

## EJERCICIOS DE PROGRAMACION LINEAL CON WINQSB

### PROBLEMA DE ZOOLOGIA

Para paliar una plaga de Moluscos Cebra en el Abanico de Plentzia, el Gobierno Vasco ha decidido realizar una prueba intercalando 6 métodos distintos durante una semana. He aquí una tabla con dichos métodos con su efectividad y coste.

MÉTODOS	EFFECTIVIDAD (moluscos desaparecidos/ h)	COSTE (euros/ h)
Manual	800	200
Químicos	350	250
Termales	200	275
Ondas de Radio	200	500
Molusquicidas	650	350
Cría de peces autóctonos	450	200

Solo se dispone de 1 millón de euros y 640 voluntarios para realizar el trabajo manual para la prueba. Éstos, se organizarán en grupos de 80 y cada grupo trabajará durante 3h.

Se estima que a la hora se lanzarán al río 60 kg. de químicos y 40 kg. de molusquicidas; para no dañar el ecosistema, la suma de éstos no deberá superar los 3000 kg.

Para garantizar la biodiversidad del área fluvial, deberán lanzarse al menos 4000 ejemplares de especies autóctonas como la trucha (100 ejemplares por h). El departamento de I+D, está investigando los efectos y consecuencias aún no muy conocidos de los métodos nuevos (termales y ondas de radio) por lo que deberán utilizarse mínimamente durante 5 h al día para su estudio.

LP-ILP Problem Specification

Problem Title: Plaga de moluscos Cebra

Number of Variables: 6

Number of Constraints: 6

Objective Criterion

Maximization

Minimization

Data Entry Format

Spreadsheet Matrix Form

Normal Model Form

Default Variable Type

Nonnegative continuous

Nonnegative integer

Binary (0,1)

Unsigned/unrestricted

OK Cancel Help

1.- Determinar la distribución de horas para cada método, con la finalidad de parar la plaga en la mayor medida posible:

Variables de decisión:

X1= Número de horas que se debe aplicar el método manual.

X2= Número de horas que se debe aplicar el método químico.

X3= Número de horas que se debe aplicar el método termal.

X4= Número de horas que se deben aplicar las ondas de radio.

X5= Número de horas que se deben aplicar los molusquicidas.

X6= Número de horas que se debe dedicar a la cría de peces autóctonos.

Restricciones:

- a)  $X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 = 7 \cdot 24$
- b)  $200X1 + 250X2 + 275X3 + 500X4 + 350X5 + 200X6 \leq 1.000.000$
- c)  $X1 \leq (640/80) \cdot 3$
- d)  $X1 + X5 \geq 3000/(40+60)$
- e)  $X6 \geq 4000/100$
- f)  $X3 + X4 \geq 7 \cdot 5$
- g) No negatividad:  $X1, X2, X3, X4, X5, X6 \geq 0$

Función objetivo:

$$\text{Max } Z = 800X1 + 350X2 + 200X3 + 200X4 + 650X5 + 450X6$$

Aplicando el cambio de unidades, las restricciones quedan así:

- a)  $X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 = 168$
- b)  $200X1 + 250X2 + 275X3 + 500X4 + 350X5 + 200X6 \leq 1.000.000$
- c)  $X1 \leq 24$
- d)  $X1 + X5 \geq 30$
- e)  $X6 \geq 40$
- f)  $X3 + X4 \geq 35$
- g) No negatividad:  $X1, X2, X3, X4, X5, X6 \geq 0$

He aquí la tabla:

Variable -->	Manual	Químicos	Termales	Ondas	Molusq.	Peces	Direction	R. H. S.
Maximize	800	350	200	200	650	450		
C1	1	1	1	1	1	1	=	168
C2	200	250	275	500	350	200	<=	1000000
C3	1						<=	24
C4		1			1		<=	30
C5						1	>=	40
C6			1	1			>=	35
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Manual	24,0000	800,0000	19.200,0000	0	basic	450,0000	M
2	Químicos	0	350,0000	0	-300,0000	at bound	-M	650,0000
3	Termales	35,0000	200,0000	7.000,0000	0	basic	200,0000	450,0000
4	Ondas	0	200,0000	0	0	at bound	-M	200,0000
5	Molusq.	30,0000	650,0000	19.500,0000	0	basic	450,0000	M
6	Peces	79,0000	450,0000	35.550,0000	0	basic	200,0000	650,0000
	Objective	Function	(Max.) =	81.250,0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	168,0000	=	168,0000	0	450,0000	129,0000	4.964,3750
2	C2	40.725,0000	<=	1.000.000,0000	959.275,0000	0	40.725,0000	M
3	C3	24,0000	<=	24,0000	0	350,0000	0	63,0000
4	C4	30,0000	<=	30,0000	0	200,0000	0	69,0000
5	C5	79,0000	>=	40,0000	39,0000	0	-M	79,0000
6	C6	35,0000	>=	35,0000	0	-250,0000	0	74,0000

Esta es la solución óptima:

$$X1^*=24h$$

$$X2^*=0h$$

$$X3^*=35h$$

$$X4^*=0h$$

$$X5^*=30h$$

$$X6^*=79h$$

Función Objetivo:

$$Z^*= 81.250 \text{ Moluscos Cebra desaparecidos.}$$

Por lo tanto, necesitaríamos los 640 voluntarios disponibles, 1200kg. de molusquicidas (30h\*40 kg/h), 35h de métodos termales en una semana, y 7900 ejemplares de peces autóctonos (79h \* 100ejemplares/h).

No nos resultan necesarios los químicos ni las ondas de radio.

2.- Indicar cuanto dinero no se utiliza en la solución óptima:

Eso nos lo indica en Slack o el Surplus : 959.275 euros no se han utilizado.

3.- El departamento de I+D también quiere analizar cómo funcionarían las ondas de radio en nuestras aguas por lo tanto, ¿cómo afectaría al número de moluscos desaparecidos totales, si al menos se obligase a utilizar 5 horas de ondas de radio a la semana? ¿Y si aumentamos en 3 horas el uso de los químicos?

Como el coste de oportunidad de las ondas de radio = 0, la función objetivo no variará por lo que la cantidad de moluscos desaparecidos será la misma.

En cambio, el coste de oportunidad de los químicos = -300, por lo tanto, la  $Z^*$  disminuye en 300 unidades por cada unidad de más en este método que utilizemos: La nueva  $Z^* = 81.250 - 3 \cdot 300 = 80.350$  moluscos desaparecidos.

4.- Supongamos que el gobierno puede contar con más voluntarios que los 640 de antes, eso supondría más horas a utilizar, como solo disponemos de una semana, ese tiempo se lo restaríamos a los demás métodos por lo que mataríamos 300 moluscos menos a la hora más o menos ¿Debe hacerse? ¿Cambiaría el beneficio total?

A pequeño cambio que se haga en el lado derecho de una restricción, se cambia tanto la solución óptima como el valor de  $Z^*$ , podremos calcular la nueva función objetivo con el precio sombra, que se mantendrá constante dentro del intervalo que nos muestra la tabla.

El precio sombra de la restricción de los voluntarios es de 350 y puede variar entre el intervalo [0-63], por lo tanto podremos aumentar las horas utilizadas por los voluntarios hasta 63 para que el precio sombra se mantenga.

Por lo tanto:  $63 - 24 = 39$  horas demás.

$39 \cdot 350 = 13.650$  moluscos demás desaparecidos.

$300 \cdot 39 = 11.700$  moluscos demás que tendríamos por restar esas 39 horas a los métodos.

$13.650 - 11.700 = 1.950$  moluscos más desaparecidos.

La nueva  $Z^* = 81.250 + 1.950 = 83.200$ .

Concluyendo, nos conviene utilizar más voluntarios y restar ese tiempo demás a otros métodos.

5.- ¿Qué pasará con la solución óptima y con la cantidad de moluscos desaparecidos si aumentamos hasta 70 h el uso del método termal ?

El precio sombra de la restricción 6 es de -250, y esta se mantiene dentro del intervalo [0-79]. Como nuestro valor está dentro del intervalo la función objetivo variará :

$70h - 35h = 35h$

$35 \cdot (-250) = -8750$

La nueva  $Z^* = 81250 - 8750 = 72500$  moluscos desaparecidos.

La solución óptima también variará, ya que esta restricción define la solución óptima ( el surplus es 0 y el precio sombra no lo es), para saber la nueva solución óptima tendremos que volver a resolver el problema.

6.- ¿Qué pasará con la solución óptima y con la función objetivo si la eficacia del método manual disminuye en 100 moluscos/h debido al cansancio físico de los voluntarios?

A nada que cambiemos algún coeficiente de la función objetivo, siempre cambiara su valor, también lo hará la solución óptima siempre que el nuevo coeficiente no se mantenga dentro del intervalo que nos muestra la tabla.

La nueva  $\max Z = 700X_1 + 350X_2 + 200X_3 + 200X_4 + 650X_5 + 450X_6$

El coeficiente de  $x_1$  se mantiene entre los valores  $[450, M]$ ; 700 está dentro del intervalo por lo que la solución óptima no variará pero si lo hará la función objetivo:

Nueva  $Z^* = 700 \cdot 24 + 350 \cdot 0 + 200 \cdot 35 + 200 \cdot 0 + 650 \cdot 30 + 450 \cdot 79 = 78.850$  moluscos desaparecidos.

7.- ¿Si en vez de disponer de 1.000.000 de euros, dispondríamos de medio millón, cambiaría en algo la solución óptima? Y la función objetivo? ¿Cuánto dinero necesitaríamos para que la solución óptima y la función objetivo no varíen?

Si miramos en la tabla, vemos que la cantidad de dinero disponible puede variar entre el intervalo  $[40.725-M]$ , nuestro valor (500.000) está dentro, así que en principio la función objetivo y la solución óptima no se mantendrán. De todos modos, el precio sombra correspondiente a esta restricción es = 0 por lo que la  $Z^*$  seguirá siendo la que aparece en la tabla.

Por otro lado, sabemos que esta restricción no delimita la solución óptima, así que disminuir la cantidad de dinero a la mitad no cambiaría nada en nuestro problema.

Como mínimo necesitaríamos 40.725 euros para que las condiciones originales sean siendo las mismas, si dispondríamos de menos dinero, el precio sombra no se mantendría y tendríamos que volver a calcular todo el problema de nuevo.

8.- ¿Qué pasará con la solución óptima y con la función objetivo si la eficacia del método de cría de peces aumenta hasta 700 moluscos/h?

La nueva  $\max Z = 800X_1 + 350X_2 + 200X_3 + 200X_4 + 650X_5 + 700X_6$

El coeficiente de  $x_6$  se mantiene entre los valores  $[200, 650]$ ; 700 no está dentro del intervalo por lo que variarán la solución óptima y la función objetivo:

Tendremos que repetir el problema para sacar la nueva solución óptima y la nueva  $Z^*$ .

## PROBLEMA DE HORMIGON

La empresa adjudicataria para la realización del túnel entre los municipios de Bermeo- Munguía, va a necesitar el suministro de dos tipos de hormigón, una para el gunitado de las paredes del túnel y otra para los firmes de la carretera. Para ello dispone de dos plantas de hormigonado situadas en Amorebieta (P1) y Zamudio (P2). La capacidad de cada planta de hormigonado en metro cubico por día viene dada en la siguiente tabla:

Hormigón	Planta de hormigonado	
	P1	P2
Gunitado	150	100
Carretera	300	250

La empresa encargada de la realización de la obra, ha pedido a la planta de hormigonado que el suministro de hormigón por metro cubico, se realice por tres zonas de acceso diferentes a lo largo del túnel, cuyas demandas diarias son:

hormigón	Punto de obra		
	O1	O2	O3
Gunitado	50	200	100
Carretera	250	100	100

Por otro lado se resumen en la siguiente tabla los costos del transporte(u.m.) diario a través de camiones por unidad de metro cubico de cada planta de hormigonado a los distintos accesos de ejecución de la obra, independientemente del producto pedido, tramitado por la planta de hormigonado:

Planta de H.	Punto de obra		
	O1	O2	O3
P1	90	110	125
P2	120	100	90

Además, por problemas de suministro de áridos para la realización del hormigón, las plantas de hormigonado tienen limitado el suministro de hormigón diario. La siguiente tabla indica la cantidad máxima de metro cúbicos de hormigón tanto de gunitado como para firmes de carretera q se dispone, en los diferentes puntos de acceso a la obra:

Planta de H.	Punto de obra		
	O1	O2	O3
P1	300	150	200
P2	200	300	200

1. Plantear el modelo que permita como debe realizarse la distribución desde cada planta de hormigonado hasta cada acceso de obra con el objeto de minimizar el costo total de transporte.
2. Indicar cuantos metros cúbicos de cada producto se podrían utilizar de mas en cada acceso al túnel sin que varié la solución optima.

3. Indicar cuanta cantidad de cada producto por planta podríamos disponer diario.
4. En qué cantidades tendría que disminuir los metros cúbicos de hormigón para carretera desde la planta de hormigonado primera al acceso 1 para que la solución óptima no varié.
5. si por necesidad de la empresa tendría que disponer de más hormigón para gunitado desde la planta de hormigonado 1 al punto de acceso 1, ¿cuál sería el precio por unidad de metro cubico?
6. En el caso de que se pudiese transportar más cantidad de metros cúbicos desde la planta de hormigonado 1 a la zona de acceso dos, independientemente del producto que se lleve, ¿en qué intervalos podría variar? Y desde la planta de hormigonado 2 al acceso 2?

1. Plantear el modelo que permita como debe realizarse la distribución desde cada planta de hormigonado hasta cada acceso de obra con el objeto de minimizar el costo total de transporte.

#### RESOLUCIÓN

Variables de decisión

X11: m3 de hormigón de Gun. P1 a O1

Y12: m3 de hormigón de Car. De P2 a O2

X12: m3 de hormigón de Gun. P1 a O2

Y13: m3 de hormigón de Car. P1 a O3

X13: m3 de hormigón de Gun. P1 a O3

Y21: m2 de hormigón de Car. P2 a O1

X21: m3 de hormigón de Gun. P2 a O1

Y22: m3 de hormigón de Car. P2 a O2

X22: me de hormigón de Gun. P2 a O2

Y23: m3 de hormigón de P2 a O3

X23: me de hormigón de Gun. P2 a O3

Y11: m3 de hormigón de Car. P1 a O1

Modelo: Min(z):

$$6(X11+Y11)+10(X21+Y21)+14(X12+Y12)+8(X22+Y22)+7(X13+Y13)+15(X23+Y23)$$

Sujeto a:

APARTADO A (cant. Max disp de m3 de la planta diario)

$$X11+Y11 \geq 300$$

$$X22+Y22 \geq 300$$

$$X21+Y21 \geq 200$$

$$X13+Y13 \geq 200$$

$$X12+Y12 \geq 150$$

$$X23+Y23 \geq 200$$

APARTADO B (necesidad de m3 por acceso diario)

$$X11+X21 \geq 50$$

$$X12+X22 \geq 200$$

$$X13+X23 \geq 100$$

$$Y11+Y21 \geq 250$$

$$Y12+Y22 \geq 100$$

$$Y13+Y23 \geq 100$$

APARTADO C (disponibilidad de m3 de la planta diario)

$$X11+X12+X13 \geq 150$$

$$X21+X22+X23 \geq 100$$

$$Y11+Y12+Y13 \geq 300$$

$$Y21+Y22+Y23 \geq 250$$

**TABLA ENTRADA DE DATOS**

Variable →	X11	X12	X13	X21	X22	X23	Y11	Y12	Y13	Y21	Y22	Y23	Direction	R. H. S.
Minimize	90	110	125	120	100	90	90	110	125	120	100	90		
C1	1						1						>=	300
C2				1						1			>=	200
C3		1						1					>=	150
C4					1						1		>=	300
C5			1						1				>=	200
C6						1						1	>=	200
C7	1			1									>=	50
C8		1			1								>=	200
C9			1			1							>=	100
C10							1			1			>=	250
C11								1			1		>=	100
C12									1				>=	100
C13	1	1	1									1	>=	150
C14				1	1	1							>=	100
C15							1	1	1				>=	300
C16										1	1	1	>=	250
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
Variable Type	Continuous													

**TABLA SOLUCION DE PROBLEMA**

	13:38:25		Tuesday	June	08	2010		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X11	0	90,0000	0	0	at bound	90,0000	M
2	X12	50,0000	110,0000	5.500,0000	0	basic	110,0000	110,0000
3	X13	100,0000	125,0000	12.500,0000	0	basic	125,0000	125,0000
4	X21	150,0000	120,0000	18.000,0000	0	basic	120,0000	120,0000
5	X22	300,0000	100,0000	30.000,0000	0	basic	0	100,0000
6	X23	0	90,0000	0	0	basic	90,0000	90,0000
7	Y11	300,0000	90,0000	27.000,0000	0	basic	0	90,0000
8	Y12	100,0000	110,0000	11.000,0000	0	basic	110,0000	110,0000
9	Y13	100,0000	125,0000	12.500,0000	0	basic	125,0000	125,0000
10	Y21	50,0000	120,0000	6.000,0000	0	basic	120,0000	120,0000
11	Y22	0	100,0000	0	0	at bound	100,0000	M
12	Y23	200,0000	90,0000	18.000,0000	0	basic	90,0000	90,0000
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Min.) =</b>	<b>140.500,0000</b>	<b>(Note:</b>	<b>Alternate</b>	<b>Solution</b>	<b>Exists!!)</b>
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	C1	300,0000	>=	300,0000	0	90,0000	200,0000	M
2	C2	200,0000	>=	200,0000	0	120,0000	100,0000	M
3	C3	150,0000	>=	150,0000	0	110,0000	150,0000	250,0000
4	C4	300,0000	>=	300,0000	0	100,0000	150,0000	M
5	C5	200,0000	>=	200,0000	0	125,0000	100,0000	M
6	C6	200,0000	>=	200,0000	0	90,0000	100,0000	250,0000
7	C7	150,0000	>=	50,0000	100,0000	0	-M	150,0000
8	C8	350,0000	>=	200,0000	150,0000	0	-M	350,0000
9	C9	100,0000	>=	100,0000	0	0	100,0000	200,0000
10	C10	350,0000	>=	250,0000	100,0000	0	-M	350,0000
11	C11	100,0000	>=	100,0000	0	0	0	100,0000
12	C12	300,0000	>=	100,0000	200,0000	0	-M	300,0000
13	C13	150,0000	>=	150,0000	0	0	50,0000	150,0000
14	C14	450,0000	>=	100,0000	350,0000	0	-M	450,0000
15	C15	500,0000	>=	300,0000	200,0000	0	-M	500,0000
16	C16	250,0000	>=	250,0000	0	0	200,0000	350,0000

2. Indicar cuantos metros cúbicos de cada producto se podrían utilizar de más en cada acceso al túnel sin que varíe la solución óptima.

Mirando en el *surplus* se obtiene que:

- Desde la planta 1 se podrían utilizar 100m<sup>3</sup> en el acceso 1, 150m<sup>3</sup> en el acceso 2, y 0m<sup>3</sup> en el acceso 3
- Desde la planta 2 se podrían utilizar 100m<sup>3</sup> en el acceso 1, 0m<sup>3</sup> en el acceso 2, y 200m<sup>3</sup> en el acceso 3.

3. Indicar cuanta cantidad de cada producto por planta podríamos disponer diario.

- 0m<sup>3</sup> de h. gunitado de la P1.
- 350m<sup>3</sup> de h. gunitado de la P2.
- 200m<sup>3</sup> de h. carretera de la P1.
- 0m<sup>3</sup> de h. carretera de la P2.

