

MATRICES CON MATHEMATICA

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & m & m^2 & m^3 \\ m & m^2 & m^3 & 1 \\ m^2 & m^3 & 1 & m \\ m^3 & 1 & m & m^2 \end{pmatrix}$, hallar el valor del número

natural m que hace que el determinante de la matriz A sea 80^3

```
Clear["Global`*"]
```

```
a =  $\begin{pmatrix} 1 & m & m^2 & m^3 \\ m & m^2 & m^3 & 1 \\ m^2 & m^3 & 1 & m \\ m^3 & 1 & m & m^2 \end{pmatrix}$ ;
```

```
Solve[Det[a] == 80^3, m]
```

```
{m -> -3}, {m -> -3 i}, {m -> 3 i}, {m -> 3}, {m ->  $(-39 - 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ },  
{m ->  $-i (-39 - 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ }, {m ->  $i (-39 - 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ },  
{m ->  $(-39 - 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ }, {m ->  $(-39 + 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ }, {m ->  $-i (-39 + 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ },  
{m ->  $i (-39 + 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ }, {m ->  $(-39 + 40 i \sqrt{3})^{1/4}$ }
```

```
(* El único número natural es m=3 *)
```

Hallar una matriz que sumada a la matriz $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ de la matriz $\begin{pmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

```
a = {{3, 0, 1}, {-2, 3, 7}};
```

```
b = {{-4, 3, 2}, {1, 1, 0}};
```

```
c = Array[x, {2, 3}]
```

```
{{x[1, 1], x[1, 2], x[1, 3]}, {x[2, 1], x[2, 2], x[2, 3]}}
```

```
s = Solve[a + c == b]
```

```
{{x[1, 1] → -7, x[1, 2] → 3, x[1, 3] → 1, x[2, 1] → 3, x[2, 2] → -2, x[2, 3] → -7}}
```

```
c /. Flatten[s]
```

```
{{-7, 3, 1}, {3, -2, -7}}
```

```
MatrixForm[%]
```

$$\begin{pmatrix} -7 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & -7 \end{pmatrix}$$

Partiendo de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ extraer la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

```
Clear["Global`*"]
```

```
a = {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 9}};
```

```
MatrixForm[a]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Método 1

```
b = Drop[a, -1]
```

```
{{1, 2, 3}, {4, 5, 6}}
```

```
c = Transpose[b]
```

```
{{1, 4}, {2, 5}, {3, 6}}
```

```
d = Drop[c, -1]
```

```
{{1, 4}, {2, 5}}
```

```
Transpose[d]
```

```
{{1, 2}, {4, 5}}
```

Método 2

```
a[{{1, 2}, {1, 2}}]
```

```
{{1, 2}, {4, 5}}
```

```
MatrixForm[%]
```

```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

```

Estudiar el rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2a & 1 & a \end{pmatrix}$

```
Clear["Global`*"]
```

```
mat =  $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2a & 1 & a \end{pmatrix}$ ;
```

Método 1

```
Solve[Det[mat] == 0, a]
```

```
{{a -> 1 -  $\sqrt{2}$ }, {a -> 1 +  $\sqrt{2}$ }}
```

```
(* si  $a \neq 1 - \sqrt{2}$  y  $a \neq 1 + \sqrt{2}$  ->  
el rango de la matriz es 3 ya que el determinante de orden 3 es distinto de 0 *)
```

```
d = mat[{{1, 2}, {1, 3}}]
```

```
{{1, 1}, {1, 0}}
```

```
Det[d]
```

```
-1
```

```
(* determinante de orden 2 ≠ 0 → si a =
1-√2 o a = 1+√2 el rango de la matriz es 2 *)
```

Método 2

```
Minors[mat]
```

```
{{-2-a, -1, 2}, {1-2 a^2, -a, -1+a^2}, {1+4 a, a, -2 a}}
```

```
(* hay varios menores de orden 2
distinto de 0 que no dependen del valor del parámetro →
si a = 1-√2 o a = 1+√2 el rango de la matriz es 2 *)
```

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & m \end{pmatrix}$,

calcular el valor del parámetro real m de modo que
existan matrices no nulas que cumplan $A \cdot B = O$.

Indicar la matriz A y la expresión general de B

