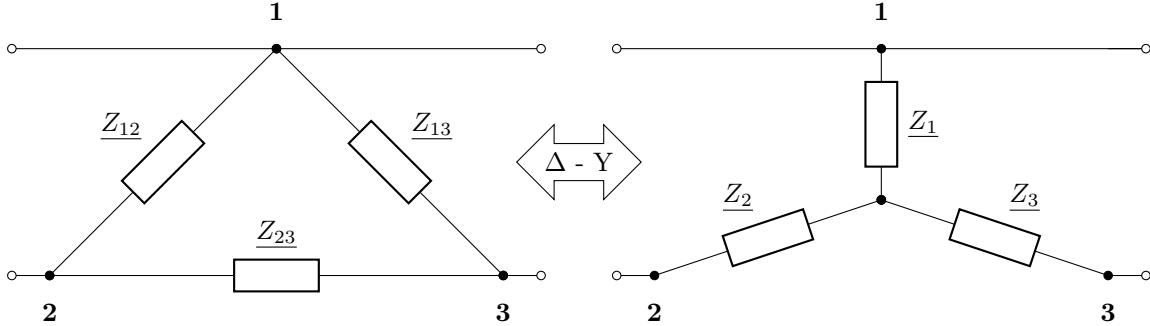


Figura 6.1: Transformación Triángulo-Estrella (Δ -Y)

Para que las dos configuraciones sean equivalentes la impedancia entre los terminales 1-2, 2-3 y 1-3 debe ser la misma en ambas esquemas:

Impedancia entre los terminales 1-2:

$$\frac{Z_{12} \cdot (Z_{13} + Z_{23})}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}} = Z_1 + Z_2 \quad (6.16)$$

Impedancia entre los terminales 2-3:

$$\frac{Z_{23} \cdot (Z_{12} + Z_{13})}{Z_{23} + Z_{12} + Z_{13}} = Z_2 + Z_3 \quad (6.17)$$

Impedancia entre los terminales 1-3:

$$\frac{Z_{13} \cdot (Z_{12} + Z_{23})}{Z_{13} + Z_{12} + Z_{23}} = Z_1 + Z_3 \quad (6.18)$$

Si restamos las ecuaciones (6.18) - (6.17), la nueva expresión es:

$$Z_1 - Z_2 = \frac{Z_{13} \cdot Z_{12} + Z_{13} \cdot Z_{23} - Z_{23} \cdot Z_{12} - Z_{23} \cdot Z_{13}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{13}} = \frac{Z_{13} \cdot Z_{12} - Z_{23} \cdot Z_{12}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{13}} \quad (6.19)$$

Si sumamos las ecuaciones (6.19) + (6.16) obtenemos:

$$2 \cdot Z_1 = \frac{Z_{13} \cdot Z_{12} - Z_{23} \cdot Z_{12} + Z_{12} \cdot Z_{13} + Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{13}} = \frac{2 \cdot Z_{12} \cdot Z_{13}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{13}} \quad (6.20)$$

Y por lo tanto la impedancia Z_1 viene expresada por:

$$Z_1 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{13}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{13}} \quad (6.21)$$

La obtención de Z_2 requiere realizar la siguiente combinación lineal de las ecuaciones (6.17) - (6.18) + (6.16):

$$Z_2 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{13}} \quad (6.22)$$

La combinación lineal (6.17) - (6.16) + (6.18) permite obtener Z_3 como:

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23} \cdot \underline{Z}_{13}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13}} \quad (6.23)$$

De forma general podemos enunciar que:

La impedancia equivalente en estrella que incide en el nodo i es igual a la suma de las dos impedancias en triángulo que van a ese nodo i dividida por la suma de todas la impedancias que forman el triángulo.

Transformacion inversa Estrella-Triángulo (Y-Δ)

Partimos de las ecuaciones 6.21, 6.22 y 6.23. Si multiplicamos (6.21) x (6.22), (6.22) x (6.23) y (6.21) x (6.23) se obtiene el nuevo sistema de ecuaciones:

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12}^2 \cdot \underline{Z}_{13} \cdot \underline{Z}_{23}}{(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13})^2} \quad (6.24)$$

$$\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23}^2 \cdot \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{13}}{(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13})^2} \quad (6.25)$$

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{13}^2 \cdot \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23}}{(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13})^2} \quad (6.26)$$

Sumando las ecuaciones (6.24) + (6.25) + (6.26) la expresión es:

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{12}^2 \cdot \underline{Z}_{13} \cdot \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{23}^2 \cdot \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{13}^2 \cdot \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23}}{(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13})^2} \quad (6.27)$$

Dividiendo la ecuación 6.27 por \underline{Z}_1 se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} &= \frac{\underline{Z}_{12}^2 \cdot \underline{Z}_{13} \cdot \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{23}^2 \cdot \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{13}^2 \cdot \underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23}}{(\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13})^2} \\ &\cdot \frac{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13}}{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{13}} = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{23}^2 + \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13}} = \\ &= \frac{\underline{Z}_{23} \cdot (\underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{23})}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{13}} = \\ &= \underline{Z}_{23} \end{aligned} \quad (6.28)$$

De forma análoga, dividiendo la ecuación 6.27 por \underline{Z}_2 se obtiene \underline{Z}_{13} mediante la ecuación

$$\underline{Z}_{13} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \quad (6.29)$$

Y por último, para obtener \underline{Z}_{12} se divide la ecuación 6.27 por \underline{Z}_3

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3} \quad (6.30)$$

De forma general podemos enunciar que:

La impedancia equivalente en triángulo que une el nodo i-j es igual a la suma de los productos binarios de las tres impedancias que conforman la estrella dividida por la impedancia del nodo opuesto.

Carga trifásica equilibrada

En el caso usual en que la carga trifásica sea equilibrada el teorema de Kennelly adquiere la siguiente expresión simplificada:

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3} \quad (6.31)$$

Expresada en palabras sería:

La impedancia equivalente, de cada rama, de la estrella es igual a la impedancia, de cada rama, del triángulo dividida por tres.

La transformación (Δ -Y) también es conocida en la teoría de cuadripolos como transformación (Π -T)

Como se puede observar el circuito equivalente de esta transformación figura 6.2 corresponde al mismo circuito de la figura 6.1.

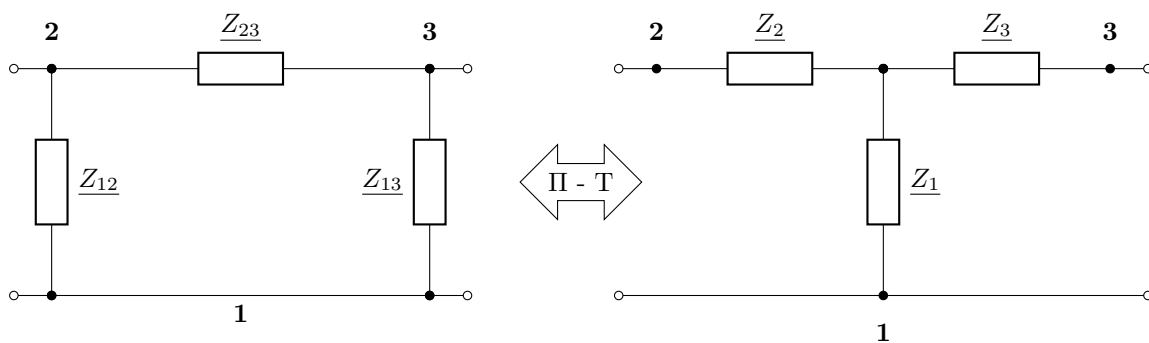
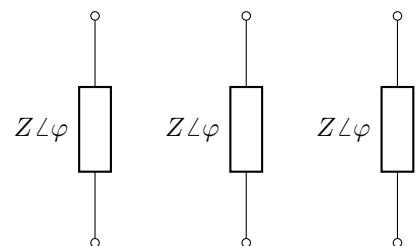


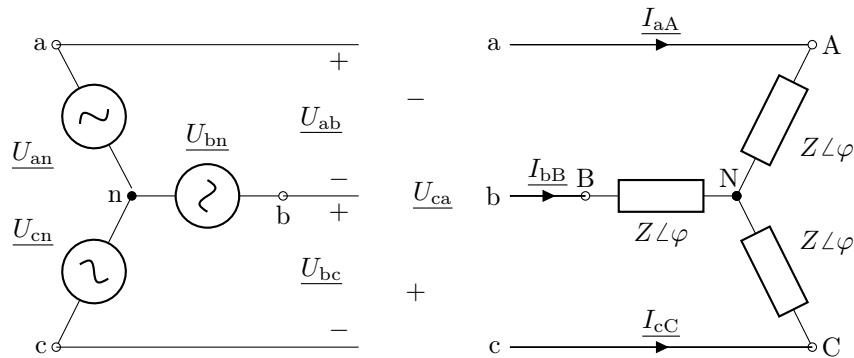
Figura 6.2: Transformación Pi-T

6.4. Sistema trifásico equilibrado

Las compañías deben garantizar que la energía suministrada está equilibrada; por lo tanto, se supondrá que la alimentación es siempre equilibrada. El sistema será completamente equilibrado si la carga que alimenta es también equilibrada (formada por tres impedancias iguales). Las impedancias deben ser iguales en módulo y en fase.



6.4.1. Carga simétrica con conexión en estrella



En el lado consumidor se crea también un neutro, N.

Si se considera que la línea de transporte es ideal, como los puntos a y A son el mismo nodo (al igual que b-B y c-C) Se cumple que:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_{CA} \end{aligned} \quad (6.32)$$

6.4.1.1. Corrientes

La corriente variará en función de los valores de las impedancias. A las corrientes \underline{I}_{aA} , \underline{I}_{bB} e \underline{I}_{cC} que circulan por las líneas se les denomina *corrientes de línea*. Éstas circularán también por las impedancias, es decir, coinciden con las *corrientes de fase* \underline{I}_{AN} , \underline{I}_{BN} e \underline{I}_{CN} . Aplicando la ley de Ohm:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{aA} &= \underline{I}_{AN} = \frac{\underline{U}_{AN}}{Z \angle \varphi} \\ \underline{I}_{bB} &= \underline{I}_{BN} = \frac{\underline{U}_{BN}}{Z \angle \varphi} \\ \underline{I}_{cC} &= \underline{I}_{CN} = \frac{\underline{U}_{CN}}{Z \angle \varphi} \end{aligned} \quad (6.33)$$

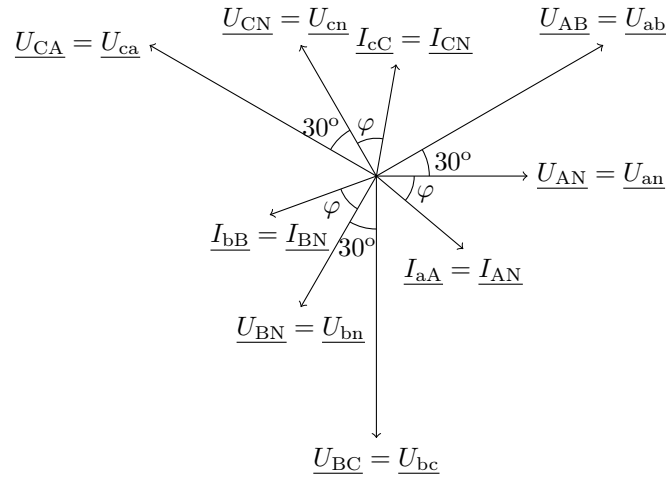
Si la carga es equilibrada y el sistema trifásico de tensión es equilibrado:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AN} &= \underline{U}_{an} \\ \underline{U}_{BN} &= \underline{U}_{bn} \\ \underline{U}_{CN} &= \underline{U}_{cn} \end{aligned} \quad (6.34)$$

Por lo tanto, siendo el módulo de las tensiones simples U_s y tomando como referencia \underline{U}_{an} :

$$\begin{aligned} \underline{I}_{aA} &= \underline{I}_{AN} = \frac{\underline{U}_{AN}}{Z \angle \varphi} = \frac{\underline{U}_{an}}{Z \angle \varphi} = \frac{U_s \angle 0^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{U_s}{Z} \angle (-\varphi) \\ \underline{I}_{bB} &= \underline{I}_{BN} = \frac{\underline{U}_{BN}}{Z \angle \varphi} = \frac{\underline{U}_{bn}}{Z \angle \varphi} = \frac{U_s \angle -120^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{U_s}{Z} \angle (-120^\circ - \varphi) \\ \underline{I}_{cC} &= \underline{I}_{CN} = \frac{\underline{U}_{CN}}{Z \angle \varphi} = \frac{\underline{U}_{cn}}{Z \angle \varphi} = \frac{U_s \angle 120^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{U_s}{Z} \angle (120^\circ - \varphi) \end{aligned} \quad (6.35)$$

El diagrama fasorial correspondiente es:



En el diagrama fasorial la corriente que circula por la impedancia ($I_{aA} = I_{AN}$) está retrasada un ángulo φ con respecto a la tensión U_{AN} en bornes de la impedancia, es decir, se trata de una carga inductiva. Dado que la carga es simétrica las corrientes $I_{bB} (= I_{BN})$ e $I_{cC} (= I_{CN})$ forman un ángulo φ con U_{BN} y U_{CN} . Las cargas industriales más empleadas son las máquinas, formadas por resistencias e inductancias, por lo que son cargas inductivas.

Las corrientes que circulan por cargas capacitivas están adelantadas un ángulo φ con respecto a las tensiones de la impedancia.

Volviendo a la expresión de las corrientes de línea:

$$\begin{aligned} I_{aA} &= \frac{U_s}{Z} \angle(-\varphi) = I_1 \angle(-\varphi) \\ I_{bB} &= \frac{U_s}{Z} \angle(-120^\circ - \varphi) = I_1 \angle(-120^\circ - \varphi) \\ I_{cC} &= \frac{U_s}{Z} \angle(120^\circ - \varphi) = I_1 \angle(120^\circ - \varphi) \end{aligned} \quad (6.36)$$

Se observa que las tres tienen el mismo valor eficaz, I_1 , y desfazan 120° . Por lo tanto, el **sistema trifásico de corrientes de línea es equilibrado**. Se cumplirá que:

$$I_{aA} + I_{bB} + I_{cC} = 0 \angle 0^\circ \quad (6.37)$$

Si el hilo de neutro estuviera conectado:

$$I_N = I_{aA} + I_{bB} + I_{cC} = 0 \angle 0^\circ \quad (6.38)$$

Se obtendría esta misma conclusión aplicando el teorema de Millman ya que se trata de un circuito de dos nodos:

$$U_{Nn} = \frac{\frac{U_{an}}{Z \angle \varphi} + \frac{U_{bn}}{Z \angle \varphi} + \frac{U_{cn}}{Z \angle \varphi}}{\frac{1}{Z \angle \varphi} + \frac{1}{Z \angle \varphi} + \frac{1}{Z \angle \varphi}} = \frac{U_{an} + U_{bn} + U_{cn}}{3} = 0 \angle 0^\circ \text{ V} \quad (6.39)$$

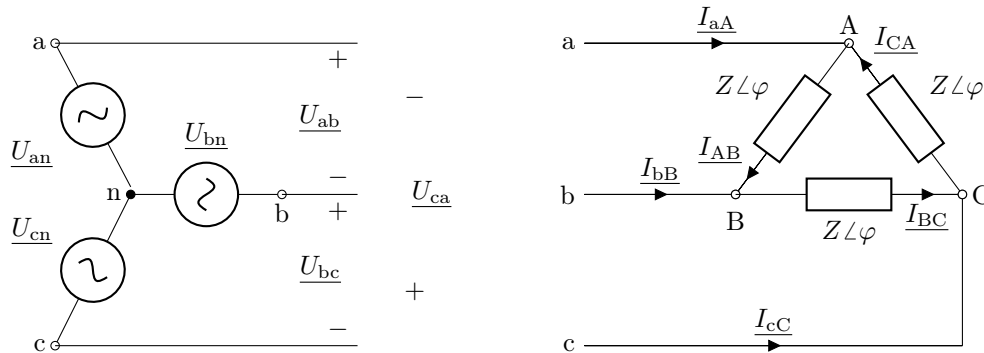
Por lo tanto, desde el punto de vista topológico es lo mismo que la red sea de tres o de cuatro hilos, es decir, da lo mismo que los neutros estén conectados o no estén conectados, ya que en el caso de unirlos se realiza una unión equipotencial y, por lo tanto, $I_N = 0 \angle 0^\circ$. Por esta razón, si para facilitar la resolución del circuito resulta conveniente considerar que los neutros de generación y carga están conectados, puede hacerse sin alterar las condiciones topológicas de la red.

Si en vez de partir de las tensiones de fase, se parte de las tensiones de línea, aplicando la Ley de tensiones de Kirchhoff:

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_{ab} &= \underline{I}_{aA} \cdot \underline{Z} - \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z} \\
 \underline{U}_{bc} &= \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z} - \underline{I}_{cC} \cdot \underline{Z} \\
 \underline{U}_{ca} &= \underline{I}_{cC} \cdot \underline{Z} - \underline{I}_{aA} \cdot \underline{Z}
 \end{aligned} \quad (6.40)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{aA} &= \frac{\underline{U}_{ab} - \underline{U}_{ca}}{3 \cdot \underline{Z}} \\
 \underline{I}_{bB} &= \frac{\underline{U}_{bc} - \underline{U}_{ab}}{3 \cdot \underline{Z}} \\
 \underline{I}_{cC} &= \frac{\underline{U}_{ca} - \underline{U}_{bc}}{3 \cdot \underline{Z}}
 \end{aligned} \quad (6.41)$$

6.4.2. Carga simétrica con conexión en triángulo



6.4.2.1. Corrientes

Cuando la carga tiene esta conexión, cada carga monofásica soporta la tensión compuesta o de línea.

Las corrientes de línea \underline{I}_{aA} , \underline{I}_{bB} , \underline{I}_{cC} no se calculan directamente como en el caso anterior. En primer lugar se calculan las corrientes que circulan por las impedancias \underline{I}_{AB} , \underline{I}_{BC} , \underline{I}_{CA} llamadas *corrientes de fase*.

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{AB} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{Z \angle \varphi} = \frac{\underline{U}_{ab}}{Z \angle \varphi} = \frac{U_1 \angle 30^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{U_1}{Z} \angle (30^\circ - \varphi) \\
 \underline{I}_{BC} &= \frac{\underline{U}_{BC}}{Z \angle \varphi} = \frac{\underline{U}_{bc}}{Z \angle \varphi} = \frac{U_1 \angle -90^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{U_1}{Z} \angle (-90^\circ - \varphi) \\
 \underline{I}_{CA} &= \frac{\underline{U}_{CA}}{Z \angle \varphi} = \frac{\underline{U}_{ca}}{Z \angle \varphi} = \frac{U_1 \angle 150^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{U_1}{Z} \angle (150^\circ - \varphi)
 \end{aligned} \quad (6.42)$$

Estas corrientes tienen el mismo valor eficaz y un desfase de 120° . Por lo tanto el **sistema de corrientes de fase es equilibrado**. Su módulo es $I_f = U_1/Z$

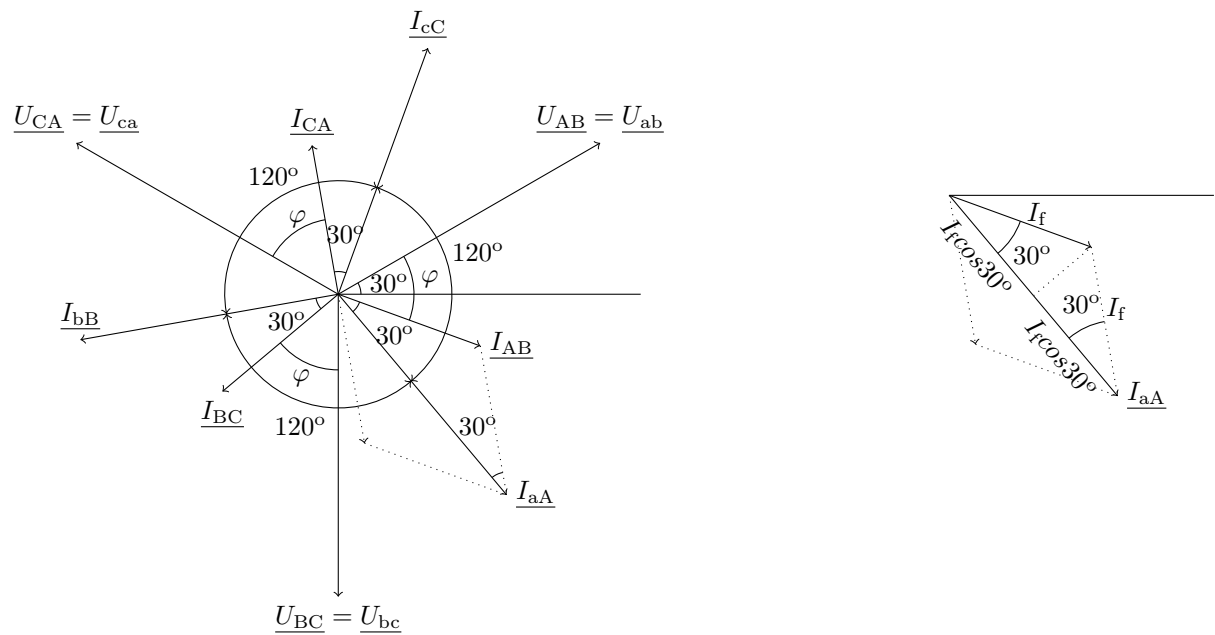
Las corrientes de línea se calculan con la Ley de Kirchhoff de corrientes:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{aA} &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}}{Z \angle \varphi} = I_f \angle (30^\circ - \varphi) - I_f \angle (150^\circ - \varphi) = \sqrt{3} \cdot I_f \angle (-\varphi) = \underline{I}_1 \angle (-\varphi) \\
 \underline{I}_{bB} &= \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{BC} - \underline{U}_{AB}}{Z \angle \varphi} = I_f \angle (-90^\circ - \varphi) - I_f \angle (30^\circ - \varphi) = \sqrt{3} \cdot I_f \angle (-120^\circ - \varphi) = \underline{I}_1 \angle (-120^\circ - \varphi) \\
 \underline{I}_{cC} &= \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{CA} - \underline{U}_{BC}}{Z \angle \varphi} = I_f \angle (150^\circ - \varphi) - I_f \angle (-90^\circ - \varphi) = \sqrt{3} \cdot I_f \angle (120^\circ - \varphi) = \underline{I}_1 \angle (120^\circ - \varphi)
 \end{aligned} \quad (6.43)$$

Se observa que **las corrientes de línea forman un sistema trifásico equilibrado** cuyo módulo es $\sqrt{3}$ veces mayor que el de las corrientes de fase y tiene un desfase de 30° respecto a éstas.

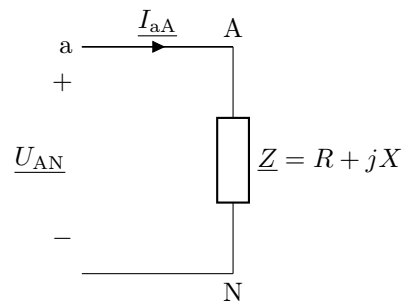
$$\underline{I}_{aA} = \underline{I}_{AB} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ \quad (6.44)$$

Gráficamente:



6.4.3. Sistema monofásico equivalente

Si el sistema es equilibrado, lo que ocurra en una de las fases volverá a ocurrir en las otras dos fases al cabo de un instante $120^\circ/\omega$. Debido a ello, en vez de analizar las tres fases, basta con analizar el comportamiento de una única fase a través del circuito monofásico equivalente.



Para facilitar la obtención sistemática del circuito monofásico equivalente de un sistema trifásico equilibrado, tanto la generación como las cargas deben estar conectadas en estrella, por lo cual se deben seguir estos pasos:

1. Si el sistema de generación está en triángulo se transforma en la conexión en estrella equivalente.
2. Todas las cargas que estén en triángulo se transforman en sus equivalentes en estrella.
3. Se construyen los diferentes circuitos de tal manera que, partiendo del neutro del sistema de generación y escogiendo siempre la misma fase, terminen en cada uno de los neutros de las diferentes cargas.
4. Se unen todos los neutros de todas las cargas con el neutro del sistema de generación. Como ya se ha justificado en el apartado 6.4.1.1, esta interconexión entre neutros es una unión equipotencial y, por lo tanto, no altera la topología del circuito y sigue sin circular corriente eléctrica a través de dicho enlace.

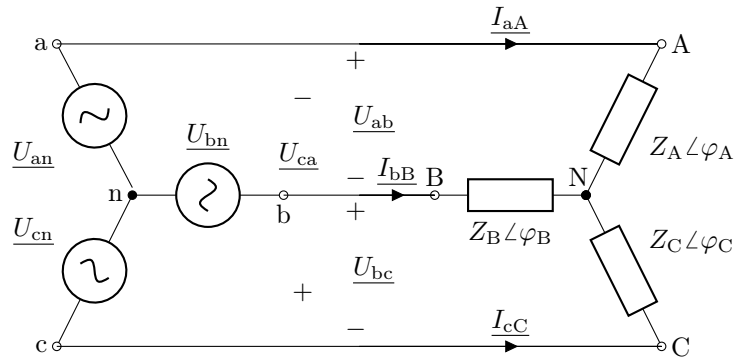
6.5. Sistema trifásico desequilibrado

Se supondrá que el sistema trifásico de tensiones es equilibrado, pero la carga que consume es desequilibrada. En este caso la transmisión de energía por cada fase será distinta, y las corrientes tendrán distinto módulo y distinta fase.

