SISTEMAS DE ECUACIONES CON MATHEMATICA

Clasificar y resolver el sistema de ecuaciones lineales $\left\{ \begin{array}{c} 2x - 3y + 2z - 5t = 2 \\ x - 4y + 2z - 3t = 4 \\ -x + y - z + 7t = 5 \end{array} \right.$

In[3]:=

```
Solve[{2 x - 3 t + 2 z - 5 t == 2, x - 4 y + 2 z - 3 t == 4, -x + y - z + 7 t == 5}, {x, y, z}]
```

Out[3]=

```
{{x → -26 + 17 t, y → -3 (-2 + t), z → 27 - 13 t}}
```

Sistema Compatible Simplemente Indeterminado : x = -26 + 17 t, y=-3 (-2 + t), z=27 - 13 t, ∀ t

Sea el siguiente sistema $\left\{ \begin{array}{c} 2x + y + z = 2 \\ x - y + z = -1 \\ y - z = -2 \end{array} \right.$

a) Escribe la matriz de coeficientes C

b) Calcula la inversa de la matriz C

c) Escribe el vector de términos independientes b

d) Calcula la solución del sistema utilizando los dos apartados anteriores

Apartado a

In[10]:=

```
c = {{2, 1, 1}, {1, -1, 1}, {0, 1, -1}};
```

Apartado b

```
invc = Inverse[c]
```

$$\left\{\{0, 1, 1\}, \left\{\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, -1, -\frac{3}{2}\right\}\right\}$$

Apartado c

In[11]:=

```
b = {2, -1, 1};
```

Apartado d

```
solucion = invc.b
```

$$\left\{0, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$$

Sea el sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2y - x = p \\ 3x - 2z = 11 \\ y + z = 6 \\ 2x + y - 4z = p \end{cases}$ **hallar p de forma que el sistema sea compatible y resolverlo**

In[5]:=
```
Reduce[{2 y - x == p, 3 x - 2 z == 11, y + z == 6, 2 x + y - 4 z == p}, {x, y, z}]
```

Out[5]=
```
p == -5 && x == 7 && y == 1 && z == 5
```

Para p=-5 el sistema de ecuaciones es Compatible Determinado de solución x=7, y=1, z=5

Clasificar y resolver según los distintos valores reales del parámetro m el siguiente sistema $\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}$

In[42]:=
```
Reduce[{m * x + y + z == 1, x + m * y + z == 1, x + y + m * z == 1}, {x, y, z}]
```

Out[42]=

$$(m == 1 \,\&\&\, z == 1 - x - y) \,||\, \left((-1 + m)(2 + m) \neq 0 \,\&\&\, x == \frac{1}{2 + m} \,\&\&\, y == x \,\&\&\, z == 1 - m\,x - y\right)$$

Primer Caso: m=1 → Sistema Compatible Doblemente Indeterminado
Segundo Caso: m≠1 y m≠2 → Sistema Compatible Determiando
Tercer Caso: m=2 → Sistema Incompatoble

Clasificar y resolver según los distintos valores reales de los parámetros a y b el siguiente sistema

$$\begin{cases} ax + by + z = 1 \\ x + aby + z = b \\ x + by + az = 1 \end{cases}$$

In[7]:=
```
Reduce[{a * x + b * y + z == 1, x + a * b * y + z == b, x + b * y + a * z == 1}, {x, y, z}]
```

Out[7]=

$$(b == 1 \&\& a == 1 \&\& z == 1 - x - y) \mid\mid \left(b == -2 \&\& a == -2 \&\& y == \frac{1}{2}(-1 - x) \&\& z == \frac{1}{2}(-1 + x - 2y)\right) \mid\mid \left(-2 + a + a^2 \neq 0 \&\& x == \frac{a - b}{-2 + a + a^2} \&\& b \neq 0 \&\& y == \frac{-1 + b - x + a x}{(-1 + a) b} \&\& z == 1 - a x - b y\right)$$

In[8]:=
```
Solve[a^2 + a - 2 == 0]
```

Out[8]=
```
{{a → -2}, {a → 1}}
```

Primer Caso : a=1 y b=1 → Sistema Compatible Doblemente Indeterrminado. Solución: z=1-x-y, ∀ x,y