4. En qué cantidades tendría que disminuir los metros cúbicos de hormigón para carretera desde la planta de hormigonado primera al acceso 1 para que la solución óptima no varié.

- el intervalo en que podría variar (Y<sub>11</sub>) es de (0,90)m<sup>3</sup>.

5. si por necesidad de la empresa tendría que disponer de más hormigón para gunitado desde la planta de hormigonado 1 al punto de acceso 1, ¿cuál sería el precio por unidad de metro cubico?

- el precio unitario de metro cubico seria de 90 u.m.

6. En el caso de que se pudiese transportar más cantidad de metros cúbicos desde la planta de hormigonado 1 a la zona de acceso dos, independientemente del producto que se lleve, ¿en qué intervalos podría variar? Y desde la planta de hormigonado 2 al acceso 2?

- desde P<sub>1</sub> al O<sub>2</sub>, se podría variar en (150,250)m<sup>3</sup>
- desde P<sub>2</sub> al O<sub>2</sub>, se podría variar en (150,M)m<sup>3</sup>

**PROBLEMA DE NUTRICION**

En un centro de nutrición se desea obtener la dieta de coste mínimo con unos requisitos vitamínicos para un grupo de niños que van a asistir ha campamentos de verano. El especialista estima que la dieta debe contener entre 26 y 32 unidades de vitamina A, al menos 25 unidades de vitamina B y 30 de C, y un máximo de 14 de vitamina D. La tabla nos da el número de unidades de las distintas vitaminas por unidad de alimento consumido para seis alimentos elegidos, denominados 1, 2, 3, 4, 5 y 6, así como su coste por unidad:

ALIMENTOS	Vitaminas				Coste por unidad(€/u)
	A	B	C	D	
1	1	1	0	1	10
2	1	2	1	0	14
3	0	1	2	0	12
4	3	1	0	1	18
5	2	1	2	0	20
6	1	0	2	1	16

1. Se desea conocer la cantidad de cada alimento que hay que preparar y que satisfaga los requisitos propuestos con un coste mínimo.

- Variables de decisión:

X1 = cantidad de alimento 1 utilizado para la dieta.

X2= cantidad de alimento 2 utilizado para la dieta.

X3= cantidad de alimento 3 utilizado para la dieta.

X4= cantidad de alimento 4 utilizado para la dieta.

X5= cantidad de alimento 5 utilizado para la dieta.

X6= cantidad de alimento 6 utilizado para la dieta.

- Función objetivo

$$\text{Min } Z = 10 x_1 + 14 x_2 + 12 x_3 + 18x_4 + 20 x_5 + 16x_6$$

- Restricciones :

$$1) \quad 1 x_1 + x_2 + 3 x_4 + 2 x_5 + x_6 \leq 32$$

$$2) \quad x_1 + x_2 + 3 x_4 + 2 x_5 + x_6 \geq 26$$

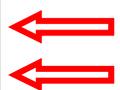
$$3) \quad x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 25$$

- 4)  $x_2 + 2x_3 + 2x_5 + 2x_6 = 30$
- 5)  $x_1 + x_4 + x_6 \leq 14$
- 6)  $x_i \geq 0 / i = 1,2,3,4,5,6$

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Minimize	10	14	12	18	20	16		
Vitamina A	1	1	0	3	2	1	<=	32
Vitamina A	1	1	0	3	2	1	>=	26
Vitamina B	1	1	1	1	1	0	>=	25
Vitamina C	0	1	2	0	2	2	=	30
Vitamina D	1	0	0	1	0	1	<=	14
C6	1	1	1	1	1	1	>=	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		



	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	10,0000	10,0000	100,0000	0	basic	4,0000	10,0000
2	X2	0	14,0000	0	1,0000	at bound	13,0000	M
3	X3	7,0000	12,0000	84,0000	0	basic	12,0000	16,0000
4	X4	0	18,0000	0	0	at bound	18,0000	M
5	X5	8,0000	20,0000	160,0000	0	basic	12,0000	20,0000
6	X6	0	16,0000	0	6,0000	at bound	10,0000	M
	Objective Function	(Min.) =	344,0000	(Note: Alternate Solution Exists!!)				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Vitamina A	26,0000	<=	32,0000	6,0000	0	26,0000	M
2	Vitamina A	26,0000	>=	26,0000	0	4,0000	10,0000	32,0000
3	Vitamina B	25,0000	>=	25,0000	0	6,0000	15,0000	29,0000
4	Vitamina C	30,0000	=	30,0000	0	3,0000	22,0000	50,0000
5	Vitamina D	10,0000	<=	14,0000	4,0000	0	10,0000	M
6	C6	25,0000	>=	0	25,0000	0	-M	25,0000



- Solución optima:

X1= 10 unidades de alimento 1 utilizados para la dieta.  
 X2= 0  
 X3= 7 unidades de alimento 3 utilizados para la dieta.  
 X4= 0

$X_5 = 8$  unidades de alimento 5 utilizados para la dieta.

$X_6 = 0$

$Z = 344$  €

2. Indicar las unidades de los alimentos que se utilizan y no se utilizan:

Si nos fijamos en la columna del “surplus” deducimos los siguientes datos:

Vitamina A: sobran 6 unidades y se emplean 26.

Vitamina B: No sobra nada, se emplean 25 unidades

Vitamina C: No sobra nada, se emplean 30 unidades

Vitamina D: Sobran 4 o se utilizan ( $14 - 4 = 10$ ) 10 unidades

3. Indicar el intervalo en el que pueden variarse los coeficientes de la función objetivo sin que varíe la solución óptima.

Los intervalos están marcados en la tabla:

Intervalo para el coeficiente  $x_1 = [4, 10]$

Intervalo para el coeficiente  $x_2 = [12, 16]$

Intervalo para el coeficiente  $x_3 = [18, M]$

Intervalo para el coeficiente  $x_4 = [12, 20]$

Intervalo para el coeficiente  $x_5 = [10, M]$

4. ¿En que cantidad se puede aumentar la cantidad de vitamina B en el menú?

Se podrá aumentar como máximo hasta el límite que se propone en el intervalo  $[15, 29]$ .

5. En cual de las vitaminas la comida propuesta excede de los requerimientos mínimos:

Para la vitamina A y para la vitamina D ya que el surplus no es cero.

6. Suponiendo que el centro de nutrición quiera aumentar sus ganancias a 500 € adquiriendo más cantidad de vitamina C, ¿cuanto mas de vitamina D necesitamos?

$500 - 344 = 156$  euros de aumento de ganancia

Teniendo en cuenta que el precio sombra de la restricción 5 es de 3 euros y el intervalo  $[22, 50]$

$156 / 5 = 31.2$  unidades a aumentar de vitamina C

$30 + 31.2 = 61.2$ . Y como no esta en el intervalo  $[22, 50]$  no es posible la operación.

**PROBLEMA DE MERCADO**

Los alumnos de último curso de la universidad de ingeniería técnica de minas y obras públicas han contratado una agencia de viajes para que les organice el viaje de fin de curso. Los alumnos tienen en mente varios destinos: Cancún, Jamaica, Cuba y México.

La agencia les ha ofrecido diferentes tipos de viajes para cada destino. El viaje a Cancún incluye una plaza de avión, 10 noches de alojamiento en una habitación, 3 comidas y 3 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 1200 euros. El viaje a Jamaica incluye 1 plaza de avión, 3 noches de alojamiento en una habitación, 2 comidas y 2 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 1050 euros. El viaje a Cuba incluye 2 plazas de avión, 12 noches de alojamiento en una habitación, 3 comidas y 5 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 1000 euros. Por último, el viaje a México incluye 1 plaza de avión, 15 noches de alojamiento en una habitación, 2 comidas y 4 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 1300 euros.

El número de plazas de avión no puede exceder en 50, el número de excursiones en 20, el número de noches de alojamiento en 65 y el número de comidas en 50 ya que la agencia tiene un límite para reservar.

DESTINO	NÚMERO DE PLAZAS DE AVIÓN	NÚMERO DE EXCURSIONES	NÚMERO DE NOCHES	NÚMERO DE COMIDAS	PRECIO
CANCUN	1	3	10	3	1200
JAMAICA	1	2	3	2	1050
CUBA	2	5	12	3	1000
MEXICO	1	4	15	2	1300
	50	20	65	50	

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	1200	1050	1000	1300		
<b>C1</b>	2	2	2	1	<=	50
<b>C2</b>	3	6	4	4	<=	30
<b>C3</b>	10	3	12	15	<=	65
<b>C4</b>	3	2	3	2	<=	50
<b>LowerBound</b>	0	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

	12:13:53		Saturday	June	05	2010		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	5,8824	1.200,0000	7.058,8230	0	basic	917,3077	3.500,0000
2	X2	2,0588	1.050,0000	2.161,7650	0	basic	360,0000	2.400,0000
3	X3	0	1.000,0000	0	-494,1176	at bound	-M	1.494,1180
4	X4	0	1.300,0000	0	-432,3529	at bound	-M	1.732,3530
	Objective Function		(Max.) =	9.220,5880				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	15,8824	<=	50,0000	34,1176	0	15,8824	M
2	C2	30,0000	<=	30,0000	0	135,2941	19,5000	130,0000
3	C3	65,0000	<=	65,0000	0	79,4118	15,0000	100,0000
4	C4	21,7647	<=	50,0000	28,2353	0	21,7647	M

Función objetivo:

$$\text{Max } Z = 1200X_1 + 1050X_2 + 1000X_3 + 1300X_4$$

Restricciones:

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 1X_4 \leq 50$$

$$3X_1 + 6X_2 + 4X_3 + 4X_4 \leq 30$$

$$10X_1 + 3X_2 + 12X_3 + 15X_4 \leq 65$$

$$3X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 \leq 50$$

Preguntas:

- 1) Formular el modelo que determine qué destino tenemos que elegir para que el beneficio de la agencia sea mayor y cuanto es dicho beneficio.

$$X_1^* = 5.8824$$

$$X_2^* = 2.0588$$

$$X_3^* = 0$$

$$X_4^* = 0$$

$$Z^* = 9220.5880 \text{ €}$$

- 2) ¿Cómo afectaría al beneficio total que la agencia disponga de 10 días más de alojamiento?

$$65 + 10 = 75$$

$$\text{Precio sombra} = 79.4118$$

$$75 \in [15, 100]$$

$$\text{El beneficio aumentará} \rightarrow 10 \times 79.4118 = 794.118 \rightarrow$$

$$Z = 9220.5880 + 794.118 = 92206374.118 \text{ €}$$

- 3) Si al paquete de viaje a Cancún le hacen una rebaja de un 10%, ¿Cuál es el nuevo plan de producción y la ganancia total?

$$1200 \times 0.2 = 240$$

$$1200 - 240 = 960$$

960€ [917.3077, 9220.5880] → Por lo que podemos decir que la solución óptima no varía.

$$\text{El beneficio disminuirá } \rightarrow 240 \times 5.8824 = 1411.776$$

$$Z = 9220.588 - 1411.776 = 7808.812\text{€}$$

- 4) Indicar la cantidad de número de plazas de avión, número de excursiones, número de comidas y número de noches de alojamiento que sobran.

Sobran 34.1176 número de plazas de avión y 28.2353 número de noches de alojamiento, de lo demás no sobra nada.

- 5) Si al paquete de viaje a Jamaica le hacen rebaja del 50%, ¿Cuál es el nuevo plan de producción y la ganancia total?

$$1050 \times 0.5 = 525$$

525 € [360, 2400] → Por lo que podemos decir que la solución óptima no varía.

$$\text{El beneficio disminuirá } \rightarrow 525 \times 2.0588 = 1080.87$$

$$Z = 9220.588 - 1080.87 = 8139.718\text{€}$$