Para resolver este tipo de sistemas se aplicarán las Leyes de Kirchoff y los Métodos de Mallas y Nodos.

6.5.1. Carga desequilibrada en estrella

6.5.1.1. Caso de 3 conductores



En este caso se cumple que:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_{CA} \end{aligned}$$

Pero, sin embargo,

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AN} &\neq \underline{U}_{an} \\ \underline{U}_{BN} &\neq \underline{U}_{bn} \\ \underline{U}_{CN} &\neq \underline{U}_{cn} \end{aligned}$$

Por esta razón estos circuitos no se pueden resolver por el circuito monofásico equivalente. Es como si el neutro se hubiera desplazado, por lo que:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AN} &\neq \frac{\underline{U}_{AB}}{\sqrt{3}} \cdot 1 \angle (-30) \\ \underline{U}_{BN} &\neq \frac{\underline{U}_{BC}}{\sqrt{3}} \cdot 1 \angle (-30) \\ \underline{U}_{CN} &\neq \frac{\underline{U}_{CA}}{\sqrt{3}} \cdot 1 \angle (-30) \end{aligned}$$

Aunque el sistema de corrientes de línea no sea equilibrado, se aplica la Ley de Kirchoff de corrientes en el nodo N y se tiene que:

$$\underline{I}_{aA} + \underline{I}_{bB} + \underline{I}_{cC} = 0 \angle 0^\circ \quad (6.45)$$

Aplicando el método de mallas se tiene que:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{I}_{aA} \cdot \underline{Z}_A - \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z}_B \rightarrow (\underline{U}_{AB} = \underline{I}_{aA} \cdot \underline{Z}_A - \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z}_B)(-\underline{Z}_C) \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z}_B - \underline{I}_{cC} \cdot \underline{Z}_C \rightarrow (\underline{U}_{BC} = \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z}_B - \underline{I}_{cC} \cdot \underline{Z}_C)(\underline{Z}_A) \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$-\underline{U}_{AB} \cdot \underline{Z}_C + \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Z}_A = -\underline{I}_{aA} \cdot \underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_C + \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z}_B \cdot \underline{Z}_C + \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_B + \underline{I}_{aA} \cdot \underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_C + \underline{I}_{bB} \cdot \underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_C$$

Se despejan las corrientes:

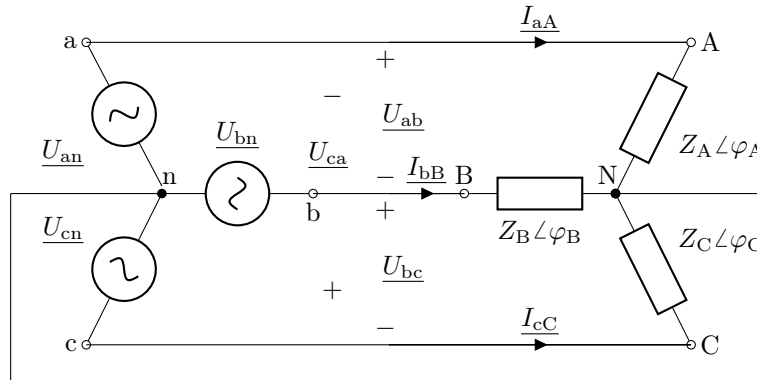
$$\begin{aligned} \underline{I}_{aA} &= \frac{\underline{U}_{AB} \cdot \underline{Z}_C - \underline{U}_{CA} \cdot \underline{Z}_B}{\underline{Z}_T} \\ \underline{I}_{bB} &= \frac{\underline{U}_{BC} \cdot \underline{Z}_A - \underline{U}_{AB} \cdot \underline{Z}_C}{\underline{Z}_T} \\ \underline{I}_{cC} &= \frac{\underline{U}_{CA} \cdot \underline{Z}_B - \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Z}_A}{\underline{Z}_T} \\ \underline{Z}_T &= \underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_B + \underline{Z}_A \cdot \underline{Z}_C + \underline{Z}_B \cdot \underline{Z}_C \end{aligned} \quad (6.46)$$

Una vez calculadas las corrientes de línea, se pueden calcular las tensiones de fase aplicando la Ley de Ohm:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AN} &= \underline{I}_{AN} \cdot \underline{Z}_A \\ \underline{U}_{BN} &= \underline{I}_{BN} \cdot \underline{Z}_B \\ \underline{U}_{CN} &= \underline{I}_{CN} \cdot \underline{Z}_C \end{aligned} \quad (6.47)$$

6.5.1.2. Caso de 4 conductores

Si se conectan los dos neutros por medio de un conductor o se conectan los dos a tierra:



Se toman 3 mallas, una para cada fase: de la malla naAN se obtendrá \underline{I}_{aA} , de la malla nbBN \underline{I}_{bB} , y de la malla ncCN \underline{I}_{cC} .

$$\begin{aligned} \underline{I}_{aA} &= \frac{\underline{U}_{AN}}{Z_A \angle \varphi_A} = \frac{\underline{U}_{an}}{Z_A \angle \varphi_A} = \frac{U_s \angle 0}{Z_A \angle \varphi_A} \\ \underline{I}_{bB} &= \frac{\underline{U}_{BN}}{Z_B \angle \varphi_B} = \frac{\underline{U}_{bn}}{Z_B \angle \varphi_B} = \frac{U_s \angle -120^\circ}{Z_B \angle \varphi_B} \\ \underline{I}_{cC} &= \frac{\underline{U}_{CN}}{Z_C \angle \varphi_C} = \frac{\underline{U}_{cn}}{Z_C \angle \varphi_C} = \frac{U_s \angle 120^\circ}{Z_C \angle \varphi_C} \end{aligned} \quad (6.48)$$

No forman un sistema equilibrado, en general.

$$\underline{I}_{aA} + \underline{I}_{bB} + \underline{I}_{cC} \neq 0 \angle 0^\circ \quad (6.49)$$

Aplicando la Ley de Kirchhoff de corrientes en el neutro, la corriente que circula por el mismo es:

$$\underline{I}_{aA} + \underline{I}_{bB} + \underline{I}_{cC} = \underline{I}_N \quad (6.50)$$

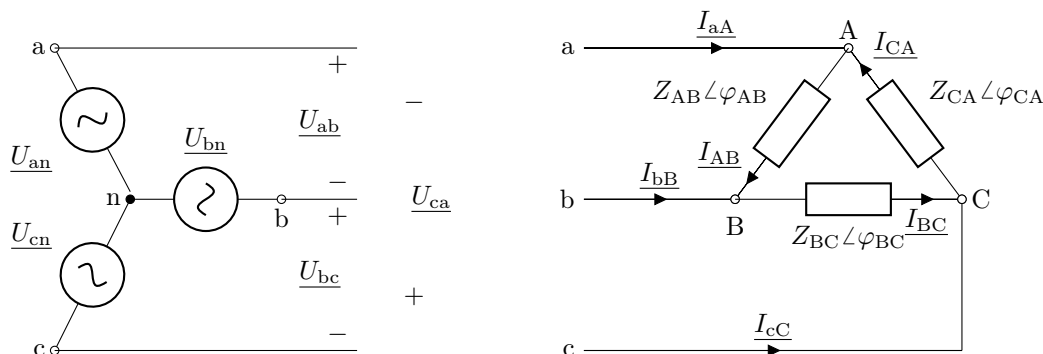
y si la línea de neutro tuviera una impedancia,

$$\underline{U}_{AN} \neq \underline{U}_{an}, \underline{U}_{BN} \neq \underline{U}_{bn}, \underline{U}_{CN} \neq \underline{U}_{cn} \quad (6.51)$$

Habría que calcular todas las corrientes y tensiones por mallas, y sus desfases no serán 120° en general.

6.5.2. Carga desequilibrada en triángulo

El sistema trifásico de tensiones será equilibrado, pero no el de corrientes.



$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{AB} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{Z_{AB}} \\
 \underline{I}_{BC} &= \frac{\underline{U}_{BC}}{Z_{BC}} \\
 \underline{I}_{CA} &= \frac{\underline{U}_{CA}}{Z_{CA}}
 \end{aligned}
 \tag{6.52}$$

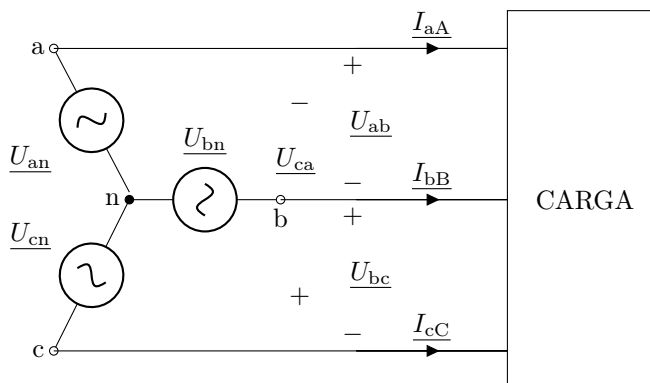
Las corrientes de línea se calculan por el método de nodos:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{aA} &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} \\
 \underline{I}_{bB} &= \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} \\
 \underline{I}_{cC} &= \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}
 \end{aligned}
 \tag{6.53}$$

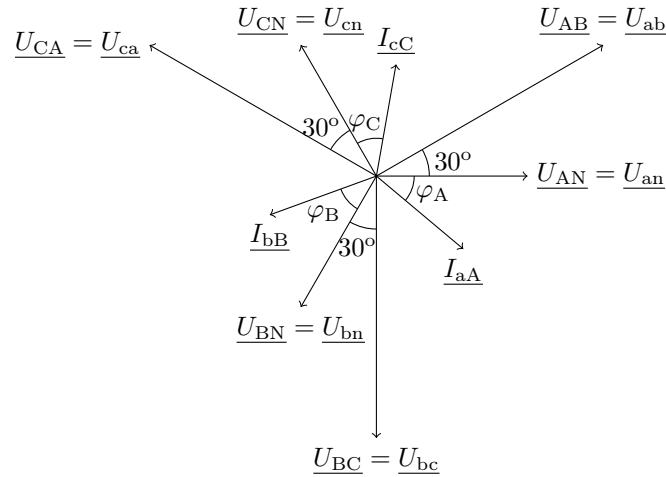
$$\underline{I}_{aA} + \underline{I}_{bB} + \underline{I}_{cC} = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} + \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} + \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = 0$$

6.6. Potencia

Sea el circuito de la figura:



Una vez calculadas las tensiones y corrientes se tiene su diagrama fasorial, a partir de la cual se puede calcular la potencia que absorbe la carga.



6.6.1. Carga en estrella

La potencia absorbida por una carga trifásica formada por tres monofásicas es la suma de las potencias generada por cada una de ellas.

Las cargas conectadas en estrella soportan la tensión simple y la corriente de línea.

$$P_T = U_{AN} \cdot I_{aA} \cdot \cos(\varphi_{U_{AN}} - \varphi_{I_{aA}}) + U_{BN} \cdot I_{bB} \cdot \cos(\varphi_{U_{BN}} - \varphi_{I_{bB}}) + U_{CN} \cdot I_{cC} \cdot \cos(\varphi_{U_{CN}} - \varphi_{I_{cC}}) \quad (6.54)$$

$$Q_T = U_{AN} \cdot I_{aA} \cdot \sin(\varphi_{U_{AN}} - \varphi_{I_{aA}}) + U_{BN} \cdot I_{bB} \cdot \sin(\varphi_{U_{BN}} - \varphi_{I_{bB}}) + U_{CN} \cdot I_{cC} \cdot \sin(\varphi_{U_{CN}} - \varphi_{I_{cC}}) \quad (6.55)$$

6.6.1.1. Carga simétrica en estrella

En este caso, el módulo de las tensiones y de las corrientes es idéntico y el desfase entre ellas también.

$$\begin{aligned} P_T &= U_{AN} \cdot I_{aA} \cdot \cos(\varphi_{U_{AN}} - \varphi_{I_{aA}}) + U_{BN} \cdot I_{bB} \cdot \cos(\varphi_{U_{BN}} - \varphi_{I_{bB}}) + U_{CN} \cdot I_{cC} \cdot \cos(\varphi_{U_{CN}} - \varphi_{I_{cC}}) = \\ &= U_f \cdot I_l \cdot \cos\varphi + U_f \cdot I_l \cdot \cos\varphi + U_f \cdot I_l \cdot \cos\varphi = 3 \cdot U_f \cdot I_l \cdot \cos\varphi = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3 \cdot P_f \end{aligned} \quad (6.56)$$

donde φ es el ángulo de la impedancia.

En el caso de que la carga se conecte en estrella $U_l = \sqrt{3} \cdot U_f$; de aquí:

$$P_T = 3 \frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos\varphi \quad (6.57)$$

Análogamente, la potencia reactiva es:

$$Q_T = U_f \cdot I_l \cdot \sin\varphi + U_f \cdot I_l \cdot \sin\varphi + U_f \cdot I_l \cdot \sin\varphi = 3 \cdot U_f \cdot I_l \cdot \sin\varphi = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin\varphi = 3 \cdot Q_f \text{ var} \quad (6.58)$$

También se puede expresar como:

$$Q_T = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \sin\varphi \text{ var} \quad (6.59)$$

La potencia aparente es:

$$S_T = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l = 3 \cdot U_f \cdot I_f \text{ VA} \quad (6.60)$$

El factor de potencia: $fp = \frac{P_T}{S_T} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cos\varphi}{\sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l} = \cos\varphi$

Se ha visto que las tres cargas tienen la misma potencia P_f , Q_f , S_f . Sin embargo, el factor de potencia de una carga trifásica **no** es el triple de una carga monofásica.

6.6.1.2. Carga asimétrica en estrella

Se emplearán las ecuaciones generales de carga en estrella en las que $I_{AN} \neq I_{BN} \neq I_{CN}$ y $\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$ dados en este apartado.

6.6.2. Carga en triángulo

Cada carga monofásica tiene una tensión compuesta y una corriente compuesta:

$$P_T = U_{AB} \cdot I_{AB} \cdot \cos(\varphi_{U_{AB}} - \varphi_{I_{AB}}) + U_{BC} \cdot I_{BC} \cdot \cos(\varphi_{U_{BC}} - \varphi_{I_{BC}}) + U_{CA} \cdot I_{CA} \cdot \cos(\varphi_{U_{CA}} - \varphi_{I_{CA}}) \quad (6.61)$$

$$Q_T = U_{AB} \cdot I_{AB} \cdot \sin(\varphi_{U_{AB}} - \varphi_{I_{AB}}) + U_{BC} \cdot I_{BC} \cdot \sin(\varphi_{U_{BC}} - \varphi_{I_{BC}}) + U_{CA} \cdot I_{CA} \cdot \sin(\varphi_{U_{CA}} - \varphi_{I_{CA}}) \quad (6.62)$$

6.6.2.1. Carga simétrica en triángulo

Se cumple que los módulos de las tensiones son $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA}$ y las corrientes $I_{AB} = I_{BC} = I_{CA}$, y también que $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$. Por lo que:

$$\begin{aligned} P_T &= U_{AB} \cdot I_{AB} \cdot \cos(\varphi_{U_{AB}} - \varphi_{I_{AB}}) + U_{BC} \cdot I_{BC} \cdot \cos(\varphi_{U_{BC}} - \varphi_{I_{BC}}) + U_{CA} \cdot I_{CA} \cdot \cos(\varphi_{U_{CA}} - \varphi_{I_{CA}}) = \\ &= 3 \cdot U_1 \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3 \cdot P_f \end{aligned} \quad (6.63)$$

donde φ es el ángulo de la impedancia.

Recordemos que en la conexión en triángulo la relación entre el módulo de las corrientes de fase (I_{AB} , I_{BC} , I_{CA}) y el de las corrientes de línea (I_{aA} , I_{bB} , I_{cC}) es $I_l = \sqrt{3} \cdot I_f$.

Si lo sustituimos en la ecuación de la potencia:

$$P_T = 3 \cdot U_1 \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3 \cdot U_1 \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l \cdot \cos\varphi \text{ W} \quad (6.64)$$

Análogamente:

$$Q_T = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l \cdot \sin\varphi \text{ var} \quad (6.65)$$

$$S_T = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l \text{ VA} \quad (6.66)$$

El factor de potencia es $fp = \frac{P_T}{S_T} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l \cos\varphi}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l} = \cos\varphi$

Se observa que la expresión obtenida coincide con la expresión de la carga simétrica en estrella. Es decir, la expresión para *cargas simétricas* es:

$$P_T = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l \cdot \cos\varphi$$

$$Q_T = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l \cdot \sin\varphi$$

$$S_T = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_l$$

Esto no significa que la carga en estrella o en triángulo consuma lo mismo. Para la misma tensión de línea y las mismas impedancias, la carga conectada en triángulo absorbe 3 veces más que la carga conectada en estrella.

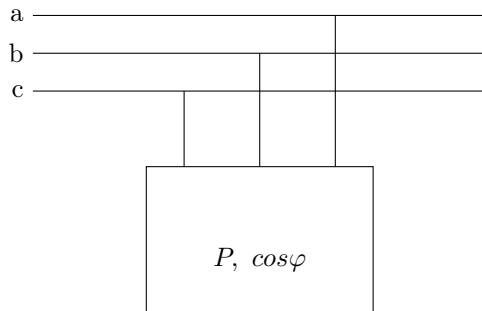
6.6.2.2. B Carga asimétrica en triángulo

Se emplearán las ecuaciones generales en las que $I_{AB} \neq I_{BC} \neq I_{CA}$ y $\varphi_A \neq \varphi_B \neq \varphi_C$ dadas en este apartado.

6.6.3. Carga trifásica

En cargas trifásicas normalmente se nos indicará su potencia y su factor de potencia. Se supone que la carga está equilibrada.

Si se conocen la potencia absorbida y la tensión, no es necesario conocer la conexión, la corriente se calcula de las ecuaciones:



$$\begin{aligned} I_l &= \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos\varphi} \\ I_l &= \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_1} \end{aligned} \quad (6.67)$$

6.6.4. Teorema de Boucherot

“La potencia activa total de un circuito trifásico es la suma de las potencias activas de cada carga trifásica”.

$$P_T = \sum(P_i) \quad (6.68)$$

“La potencia reactiva total de un circuito trifásico es la suma de las potencias reactivas de cada carga trifásica”.

$$Q_T = \sum(Q_i) \quad (6.69)$$

Si alguna de las cargas es desequilibrada, estos teoremas no se pueden aplicar para calcular la corriente total del circuito.

6.6.5. Mejora del factor de potencia

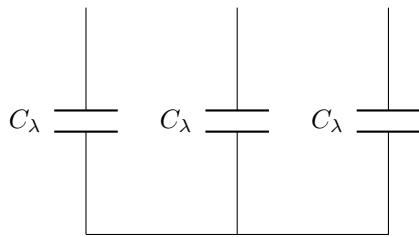
El factor de potencia de un circuito trifásico se mejora por medio de baterías trifásicas de condensadores.

Sea un circuito trifásico caracterizado por su potencia activa, su potencia reactiva y su factor de potencia: P_T , Q_T y $\cos\varphi_T$.

Se calcula la compensación capacitiva necesaria para obtener el nuevo factor de potencia.

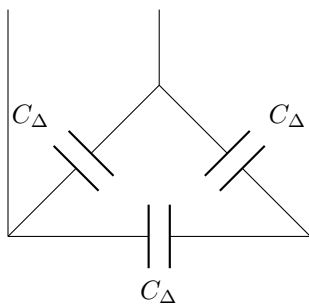
En el caso de circuitos trifásicos, la batería de condensadores puede tener dos configuraciones: en estrella o en triángulo.

6.6.5.1. Conexión en estrella



$$\begin{aligned} Q_C &= 3 \cdot U_{AN} \cdot I_{aA} \cdot \sin\varphi_C \\ &= -3 \cdot U_{AN} \frac{U_{AN}}{X_C} = -3 \cdot U_{AN}^2 \cdot C_\lambda \cdot \omega = \\ &= -3 \left(\frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} \right)^2 C_\lambda \cdot \omega \\ C_\lambda &= \frac{-Q_C}{U_{AB}^2 \cdot \omega} \end{aligned} \quad (6.70)$$

6.6.5.2. Conexión en triángulo



$$\begin{aligned} Q_C &= 3 \cdot U_{AB} \cdot I_{AB} \cdot \sin\varphi_C \\ &= -3 \cdot U_{AB} \frac{U_{AB}}{X_C} = -3 \cdot U_{AB}^2 \cdot C_\Delta \cdot \omega \\ C_\Delta &= \frac{-Q_C}{3 \cdot U_{AB}^2 \cdot \omega} \end{aligned} \quad (6.71)$$

Para obtener la misma compensación capacitiva : $C_\lambda = 3 \cdot C_\Delta$

Capítulo 7

INTRODUCCIÓN AL S.E.P. CÁLCULO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

Planteamiento y resumen del capítulo

Este capítulo tiene por objeto fijar las bases y conocimientos mínimos necesarios para conocer las implicaciones y el funcionamiento del sistema eléctrico de potencia y abordar con éxito el cálculo de las líneas eléctricas de baja tensión ajustándose a las exigencias del vigente Reglamento Eléctrico de Baja Tensión, REBT.

En primer lugar se fija la importancia de la energía eléctrica y su presencia constante en la sociedad.

En la segunda sección se procede a la descripción general de un sistema eléctrico de potencia realizando una sucinta relación de sus diversos componentes, generación, transporte y distribución.

A continuación se abordan las características y peculiaridades de los cables utilizados en la distribución eléctrica, para posteriormente proceder a su modelización circuital.

Una vez modelizado el cable se realiza una breve reseña histórica de la reglamentación eléctrica resaltando las peculiaridades del REBT del 2002.

En la sección final se desarrolla el cálculo y diseño de las líneas de distribución haciendo hincapié en los requisitos reglamentarios que se deben cumplir.

7.1. Importancia e interés de la energía eléctrica

De todos es sabido la gran incidencia que tiene la energía eléctrica en nuestras vidas y que su carencia nos llevaría de nuevo a la Edad de Piedra de nuestra civilización.

Sin embargo es necesario destacar la gran paradoja existente, ya que la energía eléctrica no está prácticamente disponible en la naturaleza y debe ser obtenida a partir de otras formas de energía.

La solución a esta contradicción se encuentra en su papel de intermediario energético de primer orden.

Como es sabido, la energía eléctrica se transforma directamente en otras formas de energía con rendimientos muy elevados, en algunos casos muy próximos al 99% cuando hablamos de grandes potencias. (No debe olvidarse que se está además hablando de máquinas giratorias y que se incluye el rendimiento mecánico).

Por otra parte la energía eléctrica se presta, fácilmente, a su transporte a grandes distancias, con medios simples y relativamente económicos.

Y por último, se presenta como un flujo continuo, muy fácil de subdividir y modular hasta niveles o fracciones prácticamente arbitrarios, y ello tanto o más que los restantes flujos energéticos clásicos.

Por estas tres grandes facilidades que presenta la energía eléctrica:

- interconexión energética,
- transporte y
- subdivisión

la electricidad constituye la variante energética ideal para la distribución y el trasvase entre sistemas.

Es decir, la electricidad es una etapa energética intermedia entre un sistema que tiene disponible energía de naturaleza no eléctrica, y otro sistema demandante de energía también de naturaleza no eléctrica, y al que se quiere trasvasar la energía del primero.

En el cuadro que se adjunta ¹, queda reflejado el contexto global de la producción y utilización de la energía eléctrica.

Con trazo grueso están señalados los procesos utilizados hoy en día para la obtención de energía eléctrica en cantidades industriales. El porcentaje así obtenido supera el 99,8% del total puesto en juego.

Como puede apreciarse en la figura 7.1 situada en la página 103, cualquiera que sea la fuente energética primaria, la obtención de energía eléctrica se lleva a cabo siempre, en último término, por vía mecanoeléctrica, viniendo dada la energía mecánica, en la práctica totalidad de los casos, por una turbina hidráulica o una turbina de vapor.

Conviene también observar en el citado cuadro el papel que ocupa la energía térmica. Dicha energía aparece, casi siempre, como paso intermedio, limitando de esta manera el rendimiento total de la conversión energía primaria-energía eléctrica de acuerdo con el principio de Carnot.

7.2. Descripción general de un sistema eléctrico de potencia

Definición. Conjunto de máquinas eléctricas convertidoras, transformadores, líneas y aparataje eléctrica convenientemente conectados y coordinados, mediante los cuales se genera, transporta y utiliza la energía eléctrica.

Elementos de un sistema eléctrico de potencia. Desde la generación al consumo podemos distinguir los siguientes componentes:

- **Producción.** Se genera la energía eléctrica y se eleva la tensión en la propia central a la tensión de transporte, de 132 kV a 400 kV.
- **Red de Transporte.** Tensiones entre 132 kV a 400 kV con distancias superiores a 300 km.
- **Red de Reparto.** En subestaciones transformadoras se reduce a tensiones entre 45 kV a 132 kV. No sobrepasan los 100 km de longitud.
- **Red de Distribución Primaria.** Nueva reducción a tensiones entre 3 kV a 20 kV con longitudes que no sobrepasan los 25 km.
- **Red de Distribución Secundaria o de Baja Tensión.** Es la que efectúa su entrega a los usuarios con tensiones de 230/400 V.

¹Realizado por S. L. Chay y A. M. Alonso. Se ha extraído de la página 20 del libro del profesor Luis Serrano Iribarnegaray

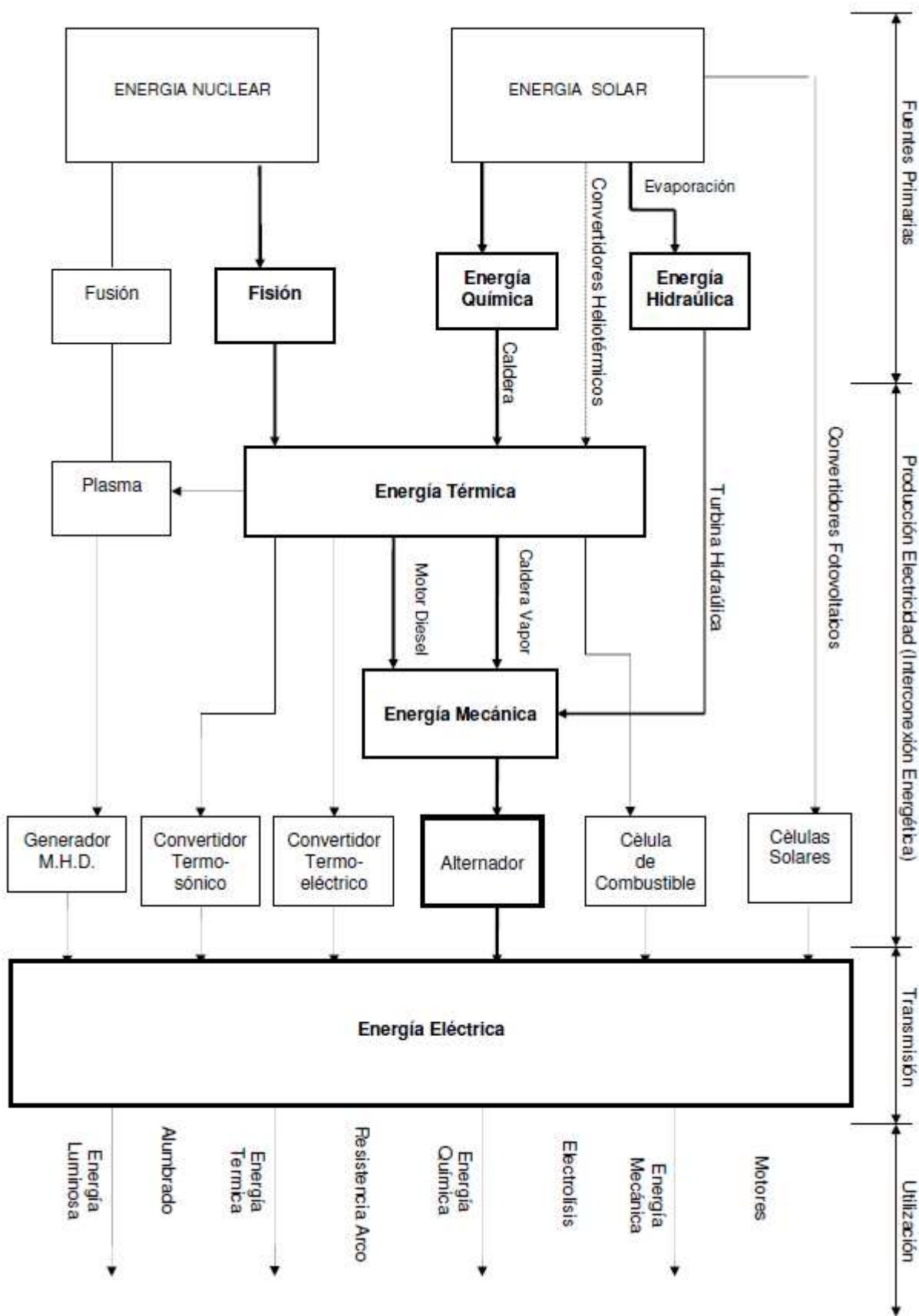


Figura 7.1: Producción y utilización de la energía eléctrica.

Operación del Sistema Eléctrico de España Desde su creación en 1985 Red Eléctrica de España tiene la responsabilidad de la red de transporte y de la operación del sistema eléctrico español. Su dirección de internet es: <http://www.ree.es/>

7.2.1. Generación

Conjunto de instalaciones formadas por máquinas motrices, generadores y aparatos de maniobra en los que se produce una transformación de una energía primaria en energía eléctrica.

Las alternativas posibles en la generación son:

- Tipo de corriente: continua y/o alterna (3 kV - 30 kV)
- Frecuencia: 50 Hz (49,85 ... 50,15 = 0,3% 50) UNE 50160

Son las centrales eléctricas las que tienen la función de la producción de la energía eléctrica demandada en cada momento por el consumo. Sus características fundamentales se pueden consultar en la web de Unesa, Asociación Española de la Industria Eléctrica: <http://www.unesa.net/unesa/html/sabereinvestigar/esquemas/esquemas.htm>

- Centrales hidroeléctricas (3 kV - 10 kV). Las más rápidas en atender los cambios de la demanda, por eso actúan en las puntas de consumo.

Principio de funcionamiento. Aprovechar la energía potencial gravitatoria de un salto de agua para convertirla en energía mecánica de rotación en unas turbinas hidráulicas y de ahí en electricidad utilizando generadores de corriente alterna.

- Centrales termoeléctricas clásicas (10 kV - 15 kV). Lentas para seguir la curva de la demanda, por eso son las encargadas de generar la demanda base.

Principio de funcionamiento. Aprovechar la energía calórica de un combustible fósil para transformarla en energía mecánica en turbinas de vapor, de gas o en motores de combustión interna y de ahí en electricidad por medio de alternadores.

- Centrales nucleares (20 kV - 30 kV). Lentas para seguir la curva de la demanda, por eso son las encargadas de generar la demanda base.

Principio de funcionamiento. Aprovechar el calor producido en las reacciones de fisión para producir vapor, el cual se transforma en energía eléctrica, siguiendo un proceso análogo al que ocurría en una central térmica convencional.

- Generación eólica.

Principio de funcionamiento. Aprovechar la energía cinética del viento para convertirla en energía mecánica de rotación en los molinos eléctricos y de ahí en electricidad utilizando generadores de corriente alterna.

7.2.2. Clasificación de las líneas eléctricas según su tensión nominal

Líneas de baja tensión (B.T.) Reglamento Electrotécnico para Baja Tensión. Artículo 2. Campo de aplicación:

- Corriente alterna: Igual o inferior a 1.000 voltios.
- Corriente continua: Igual o inferior a 1.500 voltios.

Las tensiones usuales en distribuciones de corriente alterna senoidal serán:

- 230 V entre fases para redes trifásicas de tres conductores.
- 230 V entre fases y neutro y 400 V entre fases para redes trifásicas de 4 conductores.
- Tolerancia en tensión $\pm 7\%$ (RD 1955/2000).
- Frecuencia: 50 Hz (49,85 ... 50,15 = 0,3%) UNE 50160.

	Corriente alterna (valor eficaz)	Corriente continua Valor medio aritmético
Muy baja tensión	$U_n \leq 50 \text{ V}$	$U_n \leq 75 \text{ V}$
Baja tensión	$50 < U_n \leq 500 \text{ V}$	$75 < U_n \leq 750 \text{ V}$
Tensión especial	$500 < U_n \leq 1000 \text{ V}$	$750 < U_n \leq 1500 \text{ V}$

Cuadro 7.1: Artículo 4. Clasificación de las tensiones.

Dicho en otras palabras, las formas de onda deben ser señales sinusoidales prácticamente puras cumpliendo por lo tanto todos los requisitos matemáticos que implica esta condición desde un punto de vista de distorsión, armónicos, etc.

Líneas de alta tensión (A.T.). Reglamento de Líneas Eléctricas de Alta Tensión. Artículo 3. Se clasifican en:

- Líneas de primera categoría. Son de tensión nominal mayor de 66 kV
- Líneas de segunda categoría. De tensión nominal comprendida entre 30 kV y 66 kV, ambas inclusive
- Líneas de tercera categoría. De tensión nominal igual o mayor a 1 kV e inferior a 30 kV

Artículo 2. Se recomiendan las tensiones siguientes: 20-66-132-220 y 380 kV

Las empresas productoras y distribuidoras dividen las líneas en:

- Media Tensión (M.T.). De tensión nominal igual o mayor a 1 kV hasta 50 kV.
- Alta Tensión (A.T.). De tensión nominal superior a 50 kV hasta 300 kV.
- Muy Alta Tensión (M.A.T.). De tensión nominal superior a 300 kV hasta 800 kV.
- Ultra Alta Tensión (U.A.T.). De tensión igual o superior a 800 kV.

7.2.3. Características de consumo

Las particularidades del consumo quedan especificadas por los siguientes parámetros:

- potencia instalada;
- factor de carga; y
- factor de demanda o simultaneidad.

En la figura 7.2 se presentan las curvas de demanda normalizadas (respecto al consumo medio) para el entorno rural y el urbano².

²J.C. Hernández, A. Medina, F. Jurado, "Impact comparison of PV system integration into rural and urban feeders", Elsevier, Energy Conversion and Management 49 (2008) pp. 1747–1765.

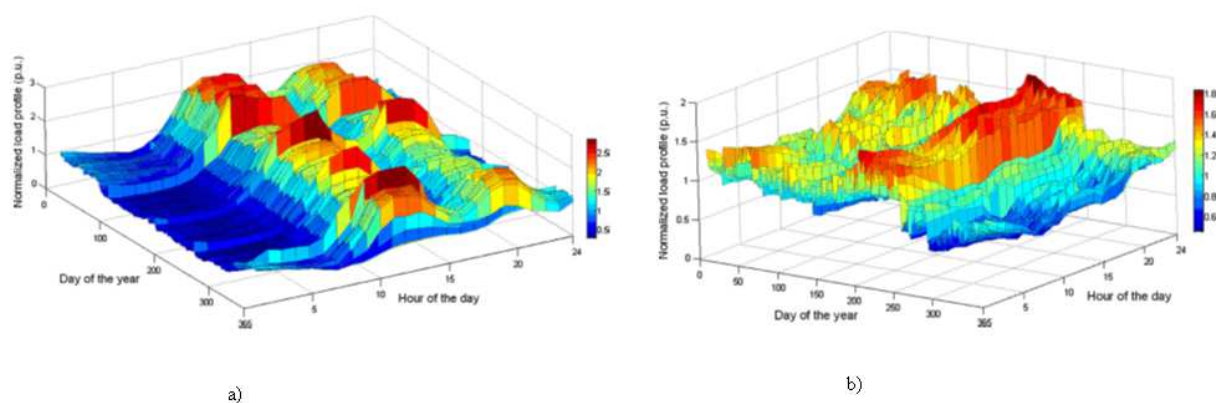


Figura 7.2: Curvas de demanda: a) entorno urbano; b) entorno rural.

7.2.4. Reparto de carga entre centrales

El operador del sistema, es el responsable del despacho de cargas (Dispatching de cargas: además de indicar en qué momento es necesario la puesta en servicio de una nueva central para hacer frente a una punta de carga, determina cuál es la que debe entrar en funcionamiento, teniendo en cuenta sus características particulares de arranque, rendimiento, etc; el repartidor de cargas tiene además otras misiones adicionales, como optimización de las líneas empleadas, para hacer mínimas las pérdidas de energía en el transporte y distribución, detección de averías, localización de defectos, etc.)

7.3. Cables utilizados en las líneas eléctricas

Los componentes fundamentales de un cable son:

- conductores;
- aislamientos; y
- protecciones.

Conductor. Es el elemento metálico que cumple la función de conducir la corriente. Normalmente es de cobre recocido o aluminio. Puede ser un hilo o un conjunto de hilos en forma de cuerda que, si son suficientemente finos, dan lugar a un cable flexible.

Aislamiento. Es la envuelta aislante aplicada sobre el conductor. Se fabrican con materiales plásticos, con derivados del caucho, etc.

Alma. Es el conjunto formado por el conductor y el aislamiento.

Cable. Es el conjunto formado por una o varias almas reunidas junto con el material de relleno, la cintura y la cubierta. Los cables pueden estar constituidos por:

- Un alma → unipolares.
- Dos almas → bipolares.
- Tres almas → tripolares.
- Cuatro almas → tetrapolares.
- Más de 4 almas → multipolares.

Cintura. Es la envuelta aislante común, en cables multipolares, aplicada sobre las almas reunidas y de la misma naturaleza que el aislamiento.

Relleno. Material aislante que rellena los huecos entre la cintura y las almas.

Pantalla. Capa de material conductor o semiconductor, dispuesta sobre la superficie externa e interna del aislamiento o sobre una de ellas. Esta pantalla debe estar debidamente conectada a tierra. Protegen al cable de esfuerzos o sollicitaciones eléctricas. A su vez se diferencian en:

- Electrostáticas. Confinan el campo eléctrico en su interior.
- Electromagnéticas, EMC. Evitan la presencia de campos que afecten el funcionamiento.
- Antiaccidentísticas. Evitar accidentes derivando a tierra cualquier corriente de defecto.

Armadura. Recubrimiento metálico para protección mecánica del cable. Se utilizan flejes de acero, alambres de acero galvanizado o pletinas de acero galvanizado. Estos elementos se sitúan enrollados en hélice sobre la cintura del cable. Cuando interesa que el material no sea ferromagnético, se utiliza el aluminio, el cobre o aleaciones.

Cubierta. Envoltura del cable que no tiene función esencialmente eléctrica, pero sí de protección mecánica, química, etc. Se utilizan materiales plásticos, derivados del caucho, materiales textiles, etc.

7.3.1. Conductores

Sus características fundamentales deben ser:

- Resistencia eléctrica baja. Reducida pérdida por efecto Joule.
- Resistencia mecánica elevada. Asegurar resistencia a los esfuerzos mecánicos.
- Precio asequible. No encarecer la instalación.

Material	Peso específico (kg/dm ³)	Diámetro (mm)	Carga rotura kg/mm ²	Módulo elasticidad kg/mm ²	Coefficiente dilatación ×10 ⁻⁶	Resistividad a 20°C Ω · mm ² /m
Cobre	8,89	1 a 7,5	45 a 37	12.000	17	1/56
Aluminio puro	2,70	1,2 a 5,5	20 a 16	6.750	23	1/35

Cuadro 7.2: Características de los conductores.

Si comparamos ambos conductores desde el punto de vista peso-resistividad ($\gamma \cdot \rho$).

$$\text{Peso} = l \cdot S \cdot \gamma \Rightarrow S = \frac{\text{Peso}}{l \cdot \gamma}$$

Y en función de la resistencia:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{l}{\frac{\text{Peso}}{l \cdot \gamma}} = (\rho \cdot \gamma) \cdot \frac{l^2}{\text{Peso}}$$

$$\frac{\text{Aluminio}}{\text{Cobre}} = \frac{2,70 \cdot 0,02826}{8,89 \cdot 0,01759} = 0,4879 \approx \frac{1}{2}$$

$2 \cdot R_{\text{Al}} = R_{\text{Cu}} \Rightarrow 2 \cdot \text{Resistencia de } 0,5 \text{ kg de aluminio} = \text{Resistencia de } 1 \text{ kg de cobre}$, que expresa la conocida regla de que 1 kg de cobre equivale eléctricamente a 0,5 kg de aluminio.

7.3.2. Materiales aislantes

- Papel impregnado.
- Aislamientos secos.
 - Plastómeros. Son materiales plásticos
 - Termoplásticos. Se ablandan con el calor. Los más utilizados son: el policloruro de vinilo (PVC) y el polietileno (PE).
 - Termoestables. Presentan comportamiento plástico al calentarlos la primera vez, durante su proceso de fabricación. Después de enfriados ya no se ablandan por un nuevo calentamiento. Los más utilizados son: el etileno propileno (EPR) y el polietileno reticulado (XPLE).
 - Elastómeros. Derivados del caucho. Son materiales elásticos de origen natural o sintético que se obtienen mediante un tratamiento térmico de vulcanización. El primero que se utilizó fue el caucho natural. Hoy en día se utilizan cauchos sintéticos: butadieno-estireno (buna); policloropreno (perbunan); polisobutileno-isopreno (caucho butílico u opanol).
- Especiales. Comprenden gran diversidad de materiales que tienen excelentes propiedades mecánicas y eléctricas, pero aplicaciones limitadas debido a su elevado precio. Entre los más utilizados están: el polietileno sulfonado (hypalon), el caucho de silicona, el politetrafluoretileno (teflón) y las poliamidas (nylon).

7.3.3. Cables con y sin aislamientos. Campo de utilización.

1. Cables sin aislamiento. Utilización:

- Los conductores sin aislamiento, conductores desnudos, se usan casi exclusivamente en líneas de A.T.
- En B.T. se usan como pletinas en canalizaciones prefabricadas bajo envoltente metálica o aislante

2. Cables con aislamiento. Utilización:

- Líneas aéreas. Se utilizan en B.T. y en M.T. conductores de aluminio formados por tres cables unipolares aislados con polietileno reticulado o etileno propileno, trenzados en haz sobre un fiador de Almelec (aleación de aluminio, magnesio y silicio) o de acero.
- Líneas subterráneas. Se utilizan en B.T. y M.T. cables de aluminio o cobre con aislamiento seco, plástico o con papel impregnado.
- Instalaciones interiores. Se utilizan conductores de cobre con aislamiento de plástico.

7.3.4. Modelización de un cable

La composición de un cable mediante elementos conductores, aislantes y la presencia de campos eléctricos y magnéticos implica que en su modelización estarán presentes elementos resistivos, inductivos y capacitivos admitiéndose el modelo circuital de las figuras 7.3 y 7.4.

7.3.4.1. Impedancia serie

A efectos de comparar desde el punto de vista resistivo los materiales conductores y aislantes se pueden destacar:

- La resistividad de un material aislante puede ser del orden de 10^{24} (un cuatrillón de veces) superior a la de un conductor.
- La resistividad de un material semiconductor puede ser del orden de 10^{12} (un billón de veces) superior a la de un conductor.

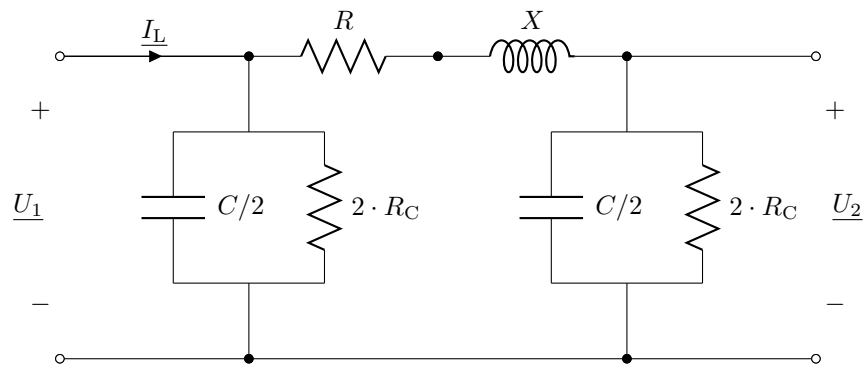
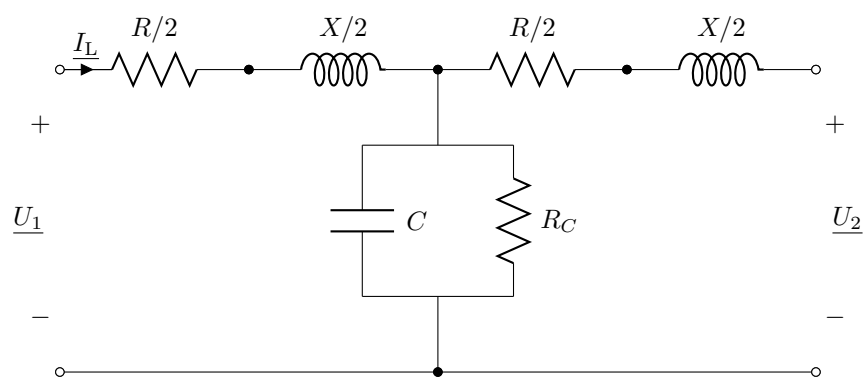
Figura 7.3: Modelo circuital en π o en Triángulo completo de un cable.

Figura 7.4: Modelo circuital en T o en Estrella completo de un cable.

- A título de ejemplo, comparando la resistencia de dos elementos de 1 m de longitud y 1 mm² de sección de dos materiales, uno aislante, nylon, y el otro conductor, cobre, la resistencia del primero es un cuatrillón de veces superior.
- Dicho de otra forma, si el hilo de nylon tuviera 1 m, el de cobre debiera tener un cuatrillón de metros para tener la misma resistencia eléctrica. Esta longitud en años luz es de más de 100 millones de años luz. Es cierto que no existen aislamientos perfectos, pero los disponibles en la actualidad son bastante buenos.

1. Resistencia

▪ Material conductor

- **Cobre:** resistividad a 20 °C $\rho = 1/56$ ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)
- **Aluminio:** resistividad a 20 °C $\rho = 1/35$ ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)
- Arrollamiento en capas alternas y en hélices opuestas para evitar desarrollos y coincidencia de radios exteriores e interiores en capas sucesivas.
- Número de alambres = $3 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1$, siendo x el número de capas incluyendo el alambre central. Pág. 10. Schneider Electric. PT-073.
- **Fórmulas:**
 - Exacta. Suministrada por el fabricante.

$$R = (\text{Perdida de potencia en el conductor}) / I^2 \text{ (}\Omega\text{)}$$

- Aproximada

$$R = \rho \cdot l / S$$

Errores en la aproximación:

- Conductor real trenzado mayor longitud que la l utilizada.
- Variación de la resistividad con la temperatura

$$\rho_{\theta} = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_0)) = \rho_0 \cdot \frac{\beta + \theta}{\beta + \theta_0}$$

donde:

ρ_0 : resistividad a la temperatura de referencia;

α : coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura. Su valor aproximado en casi todos los metales es $0,004 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$;

θ : temperatura a la que se desea conocer la resistividad;

θ_0 : temperatura de referencia;

β : inversa del coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura $\beta + \theta_0 = 1/\alpha$.

Lo más habitual es desear obtener la resistividad a una temperatura determinada en función de la resistividad a otra temperatura, usualmente 20°C , con lo cual la expresión anterior adopta la forma:

$$\rho_{\theta} = \rho_{20} \cdot \frac{\beta + \theta}{\beta + 20} \text{ (}\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m)} \quad (7.1)$$

Mientras que para la conductividad la ecuación se convierte en:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{20} \cdot \frac{\beta + 20}{\beta + \theta} \text{ (S} \cdot \text{m/mm}^2) \quad (7.2)$$

donde:

ρ_{20} es la resistividad del material a 20°C ; para los conductores usuales su valor es:

◇ Cobre = $1/56 \text{ (}\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m)}$

◇ Aluminio = $1/35 \text{ (}\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m)}$

β para los conductores usuales su valor es:

◇ Cobre = $235 \text{ } ^\circ\text{C}$

◇ Aluminio = $225 \text{ } ^\circ\text{C}$

σ_{20} es la conductividad del material a $20 \text{ } ^\circ\text{C}$, para los conductores usuales su valor es:

◇ Cobre = $56 \text{ (S} \cdot \text{m/mm}^2)$

◇ Aluminio = $35 \text{ (S} \cdot \text{m/mm}^2)$

En la tabla 7.3, Guía Técnica de Aplicación-Anexo 2: Cálculo de las caídas de tensión. Tabla 3, se indican las conductividades del cobre y del aluminio a diferentes temperaturas.

Material	σ_{20} m/($\Omega \cdot \text{mm}^2$)	σ_{40} m/($\Omega \cdot \text{mm}^2$)	σ_{70} m/($\Omega \cdot \text{mm}^2$)	σ_{90} m/($\Omega \cdot \text{mm}^2$)
Cobre	56	52	48	44
Aluminio	35	32	30	28

Cuadro 7.3: Conductividades σ a distintas temperaturas

- Efecto pelicular. Aumento de la resistencia con la frecuencia debido a la disminución de la sección efectiva por donde circula la corriente.
2. Reactancia. Existen las dos posibilidades ya comentadas para la resistencia. La primera es emplear los datos proporcionados por el fabricante y la otra utilizar las diversas expresiones que se adaptan a las diferentes condiciones de instalación. En caso de carecer de la adecuada información el propio REBT nos permite hacer las aproximaciones adecuadas en función de la sección del conductor y de su resistencia.

7.3.4.2. Impedancia paralelo

La impedancia natural de fuga a tierra de un cable trifásico de 1 km de longitud se caracteriza por los valores típicos:

- $C = 1 \mu\text{F}/\text{km}$
- $R = 1 \text{M}\Omega/\text{km}$

Que a 50 Hz, constituyen las siguientes impedancias:

- $Z_C = 1/(j \cdot \omega \cdot C) = -j/(100 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^{-6}) = -j \cdot 3183,0989 \approx -j \cdot 3200 \Omega/\text{km}$
- $Z_R = 1 \text{M}\Omega/\text{km}$

Por lo tanto la impedancia equivalente al paralelo de ambas impedancias es:

$$Z = Z_C || Z_R \approx Z_C \approx -j \cdot 3200 \Omega/\text{km}$$

Para una tensión simple de 230 V la intensidad de fuga de un cable de 1 km será $230/(3.200) = 72$ mA. Para longitudes inferiores del orden de 100 m la intensidad será de 7 mA, pudiéndose considerar en este último caso como despreciable.

Se retomará este tema en el estudio de Esquemas de Conexión del Neutro y en el correspondiente a la aparatamiento y protecciones diferenciales.

Como resumen de este apartado el modelo circuital del cable es una resistencia con una reactancia en serie.

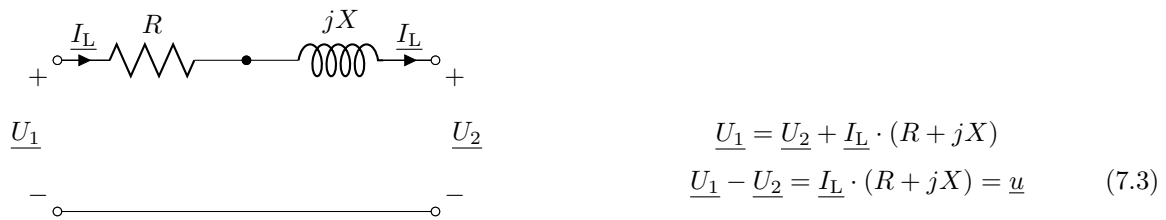


Figura 7.5: Modelo circuital para caída de tensión de un cable.

7.3.5. Caída de tensión

Desde un punto de vista circuital la ecuación 7.3 expresa la caída de tensión de un cable (u). Desarrollando dicha expresión, teniendo en cuenta que $I_L = I_L \cdot \cos \varphi + j \cdot I_L \cdot \sin \varphi$, se obtiene:

$$u = I_L \cdot (R + jX) = I_L \cdot [(R \cdot \cos \varphi - X \cdot \sin \varphi) + j \cdot (R \cdot \sin \varphi + X \cdot \cos \varphi)] \tag{7.4}$$

Diagrama Fasorial

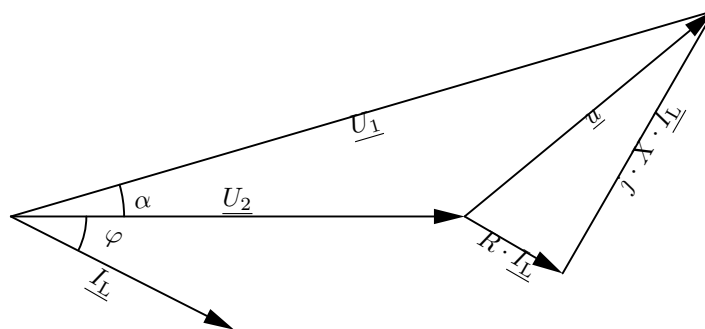


Figura 7.6: Diagrama fasorial de la caída de tensión de un cable.

La mayor parte de las cargas son de carácter inductivo, es decir, la intensidad retrasa a la tensión por lo que el ángulo φ es negativo. Si se quiere introducir esta circunstancia en la fórmula ésta se transforma, para desfases inductivos positivos, en:

$$\underline{u} = I_L \cdot [(R \cdot \cos(-\varphi) - X \cdot \sin(-\varphi)) + j \cdot (X \cdot \cos(-\varphi) + R \cdot \sin(-\varphi))] \quad (7.5)$$

En todos los casos prácticos, en B.T. y M.T. se puede despreciar la parte compleja de la caída de tensión transformando la expresión compleja en real, adoptando, para desfases inductivos positivos, la expresión:

$$u = I_L \cdot (R \cdot \cos \varphi + X \cdot \sin \varphi) \quad (7.6)$$

7.3.6. Cálculo de la resistencia y reactancia de un cable

El fabricante en sus catálogos acostumbra a incluir la caída de tensión por amperio y longitud para los factores de potencia 1 y 0,8 inductivo. Sustituyendo dichos valores en la ecuación 7.6 se obtiene el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} u_1 &= 1 \cdot r \implies r = u_1 \\ u_{0,8} &= 1 \cdot (r \cdot 0,8 + x \cdot 0,6) \implies x = (u_{0,8} - 0,8 \cdot u_1) / 0,6 \end{aligned}$$

En ausencia de datos se puede estimar el valor de la reactancia inductiva como $0,1 \Omega/\text{km}$, o bien como un incremento adicional de la resistencia. Así, la Guía Técnica de Aplicación REBT en su Anexo 2 y en la página 3 nos muestra la siguiente tabla.

Sección (mm^2)	Reactancia (X)
$S \leq 120$	$X = 0$
$S = 150$	$X = 0,15 \cdot R$
$S = 185$	$X = 0,20 \cdot R$
$S = 240$	$X = 0,25 \cdot R$

Cuadro 7.4: Reactancias. Guía Técnica de Aplicación REBT en su Anexo 2.

7.4. Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión. REBT

El vigente reglamento electrotécnico de baja tensión se desarrolla en el RD 842/2002, de 2 de agosto BOE 224 de 18 de septiembre.

7.4.1. Historia y antecedentes

1. Reglamento de 1955. Decreto de 3 de junio
2. Reglamento de 1973. Decreto 2413/1973, de 20 septiembre.
 - Artículos 34;
 - Instrucciones complementarias: 44 (MI-BT);
 - Referencias a Normas "muertas": 129 (se referencia a la norma incluyendo año);
 - Hojas de interpretación (Ministerio Industria): 38.
3. Reglamento de 2002. RD 842/2002, de 2 agosto. BOE 224 de 18 de septiembre.
 - Artículos 29;
 - Instrucciones Técnicas Complementarias: 51 (ITC);
 - Referencias a normas "vivas": 229 (se referencia solo al numero de la norma);
 - Guías del Ministerio de Industria, Turismo y Comercio (MITyC); 29 más 4 anexos (por ahora);
 - Normas Particulares de Compañías Eléctricas inscritas en los Registros de la Administración General del Estado.

7.4.2. REBT del 2002. RD 842/2002, de 2 agosto. BOE 224 de 18 de septiembre

En la siguiente dirección de internet se puede acceder a la información actualizada de este reglamento <http://www.f2i2.net/legislacionseguridadindustrial/legislacionNacionalGrupo.aspx?idregl=76>.

Objeto. Artículo 1 Establecer las condiciones técnicas y garantías que deben reunir las instalaciones eléctricas conectadas a una fuente de suministro de B.T. con la finalidad de:

1. Preservar la seguridad de las personas y los bienes.
2. Asegurar el normal funcionamiento y prevenir las perturbaciones.
3. Contribuir a la fiabilidad técnica y a la eficiencia económica de las instalaciones.

Instrucciones Técnicas complementarias. Se pueden dividir en los siguientes grupos:

- Generales (1-2);
- Normativas instalaciones e instaladores (3-5);
- Redes de distribución y alumbrado exterior (6-9);
- Suministro BT e instalaciones de enlace (10-18);
- Instalaciones interiores o receptoras (19-24);
- Instalaciones interiores de viviendas (25-27);
- Instalaciones en locales especiales (28-30);
- Instalaciones con fines especiales (31-42);
- Instalaciones de receptores (43-51).

Normas y Reglamentos. Las diferencias entre ambos conceptos se resumen en la tabla adjunta 7.5.

	NORMA	REGLAMENTO
FUNCIÓN	Homogeneidad, seguridad, fiabilidad	Para Obligar-Proteger <ul style="list-style-type: none"> • Obligar al instalador • Proteger al instalador • Proteger derechos del cliente
AUTOR	Organismo independiente	Administración
CARACTER	Cumplimiento voluntario	Cumplimiento obligatorio
PROCESO VALIDACIÓN	Certificación por organismo independiente	Homologación por Administración

Cuadro 7.5: Normas y Reglamentos.

7.5. Cálculo de la sección de las líneas según el REBT

La sección del conductor de una línea debe satisfacer los criterios de:

1. Calentamiento térmico del cable.
2. Caída de tensión (Monofásica o Circuito Monofásico Equivalente en trifásica).
3. Capacidad del conductor para soportar la corriente cortocircuito.

7.5.1. Cálculo Térmico por calentamiento del cable

Cálculo de comprobación. Seleccionada una sección se obtiene en las tablas su intensidad correspondiente y se multiplica este valor por los coeficientes de corrección necesarios. El valor resultante es la intensidad admisible en las condiciones de instalación.

Cálculo preliminar. Se divide la corriente de carga de la instalación por los factores de corrección necesarios y con el valor resultante se elige en las tablas la sección que admita un intensidad igual o mayor.

7.5.1.1. Líneas aéreas

ITC-BT-06. REDES AÉREAS PARA DISTRIBUCIÓN EN BAJA TENSIÓN. Apartado 4. Intensidades máximas admisibles por los conductores aislados de 0,6/1 kV y conductores desnudos.

Condiciones nominales. Apartado 4.2.1 del REBT

- Un solo cable.
- Instalado al aire libre.
- A una temperatura ambiente 40 °C.

7.5.1.2. Líneas subterráneas.

ITC-BT-07. REDES SUBTERRANEAS PARA DISTRIBUCIÓN EN BAJA TENSIÓN. Apartado 3. Intensidades máximas admisibles por los conductores aislados de 0,6/1 kV.

Condiciones tipo. Apartado 3.1.2.1 del REBT:

- Un solo cable tripolar o tetrapolar o una terna de cables unipolares en contacto mutuo, o cable bipolar o dos cables unipolares en contacto mutuos.
- Directamente enterrados en toda su longitud en una zanja de 0,70 m de profundidad.
- En un terreno de resistencia térmica media de 1 K·m/W.
- Temperatura ambiente del terreno a dicha profundidad de 25 ° C.

7.5.1.3. Líneas interiores.

ITC-BT-19. INSTALACIONES INTERIORES O RECEPTORAS. PRESCRIPCIONES GENERALES. Apartado 2. Prescripciones de carácter general. 2.2.3. Intensidades máximas admisibles.

Condiciones nominales. Apartado 2.2.3 del REBT:

- Distintos métodos de instalación, agrupamientos y tipos de cables
- Temperatura ambiente de 40 °C.
- Otras condiciones UNE 20.460-5-523.

7.5.2. Cálculo por caída de tensión

Los límites reglamentarios de las caídas de tensión vienen prefijados en la Guía Técnica de Aplicación del REBT. Anexo 2. Cálculo de las caídas de tensión.

Además, la pérdida de potencia en la transmisión es directamente proporcional a la caída de tensión a lo largo de la misma.

En los subapartados que siguen, se presentarán los esquemas unifilares de diferentes tipos de líneas. Un esquema o diagrama unifilar es una representación gráfica de una instalación eléctrica o de parte de ella. El esquema unifilar se distingue de otros tipos de esquemas eléctricos en que el conjunto de conductores de un circuito se representa mediante una única línea, independientemente de la cantidad de dichos conductores.

Parte de la instalación	Para alimentar a	c.d.t. %	ITC-BT
LGA (Línea General de Alimentación)	Suministro de un único usuario	No existe LGA	12(2.1)
	Contadores totalmente centralizados	0,5	14(3)
	Centralizaciones parciales de contadores	1,0	14(3)
DI (Derivación Individual)	Suministros de un único usuario, en que no exista LGA	1,5	15(3)
	Contadores totalmente centralizados	1,0	15(3)
	Centralizaciones parciales de contadores	0,5	15(3)
Lineas Interiores			
Desde Dispositivos Generales e Individuales de Mando y Protección	Circuitos interiores en viviendas	3,0	19(2.2.2) y 25(3)
	Circuitos de alumbrado que no sean viviendas	3,0	19(2.2.2)
	Circuitos de fuerza que no sean viviendas	5,0	19(2.2.2)
Desde Centro Transformación (Instalaciones Industriales que se alimentan en A.T. con Transformador propio)	Alumbrado	4,5	19(2.2.2)
	Resto	6,5	19(2.2.2)
Redes de Distribución (Tolerancia en Tensión)	Real Decreto 1955/2000	±7	Art. 104

Cuadro 7.6: Caídas de tensión máximas. Guía Técnica de Aplicación del REBT. Anexo 2.

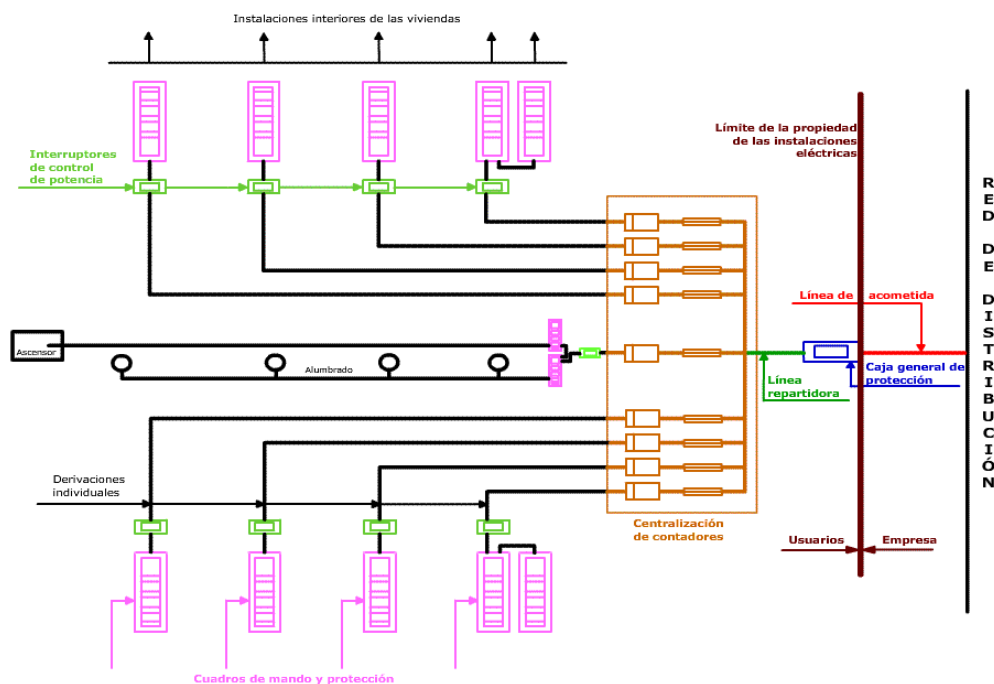


Figura 7.7: Esquema básico de la instalación eléctrica de viviendas.

7.5.2.1. Línea de baja tensión con carga única

Se estudiarán las 2 alimentaciones posibles de una carga que se pueden presentar en corriente alterna:

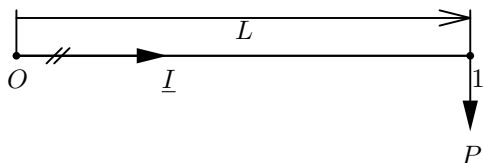


Figura 7.8: Monofásica. Esquema unifilar.

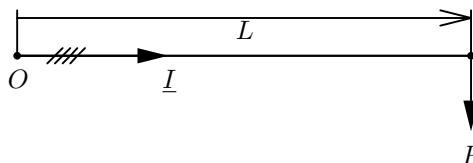


Figura 7.9: Trifásica. Esquema unifilar.

Determinación de la sección del cable

1. En función de la intensidad:

$$s = \frac{2 \cdot L \cdot I \cdot \cos \varphi}{\sigma \cdot u} \quad (7.7)$$

donde:

- s : sección conductor (mm^2);
- L : longitud de la línea (m);
- I : intensidad eficaz de la línea (A);
- $\cos \varphi$: factor de potencia;
- u : caída de tensión en la línea (V);
- σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$).

2. En función de la potencia:

$$s = \frac{2 \cdot L \cdot P}{\sigma \cdot u \cdot U} \quad (7.8)$$

donde:

- s : sección conductor (mm^2);
- L : longitud de la línea (m);
- P : potencia de la carga (W);
- u : caída de tensión en la línea (V);
- σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$);
- U : tensión de la línea (V).

Determinación de la sección del cable

1. En función de la intensidad:

$$s = \frac{\sqrt{3} \cdot L \cdot I \cdot \cos \varphi}{\sigma \cdot u} \quad (7.9)$$

donde:

- s : sección conductor (mm^2);
- L : longitud de la línea (m);
- I : intensidad eficaz de la línea (A);
- $\cos \varphi$: factor de potencia;
- u : caída de tensión en la línea (V);
- σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$).

2. En función de la potencia:

$$s = \frac{L \cdot P}{\sigma \cdot u \cdot U} \quad (7.10)$$

donde:

- s : sección conductor (mm^2);
- L : longitud de la línea (m);
- P : potencia de la carga (W);
- u : caída de tensión en la línea (V);
- σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$);
- U : tensión de la línea (V).

Momento eléctrico Se conoce con este nombre al producto de la distancia, desde el origen hasta una derivación, por la potencia que consume en dicha derivación, ($L \cdot P$), o en función de la intensidad activa ($L \cdot I \cdot \cos \varphi$) por su analogía con el momento de una fuerza en mecánica.

7.5.2.2. Línea de baja tensión de sección constante con carga distribuida

Se analizarán las 2 alimentaciones posibles de una carga que se pueden presentar en corriente alterna:

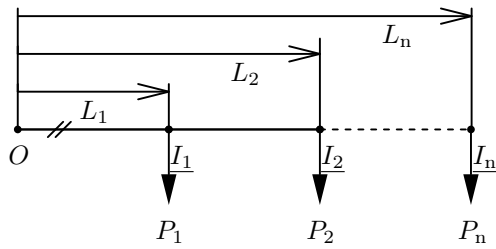


Figura 7.10: Monofásica. Esquema unifilar.

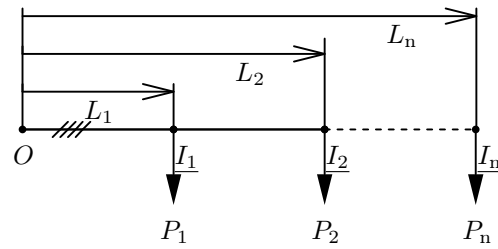


Figura 7.11: Trifásica. Esquema unifilar.

Determinación de la sección del cable

1. En función de la intensidad:

$$s = \frac{2 \cdot \sum (L_i \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i)}{\sigma \cdot u} \quad (7.11)$$

donde:

s : sección conductor (mm^2);
 L_i : longitud desde el origen a cada carga (m);
 I_i : intensidad eficaz de cada carga (A);
 $\cos \varphi_i$: factor de potencia de cada carga;
 u : caída de tensión en la línea (V);
 σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$).

2. En función de la potencia:

$$s = \frac{2 \cdot \sum (L_i \cdot P_i)}{\sigma \cdot u \cdot U} \quad (7.12)$$

donde:

s : sección conductor (mm^2);
 L_i : longitud desde el origen a cada carga (m);
 P_i : potencia de cada carga (W);
 u : caída de tensión en la línea (V);
 σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$);
 U : tensión de la línea (V).

Determinación de la sección del cable

1. En función de la intensidad:

$$s = \frac{\sqrt{3} \cdot \sum (L_i \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i)}{\sigma \cdot u} \quad (7.13)$$

donde:

s : sección conductor (mm^2);
 L_i : longitud desde el origen a cada carga (m);
 I_i : intensidad eficaz de cada carga (A);
 $\cos \varphi_i$: factor de potencia de cada carga;
 u : caída de tensión en la línea (V);
 σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$).

2. En función de la potencia:

$$s = \frac{\sum (L_i \cdot P_i)}{\sigma \cdot u \cdot U} \quad (7.14)$$

donde:

s : sección conductor (mm^2);
 L_i : longitud desde el origen a cada carga (m);
 P_i : potencia de cada carga (W);
 u : caída de tensión en la línea (V);
 σ : conductividad del conductor a la temperatura de cálculo ($\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$);
 U : tensión de la línea (V).

7.5.2.3. Línea de baja tensión de sección telescópica con carga distribuida

Los dos criterios más utilizadas en el diseño de este tipo de líneas son:

Eficiencia energética en el transporte mediante minimización de sus pérdidas

Económico minimizando el volumen del material conductor utilizado en la distribución

Con el diseño único de líneas con sección uniforme sucede que su aprovechamiento eléctrico no es el óptimo, ya que las densidades de corriente van disminuyendo progresivamente en los sucesivos tramos a partir del primero.

En este punto es interesante resaltar que la pérdidas por efecto joule en un conductor son proporcionales al cuadrado de la densidad de corriente.

$$P_j = I^2 \cdot R = (J \cdot A)^2 \cdot \left(\rho \cdot \frac{l}{A} \right) = J^2 \cdot (A \cdot l \cdot \rho) \quad (\text{W})$$

Agrupando términos se obtiene:

$$\frac{P_j}{(A \cdot l)} = \frac{P_j}{V} = p_j = \rho \cdot J^2 \quad (\text{W/m}^3) \quad (7.15)$$

El diseño bajo estas condiciones es el de optimización de pérdidas en el transporte.

El criterio económico optimiza el peso del material conductor utilizado en la distribución. En la práctica se divide la línea en tramos que se calculan independientemente, siendo la caída de tensión total, u , la suma de las caídas de las tensiones parciales.

Para una línea como la de la figura 7.12, la caída de tensión, u_1 , en el tramo AB que produce la utilización mínima de material conductor viene expresada por la ecuación 7.16.

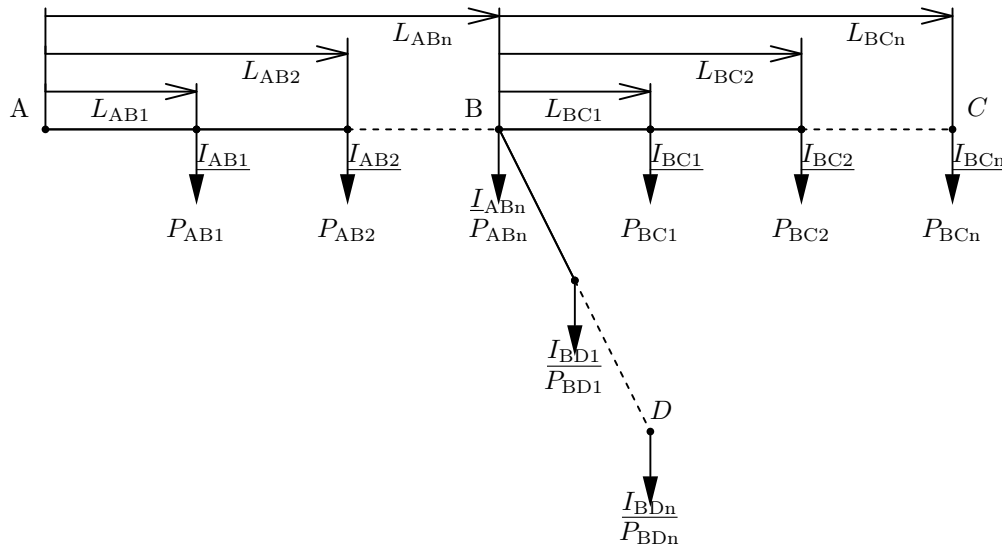


Figura 7.12: Línea de diseño telescópico.

$$u_1 = \frac{u}{1 + \sqrt{\frac{C \cdot L_{BC} + D \cdot L_{BD}}{B \cdot L_{AB}}}} \quad (7.16)$$

donde:

B, C y D. Son los momentos eléctricos de los tramos AB, BC y BD

B = $\sum (L_i \cdot P_i)_{AB}$ en función de la potencia y $\sum (L_i \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i)_{AB}$ en función de la intensidad.

C = $\sum (L_i \cdot P_i)_{BC}$ en función de la potencia y $\sum (L_i \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i)_{BC}$ en función de la intensidad.

D = $\sum (L_i \cdot P_i)_{BD}$ en función de la potencia y $\sum (L_i \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i)_{BD}$ en función de la intensidad.

7.5.2.4. Línea de sección constante alimentada por los dos extremos

Necesariamente debe existir una carga en la línea que debe ser alimentada por los dos extremos. Además, este punto será aquel en el que se produzca la máxima caída de tensión de todo el distribuidor.

Una vez determinada la posición de esta carga singular, la resolución coincide con la del caso de dos distribuciones abiertas ya tratado en el apartado 7.5.2.2, en la página 116.

La potencia y/o intensidad activa que aporta cada extremo, $0 - 0'$, se obtiene aplicando momentos en el extremo opuesto, e igualando las caídas de tensión producidas por esta aportación con caídas originadas por las cargas desde el extremo en el que se toman los momentos.

Además siempre se debe cumplir que:

$$P_0 + P_{0'} = \sum P_i \quad \text{y} \quad I_0 + I_{0'} = \sum I_i \cdot \cos \varphi_i$$

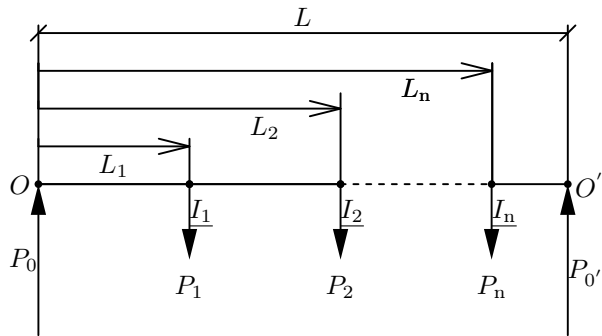


Figura 7.13: Momentos respecto de 0.

1. En función de la intensidad:

$$I_{0'} \cdot \cos \varphi_{0'} = \frac{\sum (L_i \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i)}{L} \quad (7.17)$$

2. En función de la potencia:

$$P_{0'} = \frac{\sum (L_i \cdot P_i)}{L} \quad (7.18)$$

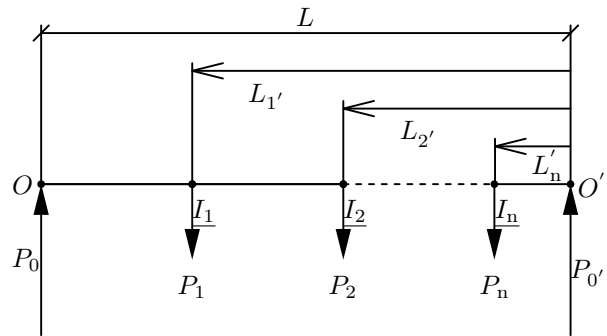


Figura 7.14: Momentos respecto de 0'.

1. En función de la intensidad:

$$I_0 \cdot \cos \varphi_0 = \frac{\sum (L_i' \cdot I_i \cdot \cos \varphi_i)}{L} \quad (7.19)$$

2. En función de la potencia:

$$P_0 = \frac{\sum (L_i' \cdot P_i)}{L} \quad (7.20)$$

7.5.2.5. Línea cerrada en anillo

Estas líneas cerradas pueden suponerse abiertas en el punto de alimentación. Así se pueden considerar como líneas abiertas alimentadas por los dos extremos a la vez.

Criterios de diseño por caída de tensión:

- Funcionamiento como distribuidor cerrado.
- Funcionamiento como distribuidor abierto. Coger derivación más desfavorable por intensidad y diseñar la misma con criterio de caída de tensión.

7.5.2.6. Línea de corriente continua

Es un caso particular de línea monofásica de alterna con cargas resistivas, es decir, factor de potencia la unidad.

7.5.3. Cálculo por capacidad para soportar la corriente cortocircuito

Para un cable, un cortocircuito es una corriente de gran intensidad y de duración muy corta seguida de una desconexión permanente. Debido precisamente a esta corta duración, máximo 5 segundos según norma, GUIA-BT 22, se puede suponer un calentamiento adiabático del cable, es decir, que todo el calor generado no se disipa, sino que se queda en el conductor produciendo su elevación de temperatura.

La norma propone la siguiente expresión para este fenómeno:

$$I_{cc}^2 \cdot t_{cc} = k^2 \cdot s^2 \cdot \ln \frac{\beta + \theta_f}{\beta + \theta_i}$$

donde:

- I_{cc}^2 : corriente del cortocircuito en A;
- t_{cc} : tiempo del disparo del cortocircuito en segundos;
- s : sección del conductor en mm^2 ;

- k : constante del material conductor;
- β : inversa del coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura en °C;
- θ_f : temperatura final del cortocircuito en °C;
- θ_i : Temperatura inicial del cortocircuito en °C.

Los valores de las constantes de los materiales utilizadas en la expresión anterior son:

Material	k	β (°C)
Cobre	226	235
Aluminio	148	228

Cuadro 7.7: Constantes de materiales usuales.

Respecto a las temperaturas inicial y final del cortocircuito, dependen de la naturaleza del aislamiento, y las normas UNE y el propio Reglamento las fijan en los siguientes valores:

Aislamiento	θ_i (°C)	θ_f (°C)
Termoplástico	70	160
Termoestable	90	250

Cuadro 7.8: Temperatura máximas admisibles según tipo de aislamiento.

Si se sustituyen las constantes por sus valores numéricos, se obtiene una expresión de utilización más sencilla que adopta la forma:

$$I_{cc}^2 \cdot t_{cc} = K^2 \cdot S^2 \implies \sqrt{t_{cc}} = (K \cdot S) / I_{cc}$$

donde K, para una temperatura del conductor de 30°C, tiene los siguientes valores, Anexo B (Normativo) de la UNE-EN 61439-1 de Febrero 2011.

115	Para los conductores de cobre aislado con policloruro de vinilo.
166-176	Para los conductores de cobre aislado con caucho para uso general, con butilo, con polietileno reticulado o con etileno propileno.
95	Para los conductores de aluminio aislado con policloruro de vinilo
110-116	Para los conductores de aluminio aislado con caucho para uso general, con butilo, con polietileno reticulado o con etileno propileno.
115	Para las conexiones soldadas con estaño con los conductores de cobre correspondientes a una temperatura de 160 °C.

Cuadro 7.9: Valores de K para los materiales más usuales.

7.5.3.1. Cálculo de corrientes de cortocircuito

Deben colocarse dispositivos de protección capaces de interrumpir toda corriente de cortocircuito antes de que ésta pueda resultar peligrosa debido a los efectos térmicos y mecánicos producidos en los conductores y en las conexiones.

Asimismo, dado que cuando el cortocircuito tiene lugar en el extremo de una línea, la impedancia de ésta produce una reducción en el valor de la corriente de cortocircuito, los dispositivos de protección deben asegurar la interrupción en un tiempo máximo de 5 s para evitar los riesgos de incendio que de otra manera podrían producirse.

Nota. 5 s es la duración necesaria para que la corriente de cortocircuito eleve la temperatura de los conductores desde la temperatura máxima admisible en servicio normal al valor límite.

Normas y cálculos de las corrientes de cortocircuito.

Método de las impedancias. Consiste en sumar separadamente las diferentes resistencias y reactividades del bucle de defecto, añadiendo después los generadores, hasta el punto considerado, incluyendo, también, su correspondiente impedancia, $I_{cc} = U_n / \sum (Z)$. Para aplicar este método es imprescindible conocer todas las características de los diferentes elementos del bucle de defecto, tanto fuentes como conductores.

Método de composición. Se puede utilizar cuando no se conocen las características de la alimentación. La impedancia aguas arriba del circuito considerado se calcula a partir de la estimación de la corriente de cortocircuito en su origen.

Método convencional. Permite calcular las corrientes de cortocircuito mínimas y las corrientes de defecto en el extremo de la red, sin conocer las impedancias o la I_{cc} de la instalación aguas arriba del circuito considerado. Se basa en la hipótesis de que la tensión en el origen del circuito, durante el tiempo de cortocircuito o defecto, es igual al 80 % de la tensión nominal. Este método se usa sobre todo para los circuitos finales suficientemente alejados de la fuente de alimentación, ya sea ésta red o grupo.

Método simplificado. Utilizando tablas, con diversas hipótesis simplificadoras, dan directamente, para cada sección:

- la corriente asignada del dispositivo, que asegura la protección contra las sobrecargas;
- las longitudes máximas de los conductores protegidos contra contactos indirectos;
- las longitudes admisibles, teniendo en cuenta las caídas de tensión;
- en realidad, estas tablas están confeccionadas con los resultados de los cálculos obtenidos al aplicar los métodos de composición y convencional.

Norma CEI 909 (VDE 0102). Se aplica a todas las redes, radiales o malladas, hasta 230 kV. Basada en el teorema de Thevenin, consiste en calcular la fuente de tensión equivalente en el punto de cortocircuito, para, seguidamente, determinar la corriente en este punto. Todas las alimentaciones de la red y las máquinas eléctricas se sustituyen por sus impedancias, directa, inversa y homopolar. Con este método se desprecian todas las capacidades de la línea y las admitancias en paralelo de las cargas no giratorias, salvo la homopolar.

Existen otros métodos que utilizan el principio de superposición y necesitan un cálculo previo de la corriente de carga. Merece especial mención la norma CEI 865 (VDE 0103) que se basa en el cálculo de la corriente de cortocircuito térmicamente equivalente.

Debido al campo de aplicación de esta asignatura se va a desarrollar únicamente el método convencional.

Método convencional. Guía Técnica de aplicación del REBT. Anexo 3. Cálculo de corrientes de cortocircuito.

Como generalmente se desconoce la impedancia del circuito de alimentación a la red, impedancia del transformador, red de distribución y acometida, se admite que en caso de cortocircuito, la tensión en el inicio de las instalaciones de los usuarios se pueda considerar como 0,8 veces la tensión de suministro. Se toman los defectos cortocircuito trifásico, red trifásica, y el de fase tierra, red monofásica, y además se consideran despreciables la inductancia de los cables.

Esta consideración es válida cuando el centro de transformación, origen de la instalación, está situado fuera del edificio o lugar de suministro afectado. En caso contrario habría que considerar todas las impedancias.

$$I_{cc} = \frac{0,8 \cdot U_{simple}}{R}$$

donde:

I_{cc} : intensidad de cortocircuito máxima en el punto considerado;

U_{simple} : tensión de alimentación fase neutro;

R : resistencia del conductor de fase entre el punto considerado y la alimentación. Normalmente, el valor de R deberá tener en cuenta la suma de las resistencias de los conductores entre la Caja General de Protección y el punto considerado en el que se desea calcular el cortocircuito, por ejemplo el punto donde se emplaza el cuadro con los dispositivos generales de mando y protección. Para el cálculo de R se considera que los conductores están a una temperatura de 20 °C, para obtener así el valor máximo posible de I_{cc} .

Capítulo 8

PROTECCIONES ELÉCTRICAS EN LAS INSTALACIONES DE B.T.

Planteamiento y resumen del capítulo

El capítulo se inicia con un conjunto de definiciones extraídas del REBT cuya finalidad es fijar los principales conceptos reglamentarios que van a ser abordados en las siguientes secciones.

El siguiente apartado, sobre la peligrosidad de la corriente eléctrica, desarrolla los diversos aspectos de la norma UNE-IEC/TS 60479 sobre los efectos de la corriente sobre el hombre y los animales domésticos destacando los temas de impedancia del cuerpo humano, efectos de la corriente alterna sinusoidal resaltando las zonas de tiempo-corriente y los límites de peligrosidad de la tensión de contacto.

Antes de avanzar en la técnica de la protección eléctrica, se analiza la seguridad frente al riesgo eléctrico especificando los procedimientos adecuados para su minimización especialmente en trabajos sin tensión, haciendo incidencia especial en las cinco reglas de oro. También se propone la visualización de dos vídeos didácticos.

A continuación se desarrolla aspectos acerca de la puesta a tierra resaltando su importancia y su objetivo de limitación de las tensiones de las masas respecto a tierra.

En el apartado esquemas de conexión a tierra y regímenes de neutro, se desglosa cada una de las peculiaridades de las diferentes conexiones haciendo hincapié en las consecuencias de un defecto de aislamiento y las características que debe reunir la aparamenta para la correcta protección de las personas y la instalación.

En las dos secciones siguientes se expone el tema de la aparamenta eléctrica. Empezando con la descripción de los dispositivos más usuales en baja tensión, se continúa abordando la cuestión de la protección tanto a las personas como a la instalación remarcando especialmente las características que deben reunir para la protección ante contactos directos e indirectos.

8.1. Definiciones previas

De la ITC-BT-01, Terminología, del REBT destacamos las siguientes definiciones:

50. CONTACTO DIRECTO. Contacto de personas o animales con partes activas de los materiales y equipos.

Las medidas de protección ante este tipo de contactos consisten en evitar, en la medida de lo posible, que dicho contacto se produzca (empleo de aislantes adecuados, alejamiento de partes activas, etc...).

51. CONTACTO INDIRECTO. Contacto de personas o animales domésticos con partes que se han puesto bajo tensión como resultado de un fallo de aislamiento.

Las medidas de protección ante este tipo de contactos, así como el comportamiento de la instalación en estas situaciones, están principalmente definidas por el sistema de conexión del neutro o régimen de neutro.

52. CORRIENTE DE CONTACTO. Corriente que pasa a través de un cuerpo humano o de un animal cuando está sometido a una tensión eléctrica.

57. CORRIENTE DE DEFECTO O DE FALTA. Corriente que circula debido a un defecto de aislamiento.

69. DEFECTO FRANCO. Defecto de aislamiento cuya impedancia puede considerarse nula.

103. PARTES ACTIVAS. Conductores y piezas conductoras bajo tensión en servicio normal. Incluyen el conductor neutro o compensador y las partes a ellos conectadas. Excepcionalmente, las masas no se considerarán como partes activas cuando estén unidas al neutro con finalidad de protección contra contactos indirectos.

128. TENSIÓN DE CONTACTO. Tensión que aparece entre partes accesibles simultáneamente, al ocurrir un fallo de aislamiento.

NOTAS:

1. Por convenio este término sólo se utiliza en la relación contra contactos indirectos.
2. En ciertos casos el valor de la tensión de contacto puede resultar influido notablemente por la impedancia que presenta la persona en contacto con esas partes.

129. TENSIÓN DE DEFECTO. Tensión que aparece a causa de un defecto de aislamiento, entre dos masas, entre una masa y un elemento conductor o entre una masa y una toma de tierra de referencia, es decir, un punto en el que el potencial no se modifica al quedar la masa en tensión.

8.2. Peligrosidad de la corriente eléctrica

Las normas UNE que recogen los efectos de la corriente sobre el hombre son:

UNE-IEC/TS 60479-1. Efectos de la corriente sobre el hombre y los animales domésticos. Parte 1: Aspectos generales. Junio 2007.

UNE-IEC/TS 60479-1:2007. Efectos de la corriente sobre el hombre y los animales domésticos. Parte 1: Aspectos generales. Erratum. Septiembre 2009.

UNE-IEC/TS 60479-2 EX. Efectos de la corriente sobre el hombre y los animales domésticos. Parte 2: Aspectos particulares. Noviembre 2010.

Mientras no se indique expresamente lo contrario, en este apartado supondremos que nos estamos refiriendo a la parte 1 de la citada norma.

Esta norma precisa en el segundo párrafo de su introducción que a fin de evitar errores es preciso subrayar que los datos se fundamentan esencialmente en experiencias sobre animales y en datos suministrados por observaciones médicas y que sólo algunos ensayos de corriente de choque de corta duración se han efectuado sobre seres humanos vivos.

La norma da informaciones sobre impedancias del cuerpo y los umbrales de la corriente para los diversos efectos fisiológicos. Estas informaciones pueden ser asociadas para dar estimaciones de los umbrales de tensión de contacto en corriente alterna y continua para determinadas trayectorias en el cuerpo, condiciones de humedad y zonas de contacto de la piel.

Para una misma trayectoria de la corriente a través del cuerpo humano, el riesgo que corren las personas depende esencialmente de la intensidad y la duración de paso de la corriente. Sin embargo, las zonas tiempo/intensidad no son en muchos casos directamente aplicables en la práctica para establecer la protección contra los choques eléctricos; el criterio es el límite admisible de la tensión de contacto (es decir, el producto de la corriente de paso a través del cuerpo humano y de su impedancia) en función del tiempo. La relación entre la intensidad y la tensión no es lineal debido a que la impedancia del cuerpo humano varía con la tensión de contacto.

Los valores de la impedancia indicados en esta especificación técnica resultan de un examen minucioso de resultados experimentales disponibles a partir de mediciones efectuadas sobre cadáveres y sobre algunas personas vivas.

8.2.1. Impedancias eléctricas del cuerpo humano

Los valores de las impedancias del cuerpo humano son función de numerosos parámetros, en particular la trayectoria de la corriente, la tensión de contacto, la duración del paso de la corriente, la frecuencia, la humedad de la piel, la superficie de contacto, la presión ejercida y la temperatura.

La norma en las tablas 1, 2 y 3 presenta los valores de la impedancia total del cuerpo humano para seres vivos y una trayectoria mano a mano con superficies de contacto grandes, 10.000 mm², en condiciones secas, tabla 1, condiciones húmedas, tabla 2, y condiciones húmedas y saladas, tabla 3.

De la observación de los datos de dichas tablas podemos extraer las siguientes conclusiones:

- La gran variabilidad de la impedancia del cuerpo humano.
- La disminución del valor de la impedancia conforme se aumenta la tensión aplicada.
- La convergencia de los valores asintóticos de las tres tablas. Así los valores de la impedancia total de los cuerpos humanos que no son sobrepasados por el:

5 % de la población es 575 Ω ;

50 % de la población es 775 Ω ;

95 % de la población es 1050 Ω .

- Como valor referencial, la impedancia para una tensión de 225 V y en las peores condiciones, tabla 3, alcanza los valores de:

5 % de la población es 770 Ω ;

50 % de la población es 1.115 Ω ;

95 % de la población es 1.505 Ω .

Como valor normalizado de la impedancia del cuerpo se suele tomar 1.000 Ω .

8.2.2. Efectos de la corriente alterna sinusoidal de frecuencia comprendida entre 15 Hz y 100 Hz

Umbral de percepción. Es el valor mínimo de la corriente que, cuando atraviesa el cuerpo de una persona, provoca alguna sensación en ésta. Este umbral depende también de varios parámetros tales como la superficie del cuerpo en contacto con un electrodo (superficie de contacto), las condiciones de contacto (seca, húmeda, presión, temperatura), así como de las características fisiológicas del individuo.

Umbral de reacción. Es el valor mínimo de la corriente que provoca en las personas contracciones musculares involuntarias. Este umbral depende de varios parámetros tales como la superficie del cuerpo en contacto con un electrodo (superficie de contacto), las condiciones de contacto (seca, húmeda, presión, temperatura), así como de las características fisiológicas del individuo.

En la norma se toma un valor general de 0,5 mA, cualquiera que sea el tiempo.

Inmovilización. Significa que los efectos de la corriente eléctrica son tales que el cuerpo humano, o una parte del mismo, no se puede mover voluntariamente.

Umbral de no soltar. Depende de varios parámetros tales como la superficie de contacto, la forma y las dimensiones de los electrodos y de las características fisiológicas de las personas.

En la norma se indica que un valor de 5 mA cubre el conjunto de la población

Umbral de fibrilación ventricular. Depende tanto de parámetros fisiológicos como eléctricos. Decece considerablemente si la duración del paso de la corriente se prolonga más de un ciclo cardiaco.

Otros efectos del choque eléctrico. Pueden aparecer otros efectos como contracciones musculares, elevación de la presión sanguínea, perturbaciones de la formación y de la conductividad de los impulsos cardíacos. Tales efectos no son generalmente mortales.

Con corrientes de varios amperios que duran varios segundos pueden aparecer quemaduras profundas y otras lesiones internas. También pueden verse quemaduras superficiales.

Los accidentes de alta tensión no comportan generalmente fibrilación ventricular, dando lugar a otras formas de parada cardíaca.

La fibrilación ventricular es mortal porque impide el paso de la sangre transportando el oxígeno. Los accidentes eléctricos que no implican fibrilación ventricular también pueden ser mortales. Otros efectos pueden afectar a la respiración e impedir a la persona requerir ayuda. Estos mecanismos asociados comprenden la perturbación funcional del control respiratorio, la parálisis de los músculos respiratorios, daños en los centros nerviosos de esos músculos y daños sobre los mecanismos del control respiratorio en los pulmones. Estos efectos, si son permanentes, conducen inevitablemente a la muerte

8.2.2.1. Descripción de las zonas tiempo/corriente.

Las distintas zonas que se aprecian en el diagrama de la figura 8.1 de la página 126 corresponden a la figura 20 de la norma para una trayectoria mano izquierda (la más próxima al corazón y por lo tanto más crítica) a pies.

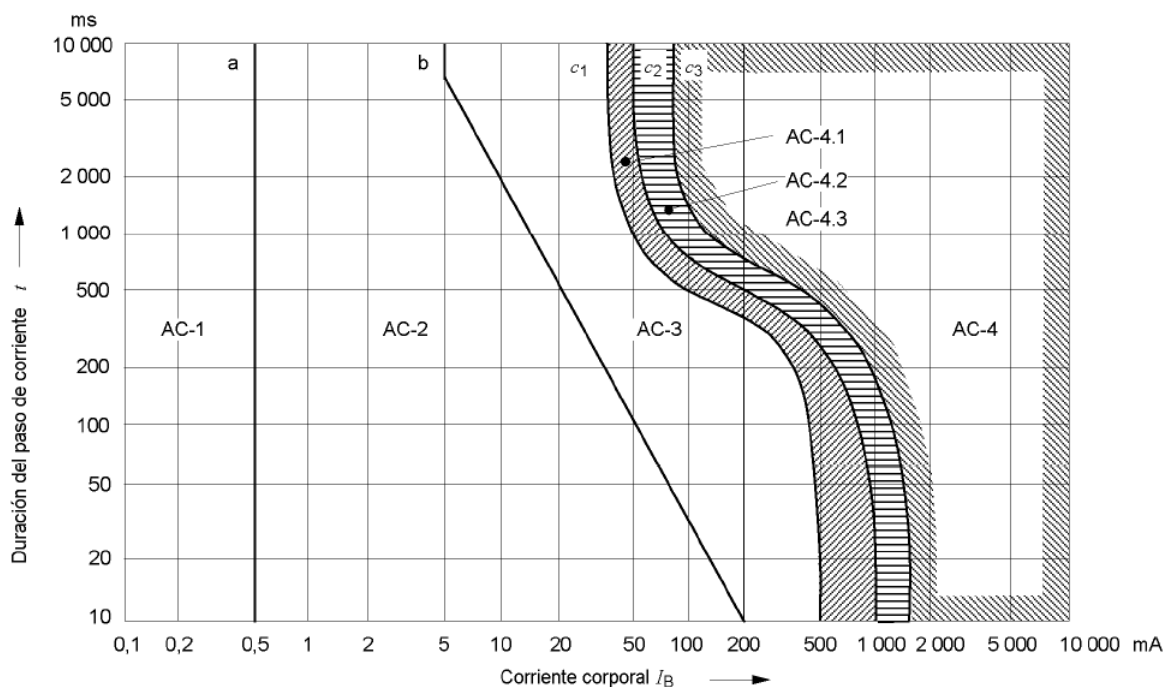


Figura 8.1: Zonas tiempo/corriente

AC-1. Hasta 0,5 mA curva a. Posible percepción pero habitualmente no hay reacción al choque.

AC-2. De 0,5 mA, hasta la curva b. Percepción y eventuales contracciones musculares involuntarias pero habitualmente sin efectos fisiológicos nocivos. Valor mínimo de corriente de la curva b 5 mA.

AC-3. Curva b por encima hasta curva c1. Fuertes contracciones musculares involuntarias. Dificultades de respiración. Perturbaciones reversibles de las funciones del corazón. Puede producirse una inmovilización. Aumento de los efectos con la magnitud de la corriente. Habitualmente sin daños orgánicos. Valor mínimo de la corriente de la curva c1 36 mA.

AC-4. Por encima de la curva c1. Efectos patológicos tales como parada de corazón, parada de la respiración y quemaduras graves u otros fallos celulares. Probabilidad de fibrilación ventricular aumentando con la intensidad de la corriente y el tiempo.

En esta zona se distinguen 3 subzonas que son:

AC-4.1. Entre las curvas c1 y c2. Probabilidad de fibrilación ventricular aumentando hasta alrededor del 5%.

AC-4.2. Entre las curvas c2 y c3. Probabilidad de fibrilación ventricular hasta alrededor del 50%.

AC-4.3. Por encima de la curva c3 Probabilidad de fibrilación ventricular superior al 50%.

Si deseamos resumir con un único dato que represente un límite eléctrico de peligrosidad para el cuerpo humano que produzca perturbaciones reversibles, éste sería el valor mínimo de la corriente de la curva c1, es decir 36 mA. Por lo tanto en la norma correspondiente el REBT fija que el dispositivo que proteja a las personas actúe con una corriente de 30 mA.

8.2.3. Límite de la peligrosidad de la tensión de contacto

Desde el punto de vista reglamentario, el REBT en su ITC-BT-18 Instalaciones de Puesta a Tierra manifiesta que el valor de la resistencia de tierra será tal que cualquier masa no pueda dar lugar a tensiones de contacto superiores a:

- 24 V en local o emplazamiento conductor;
- 50 V en los demás casos.

En la figura 8.2 de la página 128 se muestra la curva de seguridad tiempo-tensión para un emplazamiento de 50V¹.

Además el Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo dentro de sus Normas Técnicas de Prevención, NTP 71: Sistemas de protección contra contactos eléctricos indirectos, que aunque derogada desde el punto de vista legal sigue operativa según criterio técnico, indica:

- 12 V emplazamiento sumergido.

Si las condiciones de la instalación son tales que puedan dar lugar a tensiones superiores a los valores señalados anteriormente, se asegurará la rápida eliminación de la falta mediante dispositivos de corte adecuados a la corriente de servicio.

8.3. Seguridad frente al riesgo eléctrico. Reglas de oro

Riesgo eléctrico. Es aquel susceptible de ser producido por instalaciones eléctricas, partes de las mismas, y cualquier dispositivo eléctrico bajo tensión, con potencial de daño suficiente para producir fenómenos de electrocución y quemaduras.

¹Extraída del Cuaderno 3 de Aplicaciones Técnicas “Sistemas de Distribución y Protección Contra Contactos Indirectos y Defectos de Tierra” de ABB

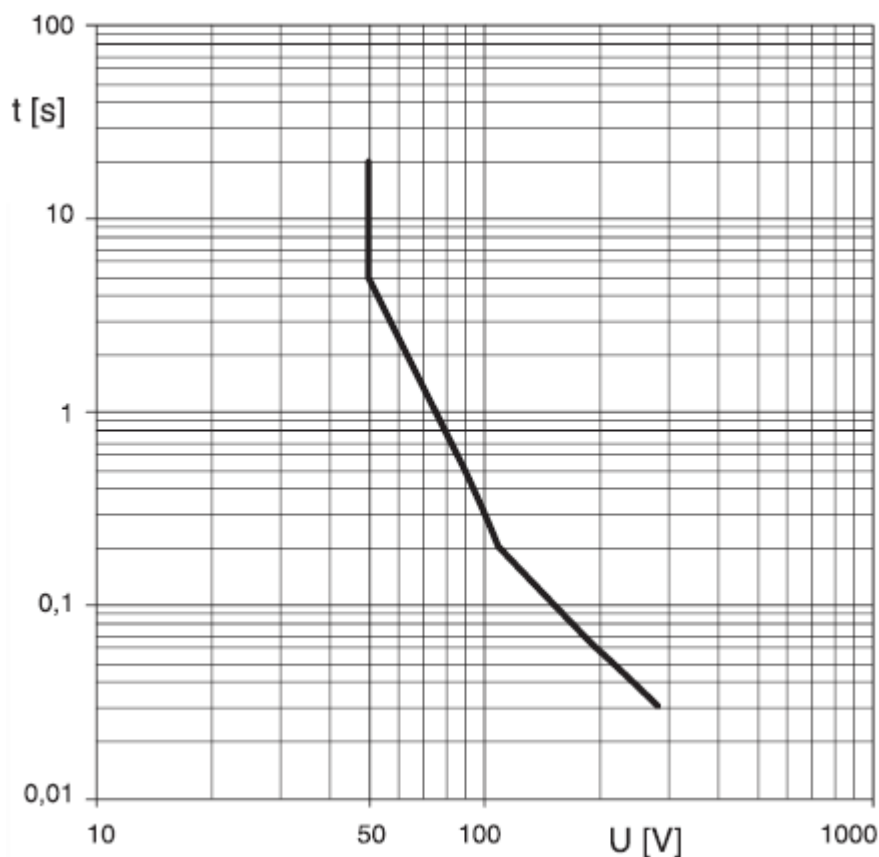


Figura 8.2: Curva Seguridad Tiempo-Tensión emplazamiento 50 V

8.3.1. Legislación

La legislación vigente en materia de seguridad se puede consultar en el web del Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo, <http://www.insht.es/> en la sección de normativa, siendo especialmente interesantes la sección de sus Guías Técnicas.

En este apartado nos vamos a referir únicamente a dos normativas que son un Real Decreto y su correspondiente guía técnica.

1. REAL DECRETO 614/2001, de 8 de junio, sobre disposiciones mínimas para la protección de la salud y seguridad de los trabajadores frente al riesgo eléctrico². Consta de:
 - 6 artículos.
 - 1 disposición derogatoria.
 - 2 disposiciones finales. En la primera encomienda de manera específica al Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo la elaboración y el mantenimiento actualizado de una Guía Técnica para la evaluación y prevención del riesgo eléctrico en trabajos que se realicen en las instalaciones eléctricas de los lugares de trabajo o en la proximidad de las mismas.
 - Anexos
 - I. Definiciones.
 - II. Trabajos sin tensión.
 - III. Trabajos en tensión.
 - IV. Maniobras, mediciones, ensayos y verificaciones.
 - V. Trabajos en proximidad.

²BOE del 21 de junio de 2001. La versión en pdf se puede obtener en <http://www.boe.es/boe/dias/2001/06/21/pdfs/A21970-21977.pdf>

VI. Trabajos en emplazamientos con riesgo de incendio o explosión. Electricidad estática.

2. Guía Técnica para la evaluación y prevención del riesgo eléctrico por el Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo INSHT. La última versión corresponde a su segunda edición³. Es necesario destacar los siguientes aspectos:

- Artículo 4. Técnicas y procedimientos de trabajo. Se recogen en el cuadro 2.
- Artículo 5. Formación e información de los trabajadores. En el cuadro 1 se especifica cuál debe ser la formación/capacitación mínima que deben poseer los trabajadores, en función del trabajo que desarrollen.
- **Anexo II. Trabajos sin tensión.**

Hasta que no se hayan completado las cinco etapas, reglas de oro, no podrá autorizarse el inicio del trabajo sin tensión y se considerará en tensión la parte de la instalación afectada. Sin embargo, para establecer la señalización de seguridad indicada en la quinta etapa podrá considerarse que la instalación está sin tensión si se han completado las cuatro etapas anteriores y no pueden invadirse zonas de peligro de elementos próximos en tensión.

1ª Regla: Desconectar. La parte de la instalación en la que se va a realizar el trabajo debe aislarse de todas las fuentes de alimentación. El aislamiento estará constituido por una distancia en aire (corte visual), o la interposición de un aislante (corte efectivo), suficientes para garantizar eléctricamente dicho aislamiento. Los condensadores u otros elementos de la instalación que mantengan tensión después de la desconexión deberán descargarse mediante dispositivos adecuados.

2ª Regla: Prevenir cualquier posible realimentación. Los dispositivos de maniobra utilizados para desconectar la instalación deben asegurarse contra cualquier posible reconexión, preferentemente por bloqueo del mecanismo de maniobra, y deberá colocarse, cuando sea necesario, una señalización para prohibir la maniobra. En ausencia de bloqueo mecánico, se adoptarán medidas de protección equivalentes. Cuando se utilicen dispositivos telemandados deberá impedirse la maniobra errónea de los mismos desde el telemando. Cuando sea necesaria una fuente de energía auxiliar para maniobrar un dispositivo de corte, ésta deberá desactivarse o deberá actuarse en los elementos de la instalación de forma que la separación entre el dispositivo y la fuente quede asegurada.

3ª Regla: Verificar la ausencia de tensión. La ausencia de tensión deberá verificarse en todos los elementos activos de la instalación eléctrica en, o lo más cerca posible, de la zona de trabajo. En el caso de alta tensión, el correcto funcionamiento de los dispositivos de verificación de ausencia de tensión deberá comprobarse antes y después de dicha verificación. Para verificar la ausencia de tensión en cables o conductores aislados que puedan confundirse con otros existentes en la zona de trabajo, se utilizarán dispositivos que actúen directamente en los conductores (pincha-cables o similares), o se emplearán otros métodos, siguiéndose un procedimiento que asegure, en cualquier caso, la protección del trabajador frente al riesgo eléctrico. Los dispositivos telemandados utilizados para verificar que una instalación está sin tensión serán de accionamiento seguro y su posición en el telemando deberá estar claramente indicada.

4ª Regla: Poner a tierra y en cortocircuito. Las partes de la instalación donde se vaya a trabajar deben ponerse a tierra y en cortocircuito:

- a) En las instalaciones de alta tensión.
- b) En las instalaciones de baja tensión que, por inducción o por otras razones, puedan ponerse accidentalmente en tensión.

Los equipos o dispositivos de puesta a tierra y en cortocircuito deben conectarse en primer lugar a la toma de tierra y a continuación a los elementos a poner a tierra y deben ser visibles desde la zona de trabajo. Si esto último no fuera posible, las conexiones de puesta a tierra deben colocarse tan cerca de la zona de trabajo como se pueda. Si en el curso del trabajo los conductores deben cortarse o conectarse y existe el peligro de que aparezcan diferencias de potencial en la instalación, deberán tomarse medidas de

³La versión en pdf se puede obtener en la sección de Guías Técnicas de la web del del Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo <http://www.insht.es/>

protección, tales como efectuar puentes o puestas a tierra en la zona de trabajo, antes de proceder al corte o conexión de estos conductores. Los conductores utilizados para efectuar la puesta a tierra, el cortocircuito y, en su caso, el puente, deberán ser adecuados y tener la sección suficiente para la corriente de cortocircuito de la instalación en la que se colocan. Se tomarán precauciones para asegurar que las puestas a tierra permanezcan correctamente conectadas durante el tiempo en que se realiza el trabajo. Cuando tengan que desconectarse para realizar mediciones o ensayos, se adoptarán medidas preventivas apropiadas adicionales. Los dispositivos telemandados utilizados para la puesta a tierra y en cortocircuito de una instalación serán de accionamiento seguro y su posición en el telemando estará claramente indicada.

5ª Regla: Protección y señalización de seguridad para delimitar la zona de trabajo. Si hay elementos de una instalación próximos a la zona de trabajo que tengan que permanecer en tensión, deberán adoptarse medidas de protección adicionales, que se aplicarán antes de iniciar el trabajo, según lo dispuesto en el apartado 7 del artículo 4 de este Real Decreto.

La reposición de la tensión sólo comenzará, una vez finalizado el trabajo, después de que se hayan retirado todos los trabajadores que no resulten indispensables y que se hayan recogido de la zona de trabajo las herramientas y equipos utilizados.

El proceso de reposición de la tensión comprenderá:

- 1º La retirada, si la hubiera, de las protecciones adicionales y de la señalización que indica los límites de la zona de trabajo.
- 2º La retirada, si la hubiera, de la puesta a tierra y en cortocircuito.
- 3º El desbloqueo y/o la retirada de la señalización de los dispositivos de corte.
- 4º El cierre de los circuitos para reponer la tensión.

Desde el momento en que se suprima una de las medidas inicialmente adoptadas para realizar el trabajo sin tensión en condiciones de seguridad, se considerará en tensión la parte de la instalación afectada.

- **Anexo III. Trabajos en tensión.** Los trabajos en tensión deberán ser realizados por trabajadores cualificados, siguiendo un procedimiento previamente estudiado y, cuando su complejidad o novedad lo requiera, ensayado sin tensión, de tal manera que se ajuste a los requisitos indicados a continuación. Los trabajos en lugares donde la comunicación sea difícil, por su orografía, confinamiento u otras circunstancias, deberán realizarse estando presentes, al menos, dos trabajadores con formación en materia de primeros auxilios.
- **Anexo V. Trabajos en proximidad.** En todo trabajo en proximidad de elementos en tensión, el trabajador deberá permanecer fuera de la zona de peligro y lo más alejado de ella que el trabajo permita. Para planificar los trabajos en proximidad de elementos en tensión se puede seguir la secuencia indicada en la figura 24 Planificación de trabajos en proximidad Guía Técnica para la evaluación y prevención del riesgo eléctrico por el Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo INSHT.

8.3.2. Soporte material audiovisual

El objetivo de este apartado es presentar por medio de imágenes los procedimientos, previamente indicados, para evitar el riesgo eléctrico.

Electricidad y Seguridad. Es un video didáctico de 15 minutos editado por Coastal Training Technologies Corporation disponible, en la Biblioteca de Donostia - San Sebastián de la Universidad del País Vasco y/o en la web del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la EUPD (<http://158.227.162.4/web/>). Las características fundamentales del vídeo son:

- introducción y riesgos de la electricidad;
- trabajar en instalaciones eléctricas con seguridad;
- las cinco reglas de oro.

También se encuentra disponible a través de la web del departamento de Ingeniería Eléctrica de la EUPD

Trabajos en Tensión. Es un video de 8 minutos editado por Red Eléctrica de España, accesible en su área de educación <http://www.ree.es/educacion/multimedia.asp>

8.4. Puesta a tierra

Es la conexión metálica de uno o varios puntos de una instalación a uno o varios electrodos enterrados, con el fin de permitir el paso a tierra de corrientes de fallo o descargas atmosféricas, evitando además que existan tensiones entre la instalación y superficies próximas del terreno.

Las puestas a tierra se establecen principalmente con objeto de limitar la tensión que, con respecto a tierra, pueden presentar en un momento dado las masas, asegurar la actuación de las protecciones y eliminar o disminuir el riesgo que supone una avería en los materiales eléctricos utilizados.

Mediante la instalación de puesta a tierra se deberá conseguir que en el conjunto de instalaciones, edificios y superficie próxima del terreno no aparezcan diferencias de potencial peligrosas y que, al mismo tiempo, se permita el paso a tierra de las corrientes de defecto o las de descarga de origen atmosférico.

Partes de una puesta a tierra. REBT Instalaciones de puesta a tierra ITC-BT-18.

Tensión de paso. Es la tensión que debido a la toma de tierra puede existir entre dos puntos del terreno distantes entre sí un paso, 1 m, y quedar aplicada entre los pies de una persona.

- Está normalizada la forma de realizar la medida, el valor de los diferentes parámetros e intensidad de prueba.
- La tensión se mide, entre los electrodos de prueba, haciendo pasar una corriente de paso I_p entre la toma de tierra y una auxiliar separada más de 20 m. Se utilizan electrodos de prueba, zapatos, con las siguientes características:
 - superficie de 200 cm² cada uno y ejercer una presión de 250 N;
 - distanciados 1 m;
 - conectados a una resistencia de 1.000 Ω , resistencia aproximada del cuerpo humano.

Tensión de contacto. Es la tensión a la que puede estar sometida una persona al ponerse en contacto con estructuras metálicas de la instalación que normalmente están sin tensión. Definida en la sección 8.1, página 124

Para su medida se utilizan los mismos elementos que para la tensión de paso. Los electrodos de prueba separados 20 cm, conectados entre sí y a masa a través de una resistencia de 1000 Ω . Estos electrodos deben estar separados de la parte metálica 1 m.

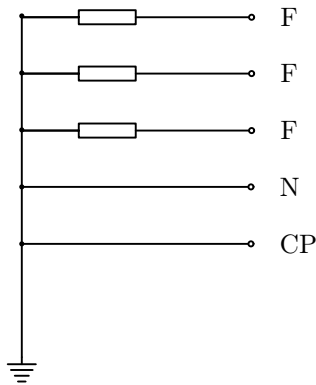
8.5. Sistemas de conexión a tierra. Regímenes de neutro

Esta sección se desarrolla siguiendo las directrices de la Instrucción Técnica Complementaria 18, Sistemas de Conexión del Neutro y de las Masas en Redes de Distribución de Energía Eléctrica, del vigente Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión RD842/2002.

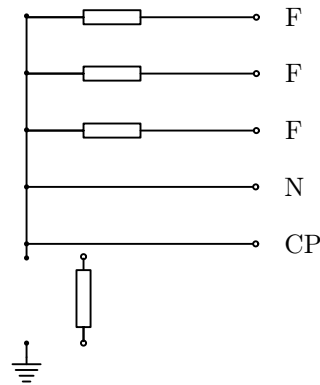
Para la determinación de las características de las medidas de protección contra choques eléctricos en caso de defecto (contactos indirectos) y contra sobrentensidad, así como de las especificaciones de la aparamenta encargada de tales funciones, será preciso tener en cuenta el esquema de distribución empleado.

Los esquemas de distribución (conexión) se establecen en función de las conexiones a tierra de la red de distribución o de la alimentación, por un lado, y de las masas de la instalación receptora, por otro. La denominación se realiza con un código de letras cuyo significado se explica a continuación.

Primera letra: Se refiere a la situación de la alimentación con respecto a tierra.

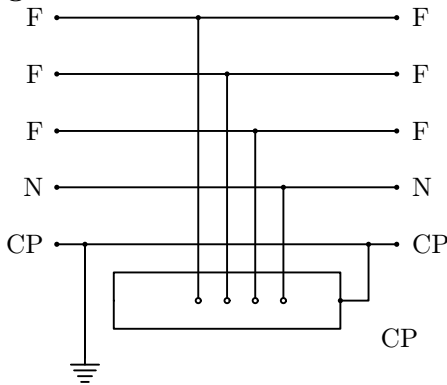


T = Conexión directa de un punto de la alimentación a tierra.

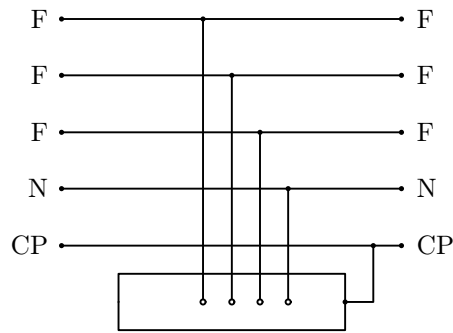


I = Aislamiento de todas las partes activas de la alimentación con respecto a tierra, neutro aislado o flotante, o conexión de un punto a tierra a través de una impedancia, neutro impedante con respecto a tierra.

Segunda letra: Se refiere a la situación de las masas de la instalación receptora.

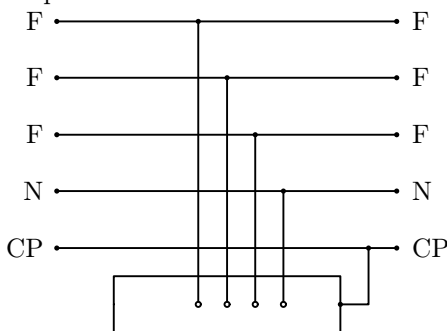


T = Masas conectadas directamente a tierra, independientemente de la eventual puesta a tierra de la alimentación.

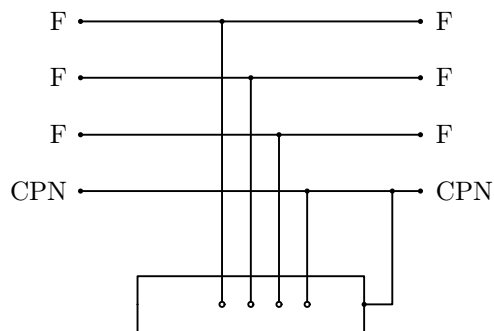


N = Masas conectadas directamente al punto de la alimentación puesto a tierra (en corriente alterna, este punto es normalmente el punto neutro).

Otras letras (eventuales): Se refieren a la situación relativa del conductor neutro y del conductor de protección.



S = Las funciones de neutro y de protección, aseguradas por conductores separados.



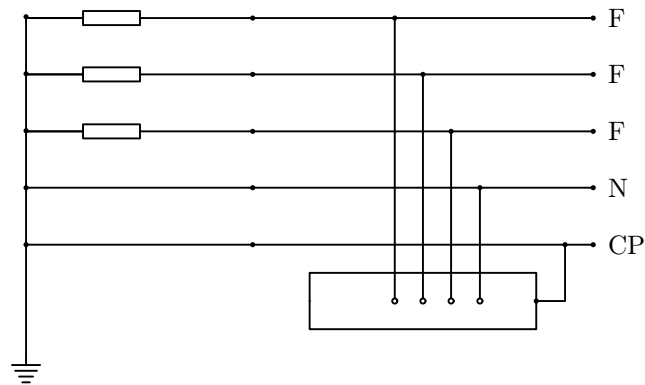
C = Las funciones de neutro y de protección, combinadas en un solo conductor (conductor CPN).

8.5.1. Esquema TN

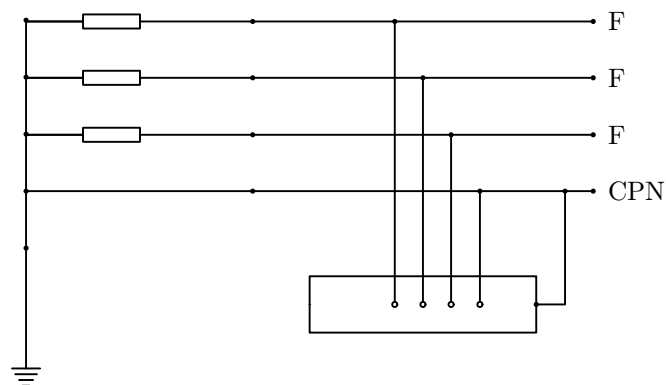
Los esquemas TN tienen un punto de la alimentación, generalmente el neutro o compensador, conectado directamente a tierra y las masas de la instalación receptora conectadas a dicho punto mediante

conductores de protección. Aunque la conexión a tierra es directa, la puesta a tierra tiene una resistencia. Se distinguen tres tipos de esquemas TN según la disposición relativa del conductor neutro y del conductor de protección:

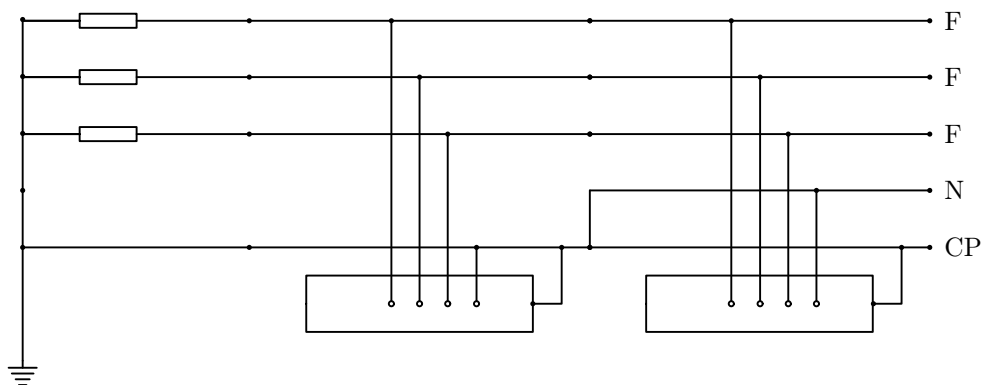
Esquema TN-S: en el que el conductor neutro y el de protección son distintos en todo el esquema.



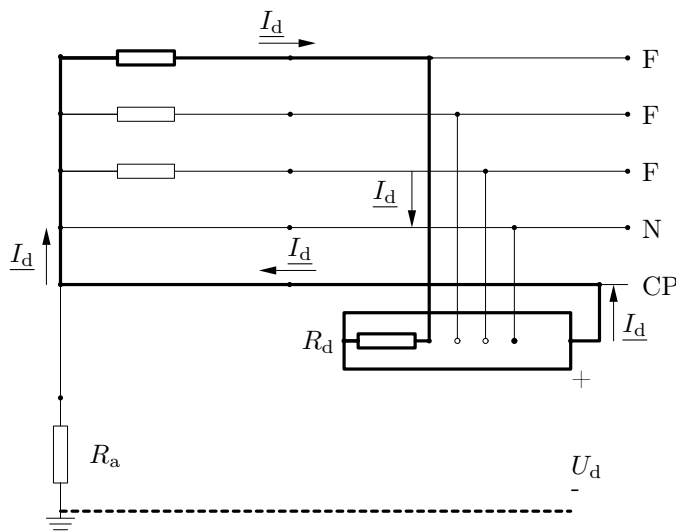
Esquema TN-C: en el que las funciones de neutro y protección están combinadas en un solo conductor en todo el esquema.



Esquema TN-C-S: en el que las funciones de neutro y protección están combinadas en un solo conductor en una parte del esquema. Es condición reglamentaria que el único orden permitido es TN-C seguido de TN-S y nunca al revés.



Si realizamos el correspondiente esquema circuital para un sistema TN-S tendríamos:



Resolviendo el circuito, y despreciando la parte inductiva de las impedancias, los valores de la intensidad y tensión de defecto serán:

$$I_d = \frac{U_{cc}}{(R_{fase} + R_d + R_{CP})} \quad (8.1)$$

Considerando un defecto franco, $R_d \approx 0$, cualquier intensidad de defecto fase-masa es una intensidad de cortocircuito. El bucle de defecto está constituido exclusivamente por elementos conductores metálicos.

La "Guía Técnica de Aplicación del REBT. Anexo 3. Cálculo de corrientes de cortocircuito." admite durante un cortocircuito que la tensión en el inicio de las instalaciones de los usuarios se pueda considerar como 0,8 veces la tensión de suministro, esto es $U_{cc} = 0,8 \cdot U_0$.

$$I_d = \frac{0,8 \cdot U_0}{R_{fase} + R_{CP}} \quad (8.2)$$

$$U_d = R_{CP} \cdot I_d = R_{CP} \cdot \frac{0,8 \cdot U_0}{R_{fase} + R_{CP}} \quad (8.3)$$

Al ser los conductores de fase y protección de similar sección, longitud y material se puede suponer que:

$$R_{fase} \approx R_{CP} \implies U_d = \frac{0,8 \cdot U_0}{2} = 0,4 \cdot U_0 \quad (8.4)$$

donde:

I_d = intensidad de defecto;

U_{cc} = tensión en el punto de cortocircuito;

U_0 = tensión simple;

R_d = resistencia de defecto;

R_{CP} = resistencia del conductor de protección entre alimentación y defecto;

R_{fase} = resistencia de la línea que ha sufrido el defecto entre alimentación y dicho punto;

R_a = resistencia de puesta a tierra de la alimentación;

U_d = tensión de defecto.

Para redes de 230/400 V, $U_d = 0,4 \cdot 230 = 92$ V; esta tensión es peligrosa, porque es superior a la tensión límite de seguridad, incluso en un lugar seco ($U_L = 50$ V). Por tanto, es necesario asegurar la desconexión automática e inmediata de la instalación o de parte de la misma. Siendo el defecto de aislamiento similar a un cortocircuito fase-neutro, el corte debe realizarse con un dispositivo de protección contra cortocircuitos, DPCC, con un tiempo máximo de corte especificado en función de U_L definido por la curva de seguridad tiempo-tensión para las condiciones de la instalación.

Para estar seguros de que la protección es realmente efectiva hace falta que, cualquiera que sea el punto del defecto, la corriente I_d sea superior a la corriente de umbral de funcionamiento instantáneo de la protección, I_a , ($I_d > I_a$). Esta condición debe comprobarse durante el diseño de la instalación con los cálculos de la corriente de defecto, y esto para cada una de las cargas de la distribución.

Desarrollando la ecuación 8.2:

$$I_d = \frac{0,8 \cdot U_0}{R_{\text{fase}} + R_{\text{CP}}} = \frac{0,8 \cdot U_0 \cdot S_{\text{fase}}}{\rho \cdot (1 + m) \cdot L}$$

donde:

I_d = intensidad de defecto;

U_0 = tensión simple;

R_{CP} = resistencia del conductor de protección entre alimentación y defecto;

R_{fase} = resistencia de la línea que ha sufrido el defecto entre alimentación y dicho punto;

ρ = resistividad a la temperatura de funcionamiento normal;

S_{fase} = sección de la fase;

L = longitud hasta el punto de defecto;

m = relación entre las secciones de fase y del conductor de protección $m = S_{\text{fase}}/S_{\text{CP}}$.

Para que la protección asegure perfectamente esta función, es necesario que $I_a < I_d$, de donde L_{max} , longitud máxima permitida por la protección que tiene el margen I_a , es:

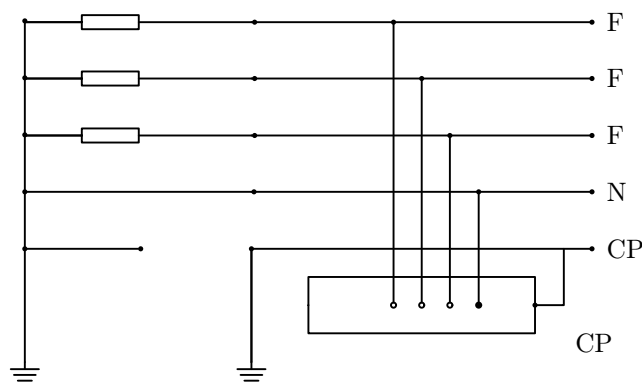
$$L_{\text{max}} = \frac{0,8 \cdot U_0}{R_{\text{fase}} + R_{\text{CP}}} = \frac{0,8 \cdot U_0 \cdot S_{\text{fase}}}{\rho \cdot (1 + m) \cdot I_a} \quad (8.5)$$

Si la línea tiene una longitud mayor que L_{max} , hay que:

- o disminuir I_a ,
- o bien aumentar S_{CP} ,
- o instalar un dispositivo diferencial residual (DDR).

8.5.2. Esquema TT

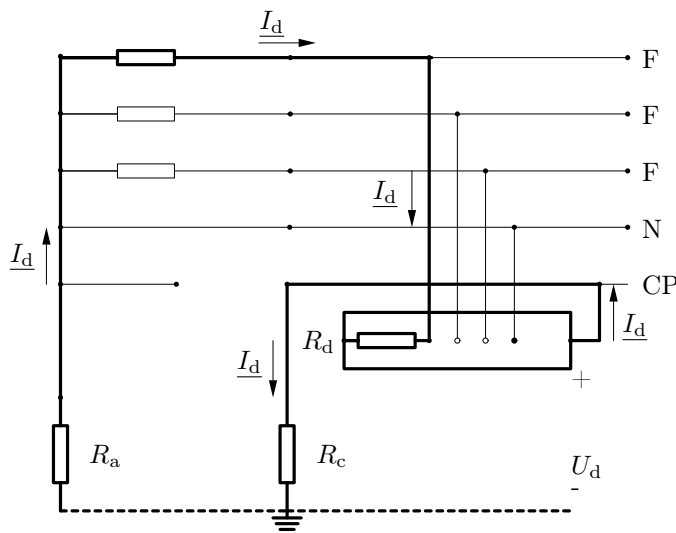
El esquema TT tiene un punto de alimentación, generalmente el neutro o compensador, conectado directamente a tierra. Las masas de la instalación receptora están conectadas a una toma de tierra separada de la toma de tierra de la alimentación.



Como se verá a continuación, en este esquema las intensidades de defecto fase-masa o fase-tierra pueden tener valores inferiores a los de cortocircuito, pero pueden ser suficientes para provocar la aparición de tensiones peligrosas.

En general, el bucle de defecto incluye la resistencia de paso a tierra en alguna parte del circuito de defecto, lo que no excluye la posibilidad de conexiones eléctricas voluntarias o no, entre la zona de la toma de tierra de las masas de la instalación y la de la alimentación. Aunque ambas tomas de tierra no sean independientes, el esquema sigue siendo un esquema TT si no se cumplen todas las condiciones del esquema TN. Dicho de otra forma, no se tienen en cuenta las posibles conexiones entre ambas zonas de toma de tierra para la determinación de las condiciones de protección.

Si realizamos el correspondiente esquema circuital tendríamos:



Resolviendo el circuito, y despreciando la parte inductiva de las impedancias, los valores de la intensidad y tensión de defecto serán:

$$I_d = \frac{U_0}{(R_{fase} + R_d + R_{CP} + R_c + R_a)} \quad (8.6)$$

$$\text{Normalmente : } R_c \approx R_a \gg R_d \approx R_{fase} \approx R_{CP} \approx 0 \implies I_d = \frac{U_0}{R_c + R_a} \quad (8.7)$$

$$U_d = R_c \cdot I_d = R_c \cdot \frac{U_0}{R_c + R_a} \quad (8.8)$$

$$\text{Si } R_a \approx R_c \approx 10 \implies U_d = \frac{U_0}{2} = 0,5 \cdot U_0 \quad (8.9)$$

donde:

I_d = intensidad de defecto;

U_0 = tensión simple;

R_d = resistencia de defecto;

R_{CP} = resistencia del conductor de protección entre alimentación y defecto;

R_{fase} = resistencia de la línea que ha sufrido el defecto entre alimentación y dicho punto;

R_a = resistencia de puesta a tierra de la alimentación;

R_c = resistencia de puesta a tierra de los receptores o carga;

U_d = tensión de defecto.

Para redes de 400/230 V, se observa cómo la tensión U_d es peligrosa 115 V, por lo tanto, es obligatorio prever una desconexión automática de la parte de la instalación afectada por el defecto.

En este caso la corriente de defecto I_d no alcanza los valores de cortocircuito, $I_d \approx U_0 / (R_c + R_a) \approx 230 / (10 + 10) \approx 11,5$ A, y por lo tanto puede ser asumible como intensidad de instalación por los dispositivos detectores de corrientes de cortocircuito.

En este tipo de instalación interesa detectar cuál es la corriente de defecto que hace que ese valor de U_d se convierta en peligroso al alcanzar el valor de U_L . Por lo tanto, se debe detectar el valor límite, $I_{\Delta n}$, de la intensidad de defecto I_d que hace que la tensión de defecto sea U_L , es decir, $I_{\Delta n} \leq U_L / R_c$.

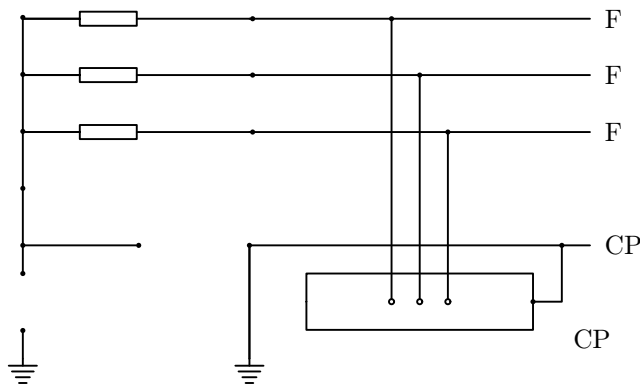
En la cabecera de la instalación es necesario colocar al menos un dispositivo detector de corriente de defecto, puesto que la corriente de defecto es muy inferior a la del ajuste de los dispositivos de protección de corriente máxima.

La desconexión de la tensión, por la actuación de los DDR (Dispositivo Diferencial Residual), debe hacerse, según la norma, en menos de 1 segundo. Hay que destacar que la protección por medio de DDR:

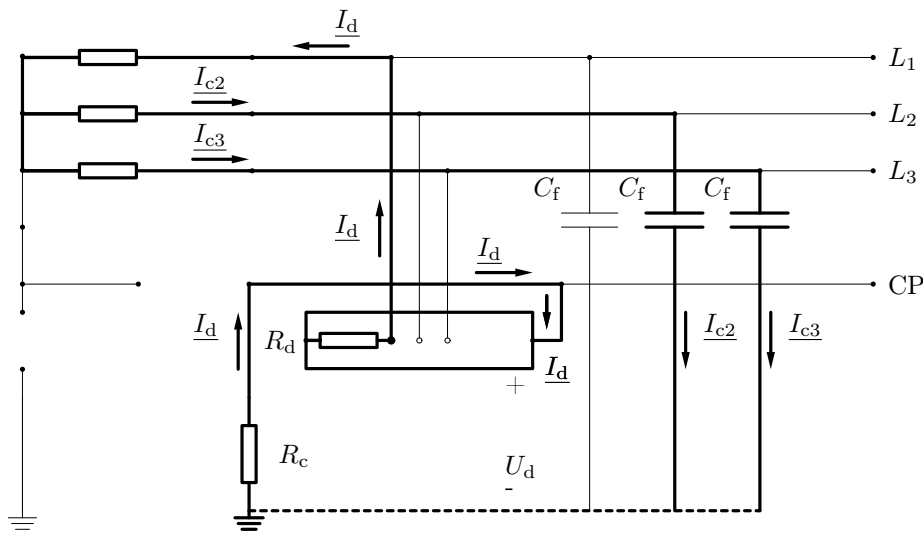
- Es independiente de la longitud de los cables,
- Permite varias tomas de tierra R_c separadas (disposición no deseable, porque el CP ya no es una referencia de potencial única para todo el conjunto de la instalación).

8.5.3. Esquema IT

El esquema IT no tiene ningún punto de la alimentación conectado directamente a tierra. Las masas de la instalación receptora están puestas directamente a tierra.



En funcionamiento normal (sin defecto de aislamiento), la red está puesta a tierra por la impedancia de fuga de la red. En este tipo de esquema se recomienda no distribuir el neutro.



Ya se comentó en el capítulo anterior en la sección “Modelización de un cable. Impedancia en paralelo” el valor de la impedancia natural de fuga a tierra de un cable trifásico de 1 km de longitud y que la impedancia equivalente es:

$$\underline{Z}_{Cf} \approx -j \cdot 3200 \Omega/\text{km}$$

8.5.3.1. Comportamiento ante el primer fallo

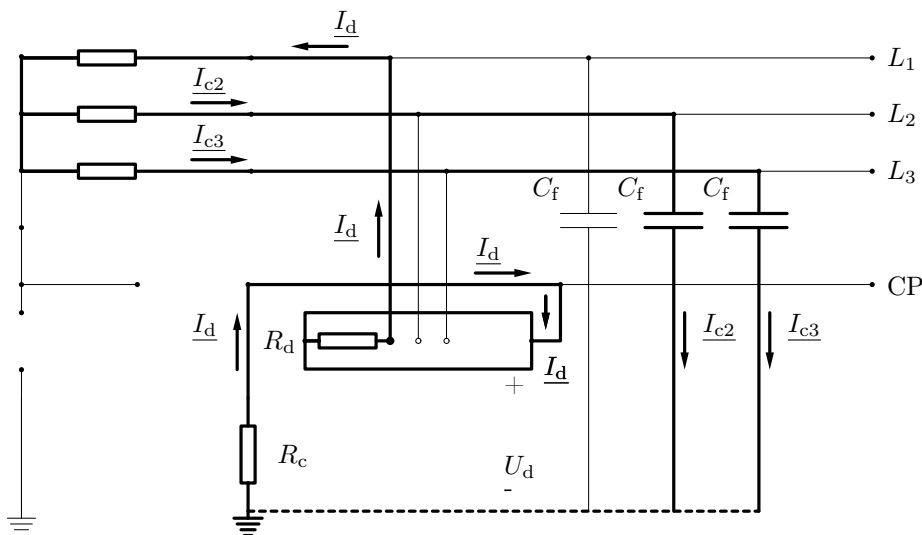
En este esquema la intensidad resultante de un primer defecto fase-masa o fase-tierra, tiene un valor lo suficientemente reducido como para no provocar la aparición de tensiones de contacto peligrosas.

La limitación del valor de la intensidad resultante de un primer defecto fase-masa o fase-tierra se obtiene bien por la ausencia de conexión a tierra en la alimentación, o bien por la inserción de una impedancia suficiente entre un punto de la alimentación (generalmente el neutro) y tierra. A este efecto, puede resultar necesario limitar la extensión de la instalación para disminuir el efecto capacitivo de los cables con respecto a tierra, que reducirían mucho la impedancia de fuga.

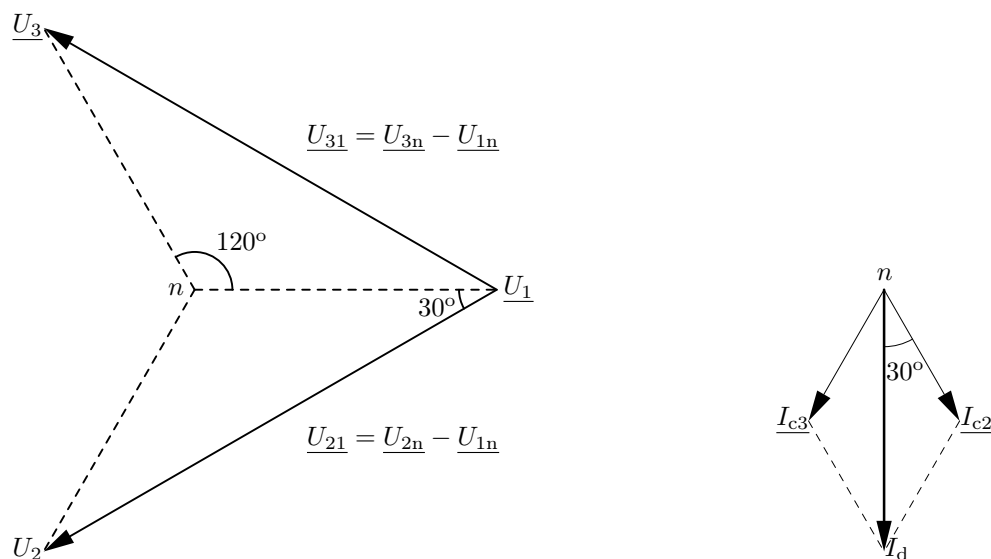
La corriente de defecto a tierra vuelve al nudo de alimentación a través de la conexión a tierra de las piezas conductoras expuestas y de las capacidades parásitas a tierra de los conductores de línea.

8.5.3.1.1. Neutro aislado

8.5.3.1.1.1. Neutro no distribuído



Resolviendo fasorialmente este circuito obtenemos los siguientes diagramas:



$$\underline{I_d} = \underline{I_{c2}} + \underline{I_{c3}} \tag{8.10}$$

siendo : $\underline{I_{c2}} = \underline{Y_f} \cdot \underline{U_{21}} = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot \underline{U_{21}}$ y $\underline{I_{c3}} = \underline{Y_f} \cdot \underline{U_{31}} = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot \underline{U_{31}}$

$$\begin{aligned} \underline{I_d} &= j \cdot \omega \cdot C_f \cdot (\underline{U_{21}} + \underline{U_{31}}) = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot (U \angle -150^\circ + U \angle +150^\circ) = \\ &= j \cdot \omega \cdot C_f \cdot U \cdot (-2 \cdot \cos(30^\circ)) = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot U \cdot \left(-2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \\ &= -j \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot \omega \cdot C_f = -j \cdot 3 \cdot U_0 \cdot \omega \cdot C_f \end{aligned} \tag{8.11}$$

$$\underline{U_d} = R_c \cdot \underline{I_d} \tag{8.12}$$

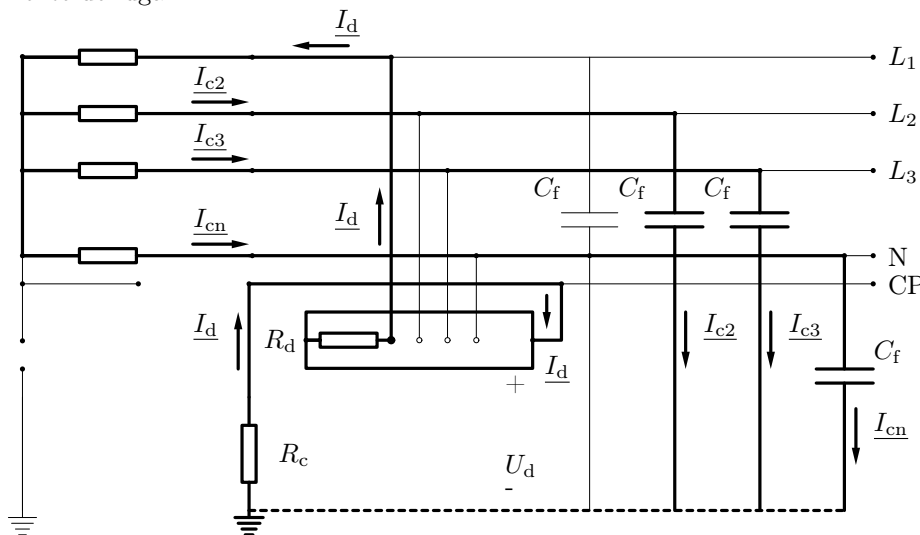
Sustituyendo en las ecuaciones anteriores los valores típicos de la impedancia de fuga, red 230/400 V y para valor de resistencia de tierra de 10 Ω obtenemos:

$$I_d = 3 \cdot U_0 \cdot \omega \cdot C_f = \frac{(3 \cdot 230)}{3200} = 0,216 \text{ A} \tag{8.13}$$

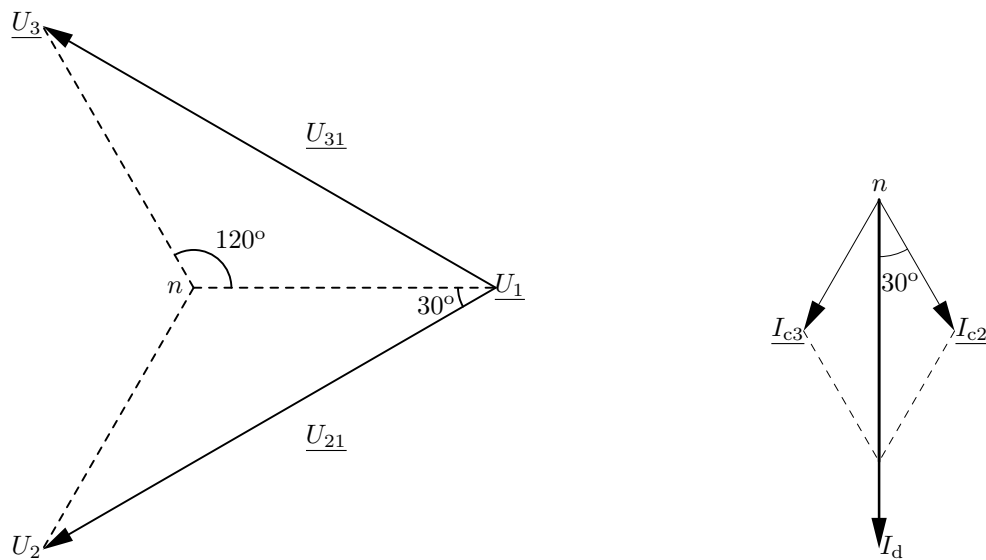
$$U_d = R_c \cdot I_d = 10 \cdot 0,216 = 2,16 \text{ V} \leq U_L \tag{8.14}$$

Esta tensión no es peligrosa, por lo que la instalación puede mantenerse en servicio.

8.5.3.1.1.2. Neutro distribuido La diferencia de potencial del neutro respecto a tierra añade una nueva corriente de fuga.



El nuevo diagrama fasorial será:



$$\underline{I}_d = \underline{I}_{c2} + \underline{I}_{c3} + \underline{I}_{cn} \quad (8.15)$$

$$\text{siendo : } \underline{I}_{c2} = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot \underline{U}_{21} ; \underline{I}_{c3} = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot \underline{U}_{31} + \underline{I}_{cn} = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot \underline{U}_{0n1}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_d &= j \cdot \omega \cdot C_f \cdot (\underline{U}_{21} + \underline{U}_{31} + \underline{U}_{0n1}) = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot (U \angle -150^\circ + U \angle 150^\circ + U_0 \angle 180^\circ) = \\ &= j \cdot \omega \cdot C_f \cdot U_0 \cdot (-2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(30^\circ) - 1) = j \cdot \omega \cdot C_f \cdot U_0 \cdot (-2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}/2 - 1) = \\ &= -j \cdot 4 \cdot U_0 \cdot \omega \cdot C_f \end{aligned} \quad (8.16)$$

$$\underline{U}_d = R_c \cdot \underline{I}_d \quad (8.17)$$

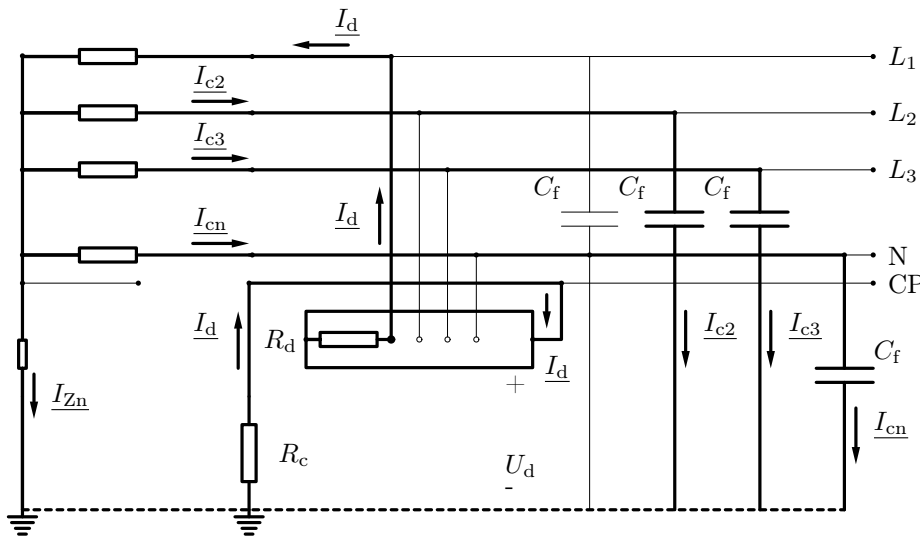
Sustituyendo en las ecuaciones anteriores los valores típicos de la impedancia de fuga, red 230/400 V y para valor de resistencia de tierra de 10 Ω obtenemos:

$$I_d = 4 \cdot U_0 \cdot \omega \cdot C_f = \frac{(4 \cdot 230)}{3200} = 0,288 \text{ A} \quad (8.18)$$

$$U_d = R_c \cdot I_d = 10 \cdot 0,288 = 2,88 \text{ V} \leq U_L \quad (8.19)$$

Esta tensión no es peligrosa, por lo que la instalación puede mantenerse en servicio.

8.5.3.1.2. Neutro impedante En este caso tenemos que añadir una nueva impedancia, la del neutro impedante Z_n , valor típico de 1.500 Ω , al bucle del fallo que añade una nueva intensidad \underline{I}_{Zn} .



La tensión de defecto correspondiente resulta débil, no peligrosa y la instalación puede mantener el servicio.

8.5.3.1.3. Conclusiones tras el primer fallo . Continuar la explotación, sin peligro, es muy importante, pero hace falta:

- estar advertido de que existe un defecto;
- buscarlo rápidamente y eliminarlo, antes de que se produzca un segundo defecto.

Para responder a estas demandas:

- la información de existencia del defecto la suministra el controlador permanente de aislamiento (CPA) que supervisa todos los conductores activos, incluido el neutro;
- la búsqueda se realiza con la ayuda de un localizador de defectos.

8.5.3.2. Comportamiento al segundo fallo

Cuando aparece un segundo defecto y no se ha eliminado el primero, pueden darse tres situaciones diferentes:

El defecto afecta al mismo conductor. No pasa nada y la explotación puede continuar.

El defecto afecta a dos conductores activos diferentes. Según la interconexión de las masas existen las dos opciones siguientes:

Todas las masas están interconectadas. El defecto doble se convierte en un cortocircuito a través del conductor de protección CP. El riesgo de electrocución es similar al esquema de conexión de tierra TN.

No todas las masas están interconectadas. En caso de un defecto de aislamiento a nivel de grupos conectados a dos tomas de tierra diferentes, el comportamiento del esquema de conexión del neutro respecto del fallo de aislamiento es similar al de un esquema TT, es decir la corriente de defecto pasa por tierra. Para las masas puestas a tierra, individualmente o por grupos, cada circuito o cada grupo de circuitos debe estar protegido por un dispositivo detector de corriente residual.

8.5.4. Aplicación de los tres esquemas

La elección de uno de los tres tipos de esquemas debe hacerse en función de las características técnicas y económicas de cada instalación. Sin embargo, hay que tener en cuenta los siguientes principios.

- a) Las redes de distribución pública de baja tensión tienen un punto puesto directamente a tierra por prescripción reglamentaria. Este punto es el punto neutro de la red. El esquema de distribución para instalaciones receptoras alimentadas directamente de una red de distribución pública de baja tensión es el esquema TT.
- b) En instalaciones alimentadas en baja tensión, a partir de un centro de transformación de abonado, se podrá elegir cualquiera de los tres esquemas citados.
- c) No obstante lo dicho en a), puede establecerse un esquema IT en parte o partes de una instalación alimentada directamente por una red de distribución pública mediante el uso de transformadores adecuados, en cuyo secundario y en la parte de la instalación afectada se establezcan las disposiciones que se establecen para el citado esquema.

8.5.5. Los sistemas de conexión del neutro y los riesgos de incendio y la indisponibilidad de la energía

8.5.5.1. Incendio

Se ha demostrado experimentalmente, y después se ha incluido en las normas, que en locales especialmente sensibles, cuando la corriente de defecto sobrepasa los 500 mA, un contacto puntual entre un conductor y una pieza metálica puede provocar un incendio.

8.5.5.2. Indisponibilidad de la energía

El riesgo es importante para el usuario, porque trae consigo costes por paro de la producción y por reparación que pueden ser importantes.

El problema de la disponibilidad de la energía hay que analizarlo para cada uno de los diferentes esquemas de conexión a tierra.

Esquema IT . Para conservar todas las ventajas que este esquema tiene de ininterrupción de la distribución eléctrica al primer fallo, hay que evitar el segundo fallo, que tiene entonces los mismos e importantes riesgos del esquema TN. El empleo de medios de detección y de localización eficientes por parte del personal de mantenimiento con capacidad de respuesta reduce mucho la probabilidad del doble fallo. Además existen hoy en día dispositivos de control que permiten seguir continuamente la evolución de los aislamientos y conseguir la predicción del defecto y, por tanto, prever

el mantenimiento al primer defecto. De ahí la probabilidad de una disponibilidad máxima de la energía.

Esquemas TN y TT . Hay que hacer referencia a la selectividad en el disparo:

- En TN esto se consigue con las protecciones contra cortocircuitos, si el plan de protección de la instalación está bien estudiado (selectividad amperimétrica).
- En TT es fácil conseguirla con los dispositivos de detección de corriente residual, que permiten obtener una selectividad amperimétrica y cronométrica.

Con el esquema TN, el tiempo de reparación tiene el peligro de ser más importante que en TT, lo que influye también en la disponibilidad.

Para todos los esquemas . Es siempre interesante prevenir los defectos de aislamiento, en particular en ciertos motores durante el arranque. Está comprobado que el 20 % de las averías de un motor se deben defectos de aislamiento, que se ponen precisamente de manifiesto cuando se produce su arranque.

En efecto, una pérdida de aislamiento, aunque débil, en un motor caliente que se enfría en un ambiente húmedo produce condensación, que degenera en un defecto franco al arrancar de nuevo implicando por una parte importantes gastos por la reparación de los bobinados, y por otra, una pérdida por el cese de la explotación.

La prevención de este tipo de incidentes se puede conseguir, sea cual sea el esquema de conexión a tierra, mediante un control permanente de aislamiento, CPA, que supervise al receptor sin tensión. Así, ante un defecto, se impide el arranque.

Como conclusión de este apartado, queda claro que para una buena disponibilidad de la energía, los esquemas de conexión a tierra se clasifican, por orden de preferencia, en IT, TT, TN.

8.5.6. Elección del esquema de conexión a tierra

Los tres esquemas utilizados y normalizados en la CEI 60364 tienen como objetivo común la búsqueda de la mayor seguridad posible.

En el terreno de protección a las personas, los tres regímenes son equivalentes si se respetan las normas de instalación y mantenimiento.

Dadas las características específicas de cada régimen, no puede hacerse una elección apriorística.

8.5.6.1. Métodos para elegir el esquema de conexión a tierra

En caso de ser propietario del centro de transformación, pueden coexistir los tres esquemas en una misma instalación, lo que es una garantía de poder obtener la mejor respuesta a las necesidades de seguridad y disponibilidad en función de la utilización asignada a cada zona.

Además hay que asegurarse de que la elección no venga impuesta o recomendada por las normas o la legislación.

Después, hay que escuchar al usuario o cliente para conocer sus exigencias y sus medios, definiendo:

- necesidad de continuidad en el servicio;
- servicio atendido o no por personal de mantenimiento cualificado;
- riesgo de incendio.

Generalizando:

- Continuidad en el servicio y servicio atendido: servicio IT.
- Continuidad en el servicio y servicio no atendido: ninguna solución es totalmente satisfactoria. Se suele preferir TT con el que la selectividad al disparo es más fácil de instalar y que minimiza los daños respecto al TN. Las ampliaciones son fáciles de hacer, sin cálculos.

- Continuidad en el servicio no obligatoria y servicio de mantenimiento competente: se suele preferir TN-S. Reparación y extensiones rápidas según las normas.
- Continuidad en el servicio no obligatoria y sin servicio de mantenimiento: se suele preferir TT.
- Riesgo de incendios: IT si hay servicio de mantenimiento y se emplean dispositivos detectores de corriente residual de 0,5 A, o TT.

Teniendo en cuenta las especificidades de la red o de los receptores:

- Redes muy extensas o con gran corriente de fuga: TN-S.
- Utilización de alimentaciones de emergencia y de socorro: TT.
- Receptores sensibles a grandes corrientes de defecto, motores: TT o IT.
- Receptores con bajo aislamiento natural, hornos, o con filtros HF importantes, grandes ordenadores: TN-S.
- Alimentación de sistemas de mando y control: IT, continuidad en el servicio, o TT, mejor equipotencialidad de los aparatos de comunicaciones.

8.5.7. Conclusiones

Con un solo esquema de conexión a tierra, en la mayoría de los casos, no existe la solución ideal.

En general, es preferible una instalación en rastrillo, en la que se distinguen bien los servicios preferentes y los no preferentes, en la que se utilizan fuentes de emergencia o socorro, o alimentaciones sin interrupción, que una instalación monolítica en árbol.

8.6. Aparamenta I. Descripción

Definición. Aparamenta, es el término general aplicable a los aparatos de conexión y a su combinación con aparatos de mando, medida, protección y regulación asociados, así como a los conjuntos de tales aparatos con las conexiones, accesorios, envolventes y soportes correspondientes.

Clasificación. Las opciones de clasificación más usuales son:

a) Ubicación:

Maniobra o conexión. Intercalado en el circuito principal o de potencia.

Mando. Intercalado en un circuito auxiliar o de mando.

b) Actuación:

Manuales. Necesitan ser accionados manualmente por el operario.

Automáticos. Actúan automáticamente en función del valor de una magnitud física.

8.6.1. Interruptor

Definición. Aparato mecánico de conexión que permite establecer, soportar e interrumpir corrientes en condiciones nominales y sobrecarga:

- Soporta durante un tiempo la intensidad de cortocircuito.
- Su poder de corte (es decir, la corriente máxima que es capaz de interrumpir) es suficiente para cortar la intensidad nominal pero no la de cortocircuito.
- Se llama también interruptor en carga;
- otra característica importante de los fusibles es su intensidad nominal o calibre, es decir, la intensidad normal de funcionamiento para la cual han sido proyectados.

8.6.1.1. Interruptor automático

UNE-EN 60947-2. Es un tipo de apartamiento de conexión de tipo mecánico, que es capaz establecer, soportar e interrumpir corrientes en condiciones anormales específicas del circuito, tales como las de cortocircuito.

Un interruptor automático es limitador si la corriente de cortocircuito se extingue durante la primera semionda de corriente, limitando así la energía disipada.

Constitución:

- contactos,
- cámara de extinción,
- mecanismo de cierre y apertura de los contactos, y
- disparadores:
 - directos: electrotérmico; electromagnético.
 - indirectos: emisión de corriente; mínima tensión.

Características:

- Curva de disparo.
- Curva de energía disipada.
- Categoría de empleo:
 - Categoría A. Interruptores automáticos no previstos específicamente para la selectividad en condiciones de cortocircuito.
 - Categoría B. Interruptores automáticos previstos específicamente para la selectividad en condiciones de cortocircuito.

8.6.1.2. Interruptor magnetotérmico

Es el pequeño interruptor automático, conocido como PIA, utilizado en B.T. Son interruptores automáticos para instalaciones domésticas y análogas para la protección contra sobreintensidades UNE-EN 60898.

8.6.1.3. Interruptor automático con protección incorporada por intensidad diferencial residual (DPR) UNE-EN 60947-2 ANEXO B.

Es un interruptor automático que realiza las funciones de establecimiento, mantenimiento y corte de sobreintensidades en las condiciones especificadas, desconecta en las condiciones anormales del circuito tales como las de cortocircuito y provoca la apertura del circuito protegido cuando la corriente diferencial residual sobrepasa el valor de funcionamiento diferencial.

- Asegura la protección de las instalaciones contra sobrecargas y contra intensidades de cortocircuito.
- Asegura la protección de las personas contra los contactos indirectos.

8.6.1.4. Curvas de disparo

Las curvas características de disparo, tipos B, C y D, se encuentran normalizadas en UNE-EN 60898 y UNE-EN 60947-2

8.6.2. Seccionador

Aparato mecánico de conexión que, por razones de seguridad, en posición abierta asegura una distancia de seccionamiento que satisface unas condiciones específicas que se refieren a la capacidad de soportar determinados valores de las tensiones dieléctricas a los impulsos de tipo rayo y a la frecuencia industrial.

Características. Solamente debe utilizarse para abrir o cerrar un circuito cuando no circula corriente (maniobra en vacío). No tiene poder de corte, ni poder de cierre.

Constitución: Cuchillas giratorios o cuchillas deslizantes.

Función. Hacer visible, por seguridad, la apertura de los circuitos.

8.6.2.1. Interruptor seccionador

Interruptor que, en posición de apertura, satisface las condiciones especificadas para un seccionador.

8.6.3. Fusible

Un fusible o cortacircuito es un aparato de conexión que provoca la apertura del circuito en el que está instalado por fusión debido al calentamiento de uno o varios elementos calibrados para este fin, cortando la corriente cuando ésta sobrepasa un determinado valor durante un tiempo suficiente.

Constitución. Base portafusible y cartucho fusible.

Características:

- Alto poder de corte, mayor de 100 kA.
- Intensidad convencional de fusión (I_f): valor eficaz de la intensidad que provoca la fusión en un tiempo determinado.
- Curvas intensidad eficaz-tiempo.
- Modelos y tamaños de cortacircuitos fusible: cuchillas, cilíndricos, tipo D.

Denominación:

1. Primera letra:

g : de uso general, capaz de cortar todas las intensidades de corriente desde su valor convencional de fusión $I_f = 1,6 \cdot I_n$ hasta su poder de corte;

a : de acompañamiento, capaz de cortar las intensidades de corriente desde 3 a $4I_n$.

2. Segunda letra:

G : de uso general en cables y conductores eléctricos;

M : protección de aparatos de maniobra y mando de motores;

R : protección de circuitos de semiconductores;

B : minería.

8.6.4. Contactores y arrancadores de motor electromecánicos según UNE-EN 60947-4-1

8.6.4.1. Contactor mecánico

Aparato de conexión que tiene una sola posición de reposo de mando no manual y es capaz de establecer, soportar e interrumpir corrientes en condiciones normales del circuito, incluidas las sobrecargas en servicios y, si está equipado de relés apropiados, por ejemplo térmicos, asegurar la protección de los circuitos contra sobrecargas susceptibles de producirse durante su funcionamiento.

Constitución:

- circuito de mando;
- contactos principales;
- contactos auxiliares;
- posibilidad de disparador o relé térmico.

Características: servicio asignado; naturaleza de la carga; durabilidad eléctrica; durabilidad mecánica.

8.6.4.2. Arrancador

Es la combinación de todos los medios de conexión (contactor o arrancador manual) necesarios para arrancar un motor, acelerarlo hasta su velocidad normal de rotación, asegurar el funcionamiento continuo y la protección del motor y de sus circuitos asociados contra sobrecargas (relés térmicos) y separar el motor de su alimentación.

8.6.5. Interruptor diferencial

Definiciones:

Interruptor diferencial. ITC-BT-01. (89). Aparato electromagnético o asociación de aparatos destinados a provocar la apertura de los contactos cuando la corriente diferencial alcanza un valor dado.

Corriente diferencial residual. ITC-BT-01. (62). Suma algebraica de los valores instantáneos de las corrientes que circulan a través de todos los conductores activos de un circuito, en un punto de una instalación eléctrica.

Corriente diferencial residual de funcionamiento. ITC-BT-01. (63). Valor de la corriente diferencial residual que provoca el funcionamiento de un dispositivo de protección.

Constitución y características

- Sensibilidad es la corriente diferencial residual de funcionamiento:
 - Alta sensibilidad (AS): 6 - 10 y 30 mA.
 - Media sensibilidad (MS): 100 - 300 y 500 mA.
 - Baja sensibilidad (BS): 1 - 3 - 5 - 10 y 20 A.
- Poder de corte reducido, como máximo 5 kA, por lo que debe ser protegido con magnetotérmicos o fusibles.
- Se utilizan interruptores diferenciales trifásicos para redes de 3 y 4 hilos, pudiendo incorporar protección magnetotérmica el propio aparato, concretamente el interruptor magnetotérmico diferencial, DDR ya comentado anteriormente.
- En instalaciones de potencia elevada se utiliza el relé diferencial, que consiste en un transformador toroidal conectado a un relé, el cual actúa sobre un interruptor automático por un disparo indirecto.

Tipos:

- AC. Para corrientes alternas senoidales.
- A. Para corrientes alternas senoidales, continuas pulsantes o continuas pulsantes con una componente continua de 6 mA.
- B. Para las mismas corrientes que el tipo A, pero de corriente continua más pura por provenir de rectificadores.

8.7. Aparata II. Protección

Protección es el conjunto de dispositivos destinados a permitir la detección de situaciones anormales en un sistema eléctrico de potencia con el fin de ordenar la eliminación de faltas o de elaborar órdenes o indicaciones.

8.7.1. Sobrecargas

El aparato de protección debe desconectar antes de que se alcance la máxima temperatura admisible en el conductor, UNE 20460, y debe cumplir simultáneamente las dos condiciones siguientes:

$$I_B \leq I_n \leq I_z \text{ y } I_2 \leq 1,45 \cdot I_z \quad (8.20)$$

donde:

I_B = intensidad de empleo o utilización;

I_n = intensidad nominal o de regulación, en los que tengan esta posibilidad, del dispositivo de protección;

I_z = intensidad máxima admisible en el conductor;

I_2 = intensidad convencional de funcionamiento del aparato, que asegura efectivamente el funcionamiento del dispositivo de protección, tomándose igual a:

1,45 · I_n para los interruptores automáticos.

1,6 · I_n para los fusibles de tipo "gG" para $I_n \geq 16$ A.

Es decir:

- la intensidad nominal del dispositivo de protección debe ser igual o superior a la intensidad de empleo e igual o inferior a la intensidad admisible en el conductor, y
- la intensidad convencional del dispositivo de protección es igual o inferior a 1,45 veces la intensidad admisible en la canalización.

Se instalan en el origen de los circuitos y en los puntos donde se produzca una reducción de la intensidad admisible.

No se deben utilizar en circuitos cuya desconexión pueda originar peligro.

8.7.2. Cortocircuitos

Deben colocarse dispositivos de protección capaces de interrumpir toda corriente de cortocircuito antes de que ésta pueda resultar peligrosa debido a los efectos térmicos y mecánicos producidos en los conductores y en las conexiones.

Asimismo, dado que cuando el cortocircuito tiene lugar en el extremo de una línea la impedancia de ésta produce una reducción en el valor de la corriente de cortocircuito, los dispositivos de protección deben asegurar la interrupción en un tiempo máximo de 5 s para evitar los riesgos de incendio que de otra manera podrían producirse.

Nota. 5 s es la duración necesaria para que la corriente de cortocircuito eleve la temperatura de los conductores desde la temperatura máxima admisible en servicio normal al valor límite.

8.7.2.1. Características de los dispositivos de protección contra cortocircuitos

El dispositivo debe actuar cortando la corriente de cortocircuito antes de que la instalación resulte dañada por efecto térmico o electrodinámico.

Se utilizan, principalmente, interruptores automáticos y fusibles, pudiendo usarse también combinaciones de ambos.

8.7.2.2. Protección mediante interruptor automático.

Los criterios de protección son:

$$PdC > I_{ccmax} \text{ y } I_a < I_{ccmin} \quad (8.21)$$

- Su poder de corte debe ser como mínimo igual a la corriente de cortocircuito supuesta en el punto donde está instalado. Salvo en el caso de protección de acompañamiento $PdC > I_{ccmax}$.
- Intensidad de cortocircuito mínima (cortocircuito al final de la línea) mayor que la intensidad de regulación del disparador electromagnético $I_a < I_{ccmin}$.
- El tiempo de corte del interruptor de toda corriente que resulte de un cortocircuito que se produzca en un punto cualquiera del circuito no debe superar al tiempo que tarda en alcanzar la temperatura de los conductores el límite admisible. Para ello, hay que tener en cuenta las curvas de disparo, cuestión que no será analizada aquí.

8.7.2.3. Protección mediante fusible

Los criterios de protección son:

- Su poder de corte debe ser como mínimo igual a la corriente de cortocircuito supuesta en el punto donde está instalado. Salvo en el caso de protección de acompañamiento $PdC > I_{ccmax}$.
- Intensidad de cortocircuito mínima (cortocircuito al final de la línea) mayor que la intensidad mínima a la que el fusible protege al conductor $I_a < I_{ccmin}$.

Los fusibles, por su rapidez de actuación, limitan mucho la energía disipada en el cortocircuito. Deben escogerse de un calibre ligeramente superior a la intensidad de utilización de la línea I_B .

8.7.3. Elección de un interruptor automático

Resumiendo los dos apartados anteriores de este mismo epígrafe, tenemos:

- a) Protección contra sobrecargas: debe cumplirse la ecuación 8.20 situada en la página 147.

$$I_B \leq I_n \leq I_z \text{ y } I_n \leq 1,45 \cdot I_z$$

donde:

I_B = intensidad de empleo o utilización;

I_n = intensidad nominal o de regulación, en los que tengan esta posibilidad, del dispositivo de protección;

I_z = intensidad máxima admisible en el conductor;

I_2 = intensidad convencional de funcionamiento del aparato, que asegura efectivamente el funcionamiento del dispositivo de protección, tomándose igual a $1,45 \cdot I_n$ para los interruptores automáticos. Por lo tanto, para los interruptores automáticos se cumple siempre la segunda inecuación.

- b) Protección contra cortocircuitos: debe cumplirse la ecuación 8.21 situada en la página 148.

$$PdC > I_{ccmax} \text{ y } I_a < I_{ccmin}$$

donde:

PdC = poder de corte del interruptor;

I_{ccmax} = intensidad de cortocircuito máxima (intensidad de cortocircuito en el punto en que está instalado el interruptor);

I_{ccmin} = intensidad de cortocircuito mínima (intensidad de cortocircuito al final de la línea);

I_a = intensidad de regulación del disparador electromagnético.

8.7.4. Selectividad

Existe selectividad entre dos dispositivos de protección si al producirse un defecto desconecta el dispositivo situado más cerca del lugar donde se produjo el fallo, no afectando a la protección situada en el escalón superior, aguas arriba.

8.7.4.1. Selectividad entre fusible situado en el escalón superior (aguas arriba) y el interruptor automático en el escalón inferior (aguas abajo)

En sobrecarga. Hay selectividad si la corriente de actuación del fusible es superior a la intensidad de regulación del disparador electromagnético, I_a , del interruptor automático.

En cortocircuito. Hay selectividad si la intensidad de cortocircuito es inferior a la corriente de fusión del fusible, en un tiempo de unos 0,01 s.

8.7.4.2. Selectividad entre interruptor automático situado en el escalón superior y el situado en el escalón inferior

En sobrecarga. Hay selectividad cuando el calibre del interruptor aguas arriba es superior al interruptor situado aguas abajo (si son del mismo tipo de curva de disparo). Se considera que existe selectividad cuando las intensidades nominales están en una relación aproximada a 1,6. Resaltar que los valores nominales de las intensidades de los interruptores forman una progresión geométrica de razón 1,6.

En cortocircuito. Hay selectividad si la intensidad de cortocircuito es inferior a la intensidad de regulación del disparador electromagnético situado aguas arriba.

8.7.5. Corrientes de defecto a tierra y de fuga

Debe asegurarse mediante dispositivos diferenciales de corriente diferencial-residual.

Se eligen según las características de la instalación:

Intensidad nominal I_n . Debe ser superior a la intensidad que circula por el conductor

Sensibilidad $I_{\Delta n}$. Según las condiciones del local y la resistencia de puesta a tierra

8.7.5.1. Selectividad

Existe selectividad entre interruptores diferenciales conectados en serie cuando al producirse un defecto a tierra, desconecta el interruptor diferencial más cercano al mismo, quedando conectado el diferencial situado en el escalón superior o aguas arriba.

Los interruptores diferenciales actúan casi instantáneamente. Los diferenciales selectivos, tipo S o retardados, tienen un tiempo de retardo antes del disparo prácticamente independiente del valor de la corriente de defecto.

8.7.5.2. Pautas para su elección

Es necesario prestar una especial atención a las corrientes, normalmente capacitivas, que engañan a los dispositivos de detección de corriente residual y que pueden provocar grandes desajustes en la explotación.

A continuación se indican unas consideraciones a tener en cuenta, que pueden mejorar enormemente la explotación de la instalación.

Corrientes de fuga de 50 Hz - 60 Hz. Al hacer el estudio de una instalación es importante valorar las longitudes de las diversas derivaciones y si los equipos que hay que instalar tienen elementos capacitivos conectados a tierra. Después habrá que pensar en repartir estas cargas para reducir la importancia de este fenómeno.

Los filtros antiparasitarios, obligatorios para la compatibilidad electromagnética que se instalan en los ordenadores y otros aparatos electrónicos, producen en monofásica corrientes permanentes de fuga, a 50 Hz, del orden de 0,5 a 1,5 mA por aparato.

Estas corrientes se suman si los aparatos se encuentran conectados a la misma fase. En cambio, si los aparatos están distribuidos equilibrando las tres fases, estas corrientes se anulan mutuamente, ya que la suma vectorial de tres corrientes trifásicas equilibradas es nula.

Esta circunstancia tiene todavía más importancia si los dispositivos detectores de corriente residual son de alta sensibilidad. Para evitar disparos intempestivos la corriente permanente de fuga no debe ser mayor de:

- $0,3 \cdot I_{\Delta n}$ con el esquema TT o TN.
- $0,17 \cdot I_{\Delta n}$ con el esquema IT.

Corrientes de fuga transitorias. Estas corrientes se manifiestan al conectar un circuito que tenga un desequilibrio capacitivo o cuando hay sobretensiones en modo común. Existen dispositivos detectores de corrientes residuales, ligeramente temporizados, que evitan los funcionamientos intempestivos.

Corrientes de fuga alta frecuencia, AF. Los grandes productores de perturbaciones en términos de compatibilidad electromagnética son, por ejemplo, los rectificadores a tiristores cuyos filtros tienen condensadores que producen una corriente de fuga de alta frecuencia, que pueden alcanzar el 5% de la corriente nominal.

Inversamente a lo que sucede con las corrientes de fuga a 50 Hz-60 Hz, cuya suma vectorial es nula si la carga está equilibrada, estas corrientes de alta frecuencia no son sincronicas con las tres fases y su suma produce una corriente de fuga.

Para evitar disparos intempestivos, los dispositivos detectores de corriente residual deben ser insensibles a estas corrientes de alta frecuencia, es decir, equiparse de filtros pasa baja.

Corrientes debidas al rayo. Si la instalación tiene pararrayos, hay que evitar instalar el captador del dispositivo detector de corriente residual en la derivación de la corriente producida por el rayo. Si no, hay que instalar dispositivos inmunizados, retardados, contra estas corrientes.

Mantenimiento del esquema de conexión a tierra. Cuando se prevé la instalación de fuentes de reemplazo o de emergencia, hay que estudiar la protección de personas y bienes con las diversas configuraciones posibles de la instalación, ya que la posición del neutro respecto de tierra puede ser diferente.

Al alimentar, aunque sea provisionalmente, una instalación con un grupo electrógeno, es necesario conectar la masa del grupo con la red de tierra existente, independientemente del esquema de conexión a tierra que tenga la instalación. Además, en el esquema TT hay que poner a tierra el neutro del generador, puesto que si no se hace así las corrientes de defecto no llegan al umbral de disparo de los dispositivos detectores de corriente residual.

Cuando en una instalación TT hay un SAI, sistema de alimentación estática interrumpida, es necesario instalar una toma de tierra del neutro aguas abajo del SAI para que puedan funcionar correctamente los dispositivos detectores de corriente residual. Pero no es indispensable para la seguridad de las personas, porque:

- la instalación pasa a ser IT y el primer defecto no es peligroso;
- la probabilidad de que se produzca un segundo defecto de aislamiento durante el funcionamiento del SAI es muy baja, debido a la escasa autonomía de sus baterías.