```
Clear["Global`*"]
```

```
a = {{1, 2}, {3, m}};
```

```
b = Array[x, {2, 2}];
```

```
s = Solve[a.b == {{0, 0}, {0, 0}}, m]
```

```
{{m → 6}}
```

```
a = a /. Flatten[s]
```

```
{{1, 2}, {3, 6}}
```

```
s = Solve[a.b == {{0, 0}, {0, 0}}, Flatten[b]]
```

Solve::svars: Equations may not give solutions for all "solve" variables. >>

```
{{x[1, 1] → -2 x[2, 1], x[1, 2] → -2 x[2, 2]}}
```

```
b = b /. Flatten[s]
```

```
{{-2 x[2, 1], -2 x[2, 2]}, {x[2, 1], x[2, 2]}}
```

```
MatrixForm[b]
```

$$\begin{pmatrix} -2x[2, 1] & -2x[2, 2] \\ x[2, 1] & x[2, 2] \end{pmatrix}$$

Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} x & x + y & x & x \\ x & 2x & x & x \\ x & x + y & y & x \\ y & x + y & x & x \end{pmatrix}$$

- Calcular su determinante
- Indicar en que filas y columnas aparece el elemento $x + y$
- Especificar las diagonales paralelas a la doagonal principal

```
a = {{x, x + y, x, x}, {x, 2 x, x, x}, {x, x + y, y, x}, {y, x + y, x, x}};
```

```
Det[a] // Simplify
```

```
-x (x - y)3
```

```
Position[a, x + y]
```

```
{{1, 2}, {3, 2}, {4, 2}}
```

```
Table[Diagonal[a, n], {n, -3, 3}]
```

```
{{y}, {x, x + y}, {x, x + y, x}, {x, 2 x, y, x}, {x + y, x, x}, {x, x}, {x}}
```

Sea la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

hallar el menor complementario del elemento situado en la fila 2, columna 3.

```
a = {{3, 2, 1, -1, 5}, {0, 3, 2, 0, 0}, {1, 2, 1, 3, 1}, {0, 1, -1, 2, 1}, {3, 0, 1, 2, 1}};
```

```
MatrixForm[a]
```

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

```
b = a[{{1, 3, 4, 5}, {1, 2, 4, 5}}]
```

```
{{3, 2, -1, 5}, {1, 2, 3, 1}, {0, 1, 2, 1}, {3, 0, 2, 1}}
```

```
MatrixForm[b]
```

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

```
menor = Det[b]
```

```
-38
```

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x & x & x & x \\ 2 & 1 & 2x & 2x & 2x \\ 2 & 2 & 1 & 2x & 2x \\ 2 & 2 & 2 & 1 & 2x \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, hallar el valor de x de modo que A sea regular. Calcular y comprobar que efectivamente es la inversa de A .

```
a = {{1, x, x, x, x}, {2, 1, 2x, 2x, 2x},
      {2, 2, 1, 2x, 2x}, {2, 2, 2, 1, 2x}, {2, 2, 2, 2, 1}};
```