Segundo Caso: b=-2 y a=-2 → Sistema Compatible Simplemente Indeterrminado. Solución: $y = \frac{1}{2}(-1 - x)$, $z == \frac{1}{2}(-1 + x - 2y)$ ∀ x

Tercer caso: a≠-2 y a≠1 y b≠0 → Sistema Compatible Determinado. Solución: $x = \frac{a-b}{-2+a+a^2}$, $y = \frac{-1+b-x+a x}{(-1+a) b}$, $z == 1 - a x - b y$

Resto de casos polsibles: Sistema Incompatible

Calcular la solución del sistema de ecuaciones lineales por el método de Cholesky en el siguiente caso

$$\begin{cases} x + y + t = 1 \\ 2x + 3y - z + 4t = 2 \\ x + 3z + 5t = \frac{1}{2} \\ 3x + 4y + 7t = 3 \end{cases}$$

In[25]:=
```
Clear["Global`*"]
```

Este es un ejemplo del caso general donde la matriz de coeficientes es cuadrada y no simétrica. Los menores angulares se estudiarán a continuación.

Se introducen la matriz de coeficientes A y el vector de términos independientes

In[26]:=
```
MatA = {{1, 1, 0, 1}, {2, 3, -1, 4}, {1, 0, 3, 5}, {3, 4, 0, 7}};
MatA // MatrixForm
```

Out[27]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

In[28]:=
```
VecA = {1, 2, 1/2, 3};
```

Cálculo de los menores angulares no nulos.

In[29]:=
```
Table[Det[Take[MatA, {1, i}, {1, i}]], {i, 1, 4}]
```

Out[29]=
```
{1, 1, 2, -2}
```

Como todos los menores angulares son distintos de cero, se aplica el método de Cholesky general.

Se descompone la matriz A en dos matrices: una triangular inferior B y otra triangular superior C con unos en la diagonal principal, de manera que se cumpla A = B · C.

In[30]:=
```
MatB = Table[Which[i ≥ j, b[i, j], i < j, 0], {i, 1, 4}, {j, 1, 4}];
MatB // MatrixForm
```

Out[31]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} b[1,1] & 0 & 0 & 0 \\ b[2,1] & b[2,2] & 0 & 0 \\ b[3,1] & b[3,2] & b[3,3] & 0 \\ b[4,1] & b[4,2] & b[4,3] & b[4,4] \end{pmatrix}$$

In[32]:=
```
MatC = Table[Which[i < j, c[i, j], i == j, 1, i > j, 0], {i, 1, 4}, {j, 1, 4}];
MatC // MatrixForm
```

Out[33]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & c[1,2] & c[1,3] & c[1,4] \\ 0 & 1 & c[2,3] & c[2,4] \\ 0 & 0 & 1 & c[3,4] \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se efectúa la multiplicación B · C e igualar sus cœficientes a los de la matriz A.

In[34]:=
```
Solve[MatB.MatC == MatA]
```

Out[34]=
```
{{b[4, 4] → -1, b[3, 3] → 2, b[4, 3] → 1, c[3, 4] → 3, b[1, 1] → 1,
  b[2, 2] → 1, b[3, 2] → -1, b[4, 2] → 1, c[2, 3] → -1, c[2, 4] → 2,
  b[2, 1] → 2, b[3, 1] → 1, b[4, 1] → 3, c[1, 3] → 0, c[1, 2] → 1, c[1, 4] → 1}}
```

Sustituyendo estos resultados en las respectivas matrices B y C

In[35]:=
```
MatB = {{1, 0, 0, 0}, {2, 1, 0, 0}, {1, -1, 2, 0}, {3, 1, 1, -1}};
MatB // MatrixForm
```

Out[36]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

In[37]:=
```
MatC = {{1, 1, 0, 1}, {0, 1, -1, 2}, {0, 0, 1, 3}, {0, 0, 0, 1}};
MatC // MatrixForm
```

Out[38]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se resuelven los dos sistemas triangulares.

In[39]:=
```
Sol1 = {x, y, z, t} /. Solve[MatB.{x, y, z, t} == VecA][[1]]
```

Out[39]= $\left\{1, 0, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right\}$

In[40]:=
```
Solve[MatC.{x, y, z, t} == Sol1, {x, y, z, t}]
```

Out[40]= $\left\{\left\{x \to \frac{1}{4}, y \to 1, z \to \frac{1}{2}, t \to -\frac{1}{4}\right\}\right\}$