

### EJERCICIOS TEMA 3: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- 1) Estudiar según los valores del parámetro real  $a$  los siguientes sistemas de ecuaciones lineales

$$\text{a) } \begin{cases} x + y - z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + (a^2 - 5)z = a \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} ax - 2y + z = 1 \\ x + ay + 2z = a \\ x + z = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y + az = 3 \\ ax + y + z = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x + y + az = a \\ ax + y + z = a \end{cases}$$

- 2) Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de Gauss

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + z = 0 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + z = 2 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$$

- 3) Determinar qué condición deben verificar los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que sean compatibles los siguientes sistemas de ecuaciones lineales

$$\text{a) } \begin{cases} x + y - z = a \\ 2x + 3y + 4z = b \\ x - 7y = c \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + 2z = a \\ 3x - y + 3z = b \\ x - 2y - z = c \end{cases}$$

4) Sea el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} 2x + ay + z = 7 \\ x + ay + z + t = b \\ x + 2ay + t = -1 \\ ax + by = b \end{cases}$$

- a) Discutir su compatibilidad en función de los parámetros reales  $a$  y  $b$   
b) Resolverlo para  $a = b = 0$

- 5) Estudiar para los siguientes sistemas de ecuaciones lineales la existencia de solución y en los casos que exista obtener dicha solución

$$\text{a) } \begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x - y + z = 2a \\ x - 2y = 3 \\ -3x + 3y - z = a \end{cases}$$

## Soluciones

- 1) a) Si  $a \neq 2$  y  $a \neq -2$  SCD; Si  $a = 2$  SCI; Si  $a = -2$  SI  
b) Si  $a \neq -1$  y  $a \neq 2$  SCD; Si  $a = 2$  SCI; Si  $a = -1$  SI

- 2) a)  $x = -1; y = 0; z = 2$   
b)  $x = 2 - z; y = \frac{z-1}{3}; \forall z$

- 3) a)  $-3a + b + c = 0$                       b)  $\forall a, b, c \in R$

- 4) a) Si  $a \neq 0$  y  $b \neq 1$  SCD  
Si  $a = 0$  y  $b = 0$  SCI  
Si  $a = 0$  y  $b = 4$  SCI  
Si  $a = 0$  y  $b \neq 0$  y  $b \neq 4$  SI  
Si  $a = 0$  y  $b = 1$  SI

b) 
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- 6) a) Si  $a = 1$  o  $a = -2$  Sistema Homogéneo Incompatible (solución trivial)

Si  $a = 1$  SC doblemente Indeterminado

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Si  $a = -2$  SC simplemente Indeterminado

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- b) Sistema Incompatible  $\forall a$