```
Solve[Det[a] == 0, x]
```

```
{{x -> 1/2}, {x -> 1/2}, {x -> 1/2}, {x -> 1/2}}
```

```
(* la matriz es regular cuando  $x \neq \frac{1}{2}$  *)
```

```
b = Inverse[a] // Simplify
```

$$\left\{ \left\{ \frac{1 - 8x + 16x^2 - 16x^3}{(1 - 2x)^4}, \frac{x}{(1 - 2x)^4}, \frac{x}{(-1 + 2x)^3}, \frac{x}{(1 - 2x)^2}, \frac{x}{-1 + 2x} \right\}, \right.$$

$$\left. \left\{ \frac{2}{-1 + 2x}, \frac{1}{1 - 2x}, 0, 0, 0 \right\}, \left\{ \frac{2}{(1 - 2x)^2}, \frac{2(-1 + x)}{(1 - 2x)^2}, \frac{1}{1 - 2x}, 0, 0 \right\}, \right.$$

$$\left. \left\{ \frac{2}{(-1 + 2x)^3}, \frac{2(-1 + x)}{(-1 + 2x)^3}, \frac{2(-1 + x)}{(1 - 2x)^2}, \frac{1}{1 - 2x}, 0 \right\}, \right.$$

$$\left. \left\{ \frac{2}{(1 - 2x)^4}, \frac{2(-1 + x)}{(1 - 2x)^4}, \frac{2(-1 + x)}{(-1 + 2x)^3}, \frac{2(-1 + x)}{(1 - 2x)^2}, \frac{1}{1 - 2x} \right\} \right\}$$

```
a.b // Simplify
```

```
{{1, 0, 0, 0, 0}, {0, 1, 0, 0, 0}, {0, 0, 1, 0, 0}, {0, 0, 0, 1, 0}, {0, 0, 0, 0, 1}}
```

```
MatrixForm[%]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
(* comprobación *)
```

```
a.b == IdentityMatrix[5] // Simplify
```

```
True
```

Sean las matrices A y B que cumplen que $A + B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ y $A - B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,
calcular $A^2 + B^2$

```
a = Array[x, {2, 2}]; b = Array[y, {2, 2}];
```

```
s = Solve[{a + b == {{3, 2}, {7, 0}}, a - b == {{2, 3}, {-1, 0}}}]
```

$$\left\{ \left\{ x[1, 1] \rightarrow \frac{5}{2}, y[1, 1] \rightarrow \frac{1}{2}, x[1, 2] \rightarrow \frac{5}{2}, \right. \right.$$

$$\left. y[1, 2] \rightarrow -\frac{1}{2}, x[2, 1] \rightarrow 3, y[2, 1] \rightarrow 4, x[2, 2] \rightarrow 0, y[2, 2] \rightarrow 0 \right\}$$

```
a = a /. Flatten[s]
```

```
{{5/2, 5/2}, {3, 0}}
```

```
b = b /. Flatten[s]
```

```
{{1/2, -1/2}, {4, 0}}
```

```
MatrixPower[a, 2] + MatrixPower[b, 2]
```

```
{{12, 6}, {19/2, 11/2}}
```

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, y calcular las matrices

M y N que resuelven el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:
$$\begin{cases} M^T + AN = B \\ M + N^T C = D \end{cases}$$

```
a = {{2, 3}, {4, 1}}; b = {{3, 2}, {1, 0}}; c = {{2, 1}, {2, 0}}; d = {{3, 2}, {1, 0}};
```

```
m = Array[x, {2, 2}]; n = Array[y, {2, 2}];
```

```
s = Solve[{Transpose[m] + a.n == b, m + Transpose[n].c == d}]
```

```
{{x[1, 2] -> 7/3, y[1, 1] -> -1/3, x[2, 2] -> 1/3,
  y[1, 2] -> -1/3, y[2, 1] -> 0, x[1, 1] -> 11/3, y[2, 2] -> 1, x[2, 1] -> -1/3}}
```

```
m = m /. Flatten[s]
```

```
{{11/3, 7/3}, {-1/3, 1/3}}
```

```
MatrixForm[m]
```

```

$$\begin{pmatrix} \frac{11}{3} & \frac{7}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

```



```
n = n /. Flatten[s]
```

```
{{{-1/3, -1/3}, {0, 1}}
```

```
MatrixForm[n]
```

```
(-1/3 -1/3
 0 1)
```

Calcular la matriz inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ aplicando el método de Gauss-Jordan

Las operaciones elementales que se van a aplicar son:

- Función Pivotar: Calcula la matriz que resulta de realizar sobre las filas de A la operación elemental que transforma el elemento a_{ij} en cero
- Función Intercambio: Calcula la matriz que resulta de realizar sobre las filas de A la operación elemental de intercambiar entre sí dos filas de A
- Función Proporcional: Calcula la matriz que resulta de realizar sobre las filas de A la operación elemental que de multiplicar una fila (i-ésima) por un número "x"
- Función Múltiplo: Calcula el valor del parámetro "x" en la operación elemental $F_i \leftarrow F_i + x.F_j$ que hace nulo el elemento a_{ij} de la matriz A

```
Clear["Global`*"]
```

```
Pivotar[m_, i_, j_] := ReplacePart[m, m[[i]] - (m[[i, j]] / m[[j, j]]) m[[j]], i]
Intercambio[m_, i_, j_] := ReplacePart[ReplacePart[m, m[[j]], i], m[[i]], j]
Proporcional[m_, i_, lambda_] := ReplacePart[m, m[[i]] * lambda, i]
Multiplo[m_, i_, j_] := - (m[[i, j]] / m[[j, j]])
```

Se introduce la matriz ampliada $\llbracket A \mid I \rrbracket$, que se denomina MatAI

```
MatAI = {{1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0}, {1, 1, 3, 4, 0, 1, 0, 0},
         {1, 1, 2, 3, 0, 0, 1, 0}, {2, -1, 1, 4, 0, 0, 0, 1}};
```

```
MatAI // MatrixForm
```

```
(1 1 1 1 1 0 0 0
 1 1 3 4 0 1 0 0
 1 1 2 3 0 0 1 0
 2 -1 1 4 0 0 0 1)
```

(* PRIMERA ETAPA *)

(* Utilizando la función pivotar se generan elementos nulos por debajo de la diagonal principal. *)

(* Generación de ceros en la primera columna por debajo de la diagonal principal. Se hacen ceros los elementos a_{21} , a_{31} , a_{41} . El resultado

es una nueva matriz simbolizada por $[[A|I]]$ que se ve con el comando MatrixForm *)

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 2, 1]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 3, 1]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 4, 1]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(* Para generar ceros en la segunda columna y dado que el elemento pivote es $a_{22} = 0$, Se busca un elemento en la segunda columna,

debajo del a_{22} que sea distinto de cero. El elemento $a_{42} = -3 \neq 0$. Se intercambian las filas 2 y 4 entre si, utilizando la función Intercambio *)

```
MatrixForm[MatAI = Intercambio[MatAI, 2, 4]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(* Se hace cero el elemento a_{43} *)

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 4, 3]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

(* **SEGUNDA ETAPA** *)

(* La función Proporcional transforma en unos los elementos de la diagonal principal a_{22} y a_{44} . *)

```
MatrixForm[MatAI = Proporcional[MatAI, 2, -1/3]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

```
MatrixForm[MatAI = Proporcional[MatAI, 4, -1]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(* TERCERA ETAPA *)

(* Hacer nulos los elementos situados por encima de la diagonal principal. Se comienza por la 4ª columna: elementos a_{14} , a_{24} , a_{34} utilizando la función Pivotar *)

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 1, 4]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 2, 4]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 3, 4]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(* Hacer nulos los elementos situados por encima de la diagonal principal. Se continúa por la 3ª columna: elementos a_{13} , a_{23} utilizando la función Pivotar *)

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 1, 3]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 2, 3]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(* Hacer nulos los elementos situados por encima de la diagonal principal. Se continúa por la 2ª columna: elemento a_{12} , utilizando la función Pivotar *)

```
MatrixForm[MatAI = Pivotar[MatAI, 1, 2]]
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(* El primer bloque (matriz $A_{(4)}$) en la que se ha operado sde ha transformado en la matriz identidad $I_{(4)}$, luego la matriz del

segundo bloque formado por las columnas 5ª, 6ª, 7ª y 8ª es la matriz inversa de $A \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & \frac{7}{3} & -\frac{1}{3} \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ *)