

ARIKETAK

1.- Hurrengo baloreak emanda:

$$m_{40} = 0,0020125 \quad m_{41} = 0,0022051 \quad m_{42} = 0,0024177 \quad l_{40} = 963.949$$

Kalkulatu 43 urterekin bizirik irauten diren pertsonen kopurua eta 42 urterekin hiltzen direnak.

EBAZPENA

$$m_{40} = \frac{2(l_{40} - l_{41})}{l_{40} + l_{41}} \text{ Hemendik; } l_{41} = 962.011$$

$$m_{41} = \frac{2(l_{41} - l_{42})}{l_{41} + l_{42}} \text{ Hemendik; } l_{42} = 959.892$$

$$m_{42} = \frac{2(l_{42} - l_{43})}{l_{42} + l_{43}} \text{ Hemendik; } l_{43} = 957.574$$

$$d_{42} = l_{42} - l_{43} = 2.318$$

2- Jarri hurrengo probabilitateak l_x erabiliz:

- 30 urteko pertsona batek 50 urte betetzea
- 35 urteko pertsona batek 60 urte bete aurretik hiltzeko probabilitatea
- 30 urteko pertsona batek 59 urterekin hiltzea
- 40 urteko pertsona batek 50 urte eta 60 urte bitartean hiltzeko duen probabilitatea

EBAZPENA

$$\text{a) } {}_{20}P_{30} = \frac{l_{50}}{l_{30}}$$

$$b) {}_{25}q_{35} = 1 - {}_{25}p_{35} = 1 - \frac{l_{60}}{l_{35}}$$

$$c) {}_{29/}q_{30} = {}_{29}p_{30} - {}_{30}p_{30} = \frac{l_{59} - l_{60}}{l_{30}}$$

$$d) {}_{10/10}q_{40} = \frac{l_{50} - l_{60}}{l_{40}}$$

3.- 50 urteko pertsona batek 10 urte gehiago betetzeko duen probabilitatea 0,9297202 izanik eta hurrengo 25 urteen barruan hiltzeko duen probabilitatea 0,326395 bada. Kalkulatu:

50 urteko pertsona batek 60 urte betetzea eta 75 urte bete aurretik hiltzeko duen probabilitatea

EBAZPENA

$${}_{10/15}q_{50} = {}_{10}p_{50} {}_{15}q_{60} = {}_{10}p_{50} (1 - {}_{15}p_{60}) = {}_{10}p_{50} - {}_{25}p_{50} = {}_{10}p_{50} - (1 - {}_{25}q_{50}) = 0,2561152$$

4.- Jakinda 45 urteko pertsona batek 70 urte bete aurretik hiltzeko duen probabilitatea 0,2252747 dela eta 40 urteko pertsona batek 70 urterekin bizirik irauteko duen probabilitatea 0,765334 dela. Kalkulatu 40 urteko pertsona batek hurrengo 5 urteen barruan hiltzeko duen probabilitatea

EBAZPENA

Kalkulatu behar dugu: ${}_5q_{40} = 1 - {}_5p_{40}$, hurrengo probabilitateak ezagutzen badugu ${}_{30}p_{40}$ eta ${}_{25}q_{45} = 1 - {}_{25}p_{45}$ eta badakigu ${}_{30}p_{40} = {}_5p_{40} {}_{25}p_{45}$ dela.

Beraz, hurrengo emaitza lortzen dugu:

$${}_5q_{40} = 1 - {}_5p_{40} = 1 - 0,98787790 = 0,0121221$$

- 5.- kalkulatu 45 urteko pertsona batek 60 urterekin hiltzeko duen probabilitatea. Honetarako ezagutzen ditugu hurrengo probabilitateak:

$$p_{45} = 0,9968181 \quad {}_{10}p_{45} = 0,9525068 \quad {}_{15}p_{46} = 0,9050919$$

$${}_5p_{55} = 0,9574979$$

EBAZPENA

$${}_{15/}q_{45} = {}_{15}p_{45} - {}_{16}p_{45} = ({}_{10}p_{45} {}_5p_{55}) - (p_{45} {}_{15}p_{46}) = 0,00981127$$

- 6.- Jakinda 30 urteko pertsona batek 50 urte betetzeko duen probabilitatea 0,9561632 dela. Bestaldetik, 49 urterekin hiltzeko duen probabilitatea 0,0043615 bada, kalkulatu 49 urte dituen pertsona batek 50 urte bete baino lehenago hiltzeko duen probabilitatea.

EBAZPENA

$${}_{19}p_{30}q_{49} = 0,0043615 = {}_{19}p_{30} - {}_{20}p_{30} = {}_{19}p_{30} - 0,9561632$$

Hemendik ateratzen dugu: ${}_{19}p_{30} = 0,9605247$ eta aurreko formula kontutan hartzen badugu

$$q_{49} = 0,00454074$$

- 7.- Kalkulatu 40 urte dituen pertsona batek 15 urte gehiago bizitzeko duen probabilitatea. Jakinda:
- * 38 urte dituen pertsona batek 2 urte gehiago bizitzeko duen probabilitatea 0,9964811 dela.
 - * 38 urte dituen pertsona batek urte bat gehiago bizitzeko duen probabilitatea 0,998316 dela.

* 39 urte dituen pertsona batek 16 urte gehiago bizitzeko duen probabilitatea 0,939231 dela.

EBAZPENA

Badakigu,

$${}_2P_{38|15} p_{40} = P_{38|16} P_{39}$$

Hemendik, hurrengo hau lortzen dugu:

$${}_{15}p_{40} = 0,9409604$$

8.- Kalkulatu 30 urte dituen pertsona batek 32 urte bete aurretik hiltzeko duen probabilitatea. Jakinda: $m_{30} = 0,0015$ eta $m_{31} = 0,00155$

EBAZPENA

$${}_2q_{30} = 1 - {}_2p_{30} = 1 - p_{30}p_{31} = 1 - 0,9969546 = 0,00304537$$

- 9.- Kalkulatu hurrengo baloreak $e_{50:\overline{5}|, 3/}, \dot{e}_{52:\overline{5}|, 5/}, e_{54:\overline{2}|}$ hurrengo taulan agertzen diren baloreak kontutan harturik:

x	d_x	x	d_x	x	d_x
50	6.127	55	9.290	60	13.803
51	6.665	56	10.076	61	14.884
52	7.248	57	10.920	62	16.022
53	7.878	58	11.821		
54	8.557	59	12.782		

Bestaldetik, badakigu 60 urte dituen pertsona batek urte horrekin hiltzeko duen probabilitatea 0,0172088 dela.

EBAZPENA

Dakigunez: $q_{60} = \frac{d_{60}}{l_{60}}$; hemendik: $l_{60} = 802.089,63 \approx 802.090$

$$l_{59} = d_{59} + l_{60} = 814.872$$

$$l_{58} = d_{58} + l_{59} = 826.693$$

$$l_{57} = 837.613$$

$$l_{56} = 847.689$$

$$l_{55} = 856.979$$

$$l_{54} = 865.536$$

$$l_{53} = 873.414$$

$$l_{52} = 880.662$$

$$l_{51} = 887.327$$

$$l_{50} = 893.454$$

$$l_{61} = l_{60} - d_{60} = 788.287$$

$$e_{50:\overline{5}|} = \frac{l_{51} + l_{52} + l_{53} + l_{54} + l_{55}}{l_{50}} = 4,884323$$

$${}^3/\dot{e}_{52:\overline{5}|} = \frac{\frac{1}{2}l_{55} + l_{56} + l_{57} + l_{58} + l_{59} + \frac{1}{2}l_{60}}{l_{52}} = 4,719633$$

$${}^5/e_{54:\overline{2}|} = \frac{l_{60} + l_{61}}{l_{54}} = 1,8374475$$

10.- Jakinda: $e_{60} = 16,33$ $e_{61} = 15,62$ $e_{62} = 14,92$

Kalkulatu 60 urteko persona batek 62 urte bete baino lehen hiltzeko duen probabilitatea.

EBAZPENA

$${}_2q_{60} = 1 - {}_2p_{60} = 1 - p_{60}p_{61} = 0,0359643$$

$$p_{60} = \frac{e_{60}}{1 + e_{60}} = 0,9825511 \qquad p_{61} = \frac{e_{61}}{1 + e_{61}} = 0,9811557$$

11- Kalkulatu μ_{58} jakinda:

$$\dot{e}_{57} = 23,298 \qquad \dot{e}_{58} = 22,496 \qquad \dot{e}_{59} = 21,701$$

EBAZPENA

$$\mu_{58} \approx \frac{l_{57} - l_{59}}{2l_{58}} = \frac{1 - p_{57}p_{58}}{2p_{57}} = 0,00895939$$

$$p_{57} = \frac{\dot{e}_{57} - \frac{1}{2}}{1 + \dot{e}_{58} - \frac{1}{2}} = 0,9913898$$

$$p_{58} = \frac{\dot{e}_{58} - \frac{1}{2}}{\dot{e}_{59} + \frac{1}{2}} = 0,9907661$$

12.- Kalkulatu p_{50} , jakinda:

$${}_{10|}e_{40:\overline{5}|} = 4,6829 \quad {}_{11|}e_{40:\overline{5}|} = 4,6341 \quad {}_{10}p_{40} = 0,9576$$

$${}_6p_{50} = 0,9488$$

EBAZPENA

$${}_{10|}e_{40:\overline{5}|} - {}_{11|}e_{40:\overline{5}|} = {}_{11}p_{40} - {}_{16}p_{40} = {}_{10}p_{40} (p_{50} - {}_6p_{50})$$

$$p_{50} = 0,9997607$$

13.- Jakinda batezbesteko bizitza osoa 50 urteko pertsona batentzat 29,134 dela eta 51 urteko pertsona batentzat 28,276 dela. Kalkulatu zenbat pertsonen beteko duten 51 urte kontutan izanik hasierako taldea 1.000.000 pertsonen osatzen zutela 0 adinarekin eta jakinda 50 urtekin 934.138 pertsonen bizirik dirautela.

EBAZPENA

$$p_{50} = \frac{\dot{e}_{50} - \frac{1}{2}}{\dot{e}_{51} + \frac{1}{2}} = 0,9950653 \quad l_{51} = l_{50}p_{50} \approx 929.528$$

14.- Kalkulatu batezbesteko bizitza osoa, 45 urteko pertsona batentzat diferentia 10 urtetan eta 15 urteko epearekin, jakinda:

$$l_{45} = 952.264 \quad l_{55} = 907.038 \quad l_{70} = 737.743$$

$$e_{55} = 24,925 \quad e_{70} = 13,632$$

EBAZPENA

$${}_{10|}\dot{e}_{45:\overline{15}|} = {}_{10|}\dot{e}_{45-\overline{25}|} - \dot{e}_{45} = {}_{10|}p_{45}\dot{e}_{55-\overline{25}|} - p_{45}\dot{e}_{70} = 13,180179$$

15.- Kalkulatu laburtutako batezbesteko bizitza eta berehalako hilkortasun zenbatekoa 40 urteko pertsona batentzat, jakinda:

$$e_{39} = 38,529 \quad {}_{1|}e_{39} = 37,531 \quad e_{41} = 36,720$$

EBAZPENA

$$40 + \dot{e}_{40} = 40 + (e_{40} + \frac{1}{2}) = 78,106$$

$$e_{39} - {}_{1|}e_{39} = p_{39} = 0,998 \quad \text{eta} \quad {}_{1|}e_{39} = p_{39}e_{40} \quad \text{gero}$$

$$e_{40} = 37,606212$$

$$\mu_{40} = \frac{1 - {}_2p_{39}}{2p_{39}} = 0,002502$$

$$p_{40} = \frac{e_{40}}{1 + e_{41}} = 0,997 \quad \text{eta} \quad {}_2p_{39} = p_{39}p_{40} = 0,99506$$

16.- Jakinda batezbesteko bizitza osoa 70 urteko pertsona batentzat 13,63224 dela eta 71 urteko pertsona batentzat 12,97791. Kalkulatu bapateko hilkortasun zenbatekoa 71 urterako, jakinda 70 urtekin 737.743

pertsona bizirik dirautela eta biziraupen errolda 71 eta 72 urteetarako 9.328.814 eta 8.620.122 direla.

EBAZPENA

$$\mu_{71} \approx \frac{l_{70} - l_{72}}{2l_{71}} = 0,0272536$$

$$l_{71} = \frac{T_{71}}{\dot{e}_{71}} \approx 718.822 \quad \text{edota} \quad l_{71} = p_{70}l_{70} = \frac{\dot{e}_{70} - \frac{1}{2}}{\dot{e}_{71} + \frac{1}{2}} = 718.822$$

$$T_{71} - T_{72} = \frac{1}{2}(l_{71} + l_{72}) \quad l_{72} = 698.562$$

17.- 2 pertsonen osatzen duten talde batek kontutan hartuz: Batak 35 urte eta besteak 37 urte dituztelarik. Kalkulatu gutxienez bietako batek 10 urte bizitzeko duten probabilitatea. Jakinda:

$${}_2p_{35} = 0,997249 \quad {}_2p_{45} = 0,993344 \quad {}_{10}p_{37} = 0,976336$$

EBAZPENA

$${}_{10}p_{35} {}_q_{37} + {}_{10}q_{35} {}_p_{37} + {}_{10}q_{35} {}_q_{37} = {}_{10}q_{\frac{[1]}{35:37}} + {}_{10}q_{\frac{[1]}{35:37}} = {}_{10}q_{35:37} = (1 - {}_{10}p_{35} {}_p_{37}) = 0,0430208$$

$${}_{10}p_{35} = \frac{{}_2p_{35} {}_p_{37}}{{}_2p_{45}} = 0,980174 \quad \text{izanda}$$

18.- 2 pertsonen osatzen duten talde batek kontutan hartuz biok 30 urte dituztelarik. Kalkulatu gutxienez biotako batek 40 urtekin hiltzeko duten probabilitatea. Jakinda:

$${}_{10}p_{30} = 0,986677 \quad {}_{11}p_{30} = 0,984693$$

EBAZPENA

$$\begin{aligned} {}_{10/}q_{\frac{(1)}{30:30}} &= 2 {}_{10/}q_{30} ({}_{10}q_{30} + {}_{11}p_{30}) + {}_{10/}q_{30} {}_{10/}q_{30} = 1 - [(1 - {}_{10/}q_{30})(1 - {}_{10/}q_{30})] \\ &= 1 - [{}_{10}q_{\frac{30:30}} + {}_{11}p_{30:30} + 2 {}_{11}p_{30} {}_{10}q_{30}] = 0,00396406 \end{aligned}$$

- 19.- 6 pertsonetako talde batek, denok 60 urte dituztelarik. Kalkulatu gutxienez hiru pertsonen 5 urte gehiago bizitzeko duten probabilitatea jakinda 3 pertsonen 5 urte gehiago bizitzeko duten probabilitatea 0,0026926 dela.

EBAZPENA

$${}_5P_{\frac{[3]}{60:60:\dots(6)}} = 0,0026926 = C_6^3 ({}_5p_{60})^3 (1 - {}_5p_{60})^3 \text{ hemendik}$$

$${}_5p_{60} = 0,9458112$$

$${}_5P_{\frac{(3)}{60:60:\dots(6)}} = C_6^3 ({}_5p_{60})^3 - 3C_6^4 ({}_5p_{60})^4 + \frac{3 \times 4}{2} C_6^5 ({}_5p_{60})^5 - \frac{3 \times 4 \times 5}{3 \times 2} C_6^6 ({}_5p_{60})^6$$

$${}_5P_{\frac{(3)}{60:60:\dots(6)}} = 20({}_5p_{60})^3 - 3 \times 15({}_5p_{60})^4 + 6 \times 6({}_5p_{60})^5 - 10({}_5p_{60})^6 = 0,9998816$$

- 20.- 2 pertsonen osatzen duten talde batek kontutan hartuz bata 50 eta besteak 55 urte dituztelarik. Jakinda hurrengo 10 urteen barruan taldea desagertzeko probabilitatea 0,007161 delarik eta pertsona bakar batek 10 urte igaro ondoren bizitzeko duen probabilitatea 0,1578549 izanda. Kalkulatu:
- Biok 10 urte bizirik irauteko duten probabilitatea.
 - 50 urte dituen pertsonak 10 urte bizirik irauteko duen probabilitatea
 - 55 urte dituen pertsonak 10 urte bizirik irauteko duen probabilitatea.

EBAZPENA

$$a) \quad {}_{10}p_{50:55} = 1 - {}_{10}q_{50:55} = 1 - \left[{}_{10}q_{\overline{50:55}} + {}_{10}p_{\frac{[1]}{50:55}} \right] = 0,8349841$$

$$b) \quad \begin{aligned} {}_{10}p_{50} {}_{10}p_{55} &= 0,8349841 \\ {}_{10}p_{50} + {}_{10}p_{55} &= 1,827823 \end{aligned} \quad {}_{10}p_{50} = 0,929727$$

$$c) \quad {}_{10}p_{55} = 0,898096$$

21.- 2 pertsonen osatzen duten talde batek kontutan hartuz biok 60 urte dituztelarik. Kalkulatu gutxienez biotako batek 65 eta 70 urte bitartean hiltzeko duen probabilitatea, jakinda:

$${}_5p_{60} = 0,9379679 \quad {}_{10}p_{60} = 0,8494577$$

EBAZPENA

$${}_{5/5}q_{\frac{(1)}{60:60}} = 2 {}_{5/5}q_{60} \left[1 - {}_{5/5}q_{60} \right] + {}_{5/5}q_{60} {}_{5/5}q_{60} = 0,1691862$$

22.- 3 pertsonen talde batek: 40,44 eta 46 urtekin. Kalkulatu 40 eta 44 urte dituztenak 10 urte barru bizirik irauteko duten probabilitatea. Dakigu

$${}_{10}p_{40} = 0,969074 \quad {}_{10}p_{40:44:46} = 0,8789647 \quad {}_{10}p_{\overline{40:44:46}} = 0,9999304$$

EBAZPENA

$${}_{10}p_{40:44} {}_{10}q_{46} = 0,0475543$$

$${}_{10}p_{40:44:46} = {}_{10}p_{40} {}_{10}p_{44:46} \quad \text{hemendik} \quad {}_{10}p_{44:46} = 0,907015$$

Balore ezagunak aldatuz, ${}_{10}p_{\overline{40:44:46}}$ lortzen dugu hurrengo baloreak

$${}_{10}p_{46} = 0,9486742 \quad \text{eta} \quad {}_{10}p_{44} = 0,9560869$$

23.- Kalkulatu 50 urteko pertsona batek 10 urte gehiago bizitzeko duen probabilitatea jakinda hiru pertsoneko talde batek, guztiak 50 urtekin eta horietako bakar batek 60 urte betetzeko duen probabilitatea, 50 urteko pertsona batek 60 urte betetzeko duen probabilitatearen $1/67$ dela.

EBAZPENA

$${}_{10}P_{\frac{50:50:50}{[1]}} = 3 {}_{10}P_{50} (1 - {}_{10}P_{50})^2 = \frac{1}{67} {}_{10}P_{50}$$

$$3[1 - 2 {}_{10}P_{50} + ({}_{10}P_{50})^2] = \frac{1}{67} \text{ hemendik}$$

$${}_{10}P_{50} = 0,9294654$$

24.-Kalkulatu l_x^{aa} jakinda:

$$l_x^{ii} = 49 \qquad q_x^i = 0,254$$

$$l_{x+1}^{ii} = 85 \qquad p_x^{ai} = 0,025$$

EBAZPENA

$$l_{x+1}^{ii} = l_x^{ii} - l_x^{ii} q_x^i + l_x^{aa} p_x^{ai} \text{ hemendik } l_x^{aa} \approx 1.938$$

25.- Jakinda:

x	l_x	I_x	q_x^i
15	96.285	57	0,267
16	95.550	56	0,254

suposatuz $l_{15}^{ii} = 0$. Kalkulata d_{15}^{aa} , d_{16}^{ii} eta l_{17}^{ii} .

EBAZPENA

$$l_{x+1}^{aa} = l_x^{aa} - d_x^{aa} - I_x \quad \text{jakinda} \quad l_{15}^{aa} = l_x = 96.285 \quad \text{eta} \quad l_{16} = l_{16}^{aa} + l_{16}^{ii}$$

$$l_{16}^{ii} = l_{16}^{ai} = l_{15}^{aa} i_{15} (1 - \frac{1}{2} q_x^i) = I_{15} (1 - \frac{1}{2} q_x^i) = 49,3905 \quad \text{eta} \quad \text{orduan}$$

$$l_{16}^{aa} = 95.500,61$$

$$d_{15}^{aa} = l_{15}^{aa} - l_{16}^{aa} - I_{15} = 727,39 \approx 727$$

$$d_{16}^{ii} = l_{16}^{ii} q_{16}^i = 12,545187 \approx 13$$

$$\text{jakinda } l_{17}^{ai} = I_{16} (1 - \frac{1}{2} q_{16}^i) = 48,888$$

$$l_{17}^{ii} = l_{16}^{ii} - d_{16}^{ii} + l_{17}^{ai} = 85,7333 \approx 86$$

26.- Jakinda:

$$l_{40}^{aa} = 956.667 \quad l_{45}^i = 300 \quad {}_5P_{40}^{ai} = 0,002$$

$$l_{45}^{aa} = 945.835 \quad l_{47}^i = 295 \quad {}_2P_{45}^{ai} = 0,0015$$

Kalkulatu ${}_7P_{40}^{ai}$.

EBAZPENA

$${}_7P_{40}^{ai} = {}_5P_{40}^{ai} {}_2P_{45}^i + {}_5P_{40}^{aa} {}_2P_{45}^{ai} = {}_5P_{40}^{ai} \frac{l_{47}^i}{l_{45}^i} + \frac{l_{45}^{aa}}{l_{40}^{aa}} {}_2P_{45}^{ai} = 0,00344968$$

27.- Jakinda:

$$\begin{aligned} l_{30}^{aa} &= 98.636 & l_{40}^i &= 184.475 & l_{40}^{ii} &= 892 \\ l_{40}^{aa} &= 97.024 & l_{41}^i &= 179.138 & l_{41}^{ii} &= 969 \\ l_{41}^{aa} &= 96.780 & & & & \end{aligned}$$

Kalkulatu: ${}_{10/}q_{30}^{aa}$

EBAZPENA

$$l_{41}^{aa} = l_{40}^{aa} - d_{40}^{aa} - I_{40} \quad \text{eta} \quad I_{40} = d_{40}^{ai} + l_{41}^{ai}$$

$$l_{41}^{ai} = l_{41}^{ii} - l_{40}^{ii} + d_{40}^{ii} = l_{41}^{ii} - l_{40}^{ii} + l_{40}^{11} \left(1 - \frac{l_{41}^i}{l_{40}^i}\right) = 102,806 = l_{40}^{aa} i_{40} \left(1 - \frac{1}{2} q_{40}^i\right)$$

Hemendik $i_{40} = 0,00107514$ eta $d_{40}^{ai} = l_{40}^{aa} i_{40} \frac{1}{2} q_{40}^i = 1,508905$.

Jakinda $I_{40} = 104,31491$ orduan $d_{40}^{aa} = 139,68509$

$${}_{10/}q_{30}^{aa} = {}_{10}p_{30}^{aa} q_{40}^{aa} = \frac{l_{40}^{aa} d_{40}^{aa}}{l_{30}^{aa} l_{40}^{aa}} = 0,00141616$$

28.-Kalkulatu ${}_3/ q_{20}^a$. Jakinda:

x	l_x^{aa}	l_x^{ii}	l_x^i	i_x
20	100.000	0	348.910	0,0005
21	99.845	49	336.342	0,0005
22	99.696	96	324.469	0,0005
23	99.552	142	313.239	0,0005
24	99.414	186	302.598	0,0005

EBAZPENA

$${}_3/q_{20}^a = {}_3/q_{20}^{aa} + {}_3/q_{20}^{ai}$$

$${}_3/q_{20}^{aa} = \frac{d_{23}^{aa}}{l_{20}^{aa}} = 0,00088224 \quad \text{Badakigu } l_{24}^{aa} = l_{23}^{aa} - d_{23}^{aa} - l_{23}^{aa} i_{23} \quad \text{hemendik}$$

$$d_{23}^{aa} = 88,224$$

$${}_3/q_{20}^{ai} = {}_3p_{20}^{ai} q_{23}^i + {}_3p_{20}^{aa} q_{23}^{ai} = [p_{20}^{ai} {}_2p_{21}^i + p_{20}^{aa} p_{21}^{ai} p_{22}^i + {}_2p_{20}^{aa} p_{22}^{ai}] q_{23}^i + {}_3p_{20}^{aa} q_{23}^{ai}$$

$$p_{20}^{ai} = i_{20} (1 - \frac{1}{2} q_{20}^i) = i_{20} (1 - \frac{1}{2} \frac{l_{20}^i - l_{21}^i}{l_{20}^i}) = 0,000490994$$

$${}_2p_{21}^i = \frac{l_{23}^i}{l_{21}^i} = 0,9313109 \quad p_{20}^{aa} = \frac{l_{21}^{aa}}{l_{20}^{aa}} = 0,99845$$

$$p_{21}^{ai} = i_{21} (1 - \frac{1}{2} \frac{l_{21}^i - l_{22}^i}{l_{21}^i}) = 0,000491174 \quad p_{22}^i = \frac{l_{23}^i}{l_{22}^i} = 0,9653896$$

$${}_2p_{20}^{aa} = \frac{l_{22}^{aa}}{l_{20}^{aa}} = 0,99696 \quad p_{22}^{ai} = i_{22} (1 - \frac{1}{2} \frac{l_{22}^i - l_{23}^i}{l_{22}^i}) = 0,000491347$$

$$q_{23}^i = \frac{l_{23}^i - l_{24}^i}{l_{23}^i} = 0,339708 \quad {}_3p_{20}^{aa} = \frac{l_{23}^{aa}}{l_{20}^{aa}} = 0,99552$$

$$q_{23}^{ai} = i_{23} \frac{1}{2} q_{23}^i = i_{23} \frac{1}{2} \frac{l_{23}^i - l_{24}^i}{l_{23}^i} = 0,00000849271$$

$${}_3/q_{20}^a = 0,00088224 + 0,00049103 = 0,00137327$$

29.-Hurrengo baloreak kontutan hartuz:

x	l_x^{aa}	l_x^{ii}	p_x^i
20	100.000	0	0,964
21	99.845	49	0,965
22	99.696	96	0,965
23	99.552	142	0,966

Kalkulatu 20 urteko persona batek 22 urterekin hiltzeko duen probabilitatea.

EBAZPENA

$${}_2q_{20}^a = {}_2q_{20}^{aa} + {}_2q_{20}^{ai} = {}_2p_{20}^{aa} [q_{22}^{aa} + q_{22}^{ai}] + {}_2p_{20}^{ai} q_{22}^i$$

$${}_2p_{20}^{aa} = \frac{l_{22}^{aa}}{l_{20}^{aa}} = 0,99696 \quad q_{22}^{aa} = \frac{d_{22}^{aa}}{l_{22}^{aa}} = \frac{l_{22}^{aa} - l_{23}^{aa} - I_{22}}{l_{22}^{aa}} = 0,00094$$

$$I_{22} = d_{22}^{ai} + l_{23}^{ai} = 50,239144$$

$$l_{23}^{ai} = l_{23}^{ii} - l_{22}^{ii} + l_{22}^{ii} (1 - p_{22}^i) = 49,36 = l_{22}^{aa} i_{22} (1 - \frac{1}{2} q_{22}^i)$$

$$\text{Hemendik } i_{22} = 0,000503923$$

$$d_{22}^{ai} = l_{22}^{aa} i_{22} \frac{1}{2} q_{22}^i = 0,8791442$$

$$q_{22}^{ai} = \frac{d_{22}^{ai}}{l_{22}^{aa}} = 0,0000088$$

$${}_2p_{20}^{ai} = p_{20}^{ai} p_{21}^i + p_{20}^{aa} p_{21}^{ai} = 0,00096$$

$$p_{20}^{ai} = \frac{l_{21}^{ai}}{l_{20}^{aa}} = 0,00049 \quad p_{20}^{aa} = \frac{l_{21}^{aa}}{l_{20}^{aa}} = 0,99845$$

$$p_{21}^{ai} = \frac{l_{22}^{ii} - l_{21}^{ii} + l_{21}^{ii}(1 - p_{21}^i)}{l_{21}^{aa}} = 0,000488$$

$${}_2/q_{20}^a = 0,00098$$

$${}_2/q_{20} = \frac{l_{22} - l_{23}}{l_{20}} = 0,00098$$

30.- Kalkulatu p_{30}^{ai} jakinda:

$$p_{30}^{aa} = 0,99868 \quad l_{30} = 99.066 \quad q_{30}^i = 0,03053$$

$$l_{30}^{aa} = 98.636 \quad q_{30} = 0,00092$$

EBAZPENA

$$p_{30}^{ai} = p_{30} - p_{30}^{aa} + \frac{l_{30}^{ii}}{l_{30}^{aa}}(p_{30} - p_{30}^i) = 0,000529$$

31.- a) Kalkulatu 40 urteko pertsona batek 50 urtekin hiltzeko duen probabilitatea

b) Kalkulatu 40 urteko pertsona batek 10.urtearen zehar hiltzeko duen probabilitatea

Datuak:

$${}_5q_{40} = 0,001709; \quad {}_{10}q_{40} = 0,004003; \quad {}_4p_{45} = 0,998242;$$

$$p_{50} = 0,9994$$

EBAZPENA

a) ${}_{10}/q_{40} = {}_{10}p_{40} \cdot q_{50} = \mathbf{0,000603}$

Jakinda ${}_{10}p_{40} = 1 - {}_{10}q_{40} = 0,995997$ eta

$$q_{50} = 1 - p_{50} = 0,000606$$

b) ${}_9/q_{40} = {}_9p_{40} - {}_{10}p_{40} = (1 - {}_5q_{40}) \cdot {}_4p_{45} - {}_{10}p_{40} = \mathbf{0,000539}$

32- Jakinda $m_{50} = 0,004209$ eta $\mu_{51} \approx 0,004407$, kalkulatu ${}_1/q_{50}$

EBAZPENA

$${}_1/q_{50} = p_{50}q_{51}$$

$$\text{Jakinda } \mu_{51} \approx \frac{1 - {}_2p_{50}}{2p_{50}} = \frac{1 - p_{50}p_{51}}{2p_{50}} \text{ eta } p_{50} = \frac{2 - m_{50}}{2 + m_{50}} = 0,99579984$$

$$\text{hemendik } p_{51} = 0,995404 \text{ eta } q_{51} = 0,004596$$

$${}_1/q_{50} = \mathbf{0,0045767}$$

33- Kalkulatu batesbesteko hilkortasun adina 50 urteko pertsona batentzat, jakinda:

$$\dot{e}_{70} = 25,25; e_{50:\overline{20}|} = 19,81; e_{50:\overline{19}|} = 18,83$$

EBAZPENA

$$\text{Batezbesteko hilkortasun adina: } 50 + \dot{e}_{50} = \mathbf{94,57}$$

$$\text{Bestaldetik, } \dot{e}_{50} = \dot{e}_{50:\overline{20}|} + {}_{20}p_{50}\dot{e}_{70} = 44,57$$

$$\dot{e}_{50:\overline{20}|} = \frac{1}{2} + e_{50:\overline{20}|} - \frac{1}{2} {}_{20}p_{50} = 19,82 \text{ eta } {}_{20}p_{50} \text{ hurrengo hau}$$

$$\text{erabiliko dugu: } {}_{20}p_{50} = e_{50:\overline{20}|} - e_{50:\overline{19}|} = 0,98$$

34- 20 urteko bi pertsonen talde batek kontutan hartuz, kalkulatu

$${}_{5/5}q_{\frac{(1)}{20:20}}. \text{ Datuak: } {}_5p_{20} = 0,9763419; {}_{10}p_{20} = 0,9113465$$

EBAZPENA

$${}_{5/5}q_{\frac{(1)}{20:20}} = 2 \cdot {}_{5/5}q_{20} \cdot (1 - {}_{5/5}q_{20}) + {}_{5/5}q_{20} \cdot {}_{5/5}q_{20} = 1 - (1 - {}_{5/5}q_{20})^2 = \mathbf{0,1257664}$$

$$\text{Jakinda } {}_{5/5}q_{20} = {}_5p_{20} - {}_{10}p_{20} = 0,0649954$$

35- 2 pertonek osatzen duten talde batek kontutan hartuz batak 20 eta besteak 25 urte dituztelarik. Jakinda hurrengo 10 urteen barruan taldea desagertzeko probabilitatea 0,007161 delarik eta pertsona bakar batek 10 urte igaro ondoren bizitzeko duen probabilitatea 0,1578549 izanda. Kalkulatu bi pertonek 10 urte bizirik irauteko duten probabilitatea.

EBAZPENA

$${}_{10}P_{20:25} = 1 - {}_5q_{20:25} - {}_{10}p_{\frac{[1]}{20:25}} = 1 - 0,007161 - 0,1578549 = \mathbf{0,834984}$$

36- 3 irteerako taula bat kontutan hartuz, kalkulatu, $q_{40}^{(3)}$. jakinda:

$$q_{40}^1 = 0,001343; \quad q_{40}^2 = 0,000227; \quad m_{40}^{(T)} = 0,0259925$$

EBAZPENA

$$q_{40}^{(T)} = \frac{2 \cdot m_{40}^{(T)}}{2 + m_{40}^{(T)}} = 0,0256590$$

$$q_{40}^1 = \frac{2 \cdot q_{40}^{(1)}}{2 - q_{40}^{(T)} + q_{40}^{(1)}} \quad \text{non } q_{40}^{(1)} = 0,001327$$

$$q_{40}^2 = \frac{2 \cdot q_{40}^{(2)}}{2 - q_{40}^{(T)} + q_{40}^{(2)}} \quad \text{non } q_{40}^{(2)} = 0,000224$$

Badakigu $q_{40}^{(T)} = q_{40}^{(1)} + q_{40}^{(2)} + q_{40}^{(3)}$ non:

$$q_{40}^{(3)} = \mathbf{0,024108}$$

37- Kalkulatu:

- Hildakoen pertsonen kopurua, 30 urtekin.
- 31 urte betetzen dituzten pertsonen kopurua.

Datuak: $l_{30}^{aa} = 980.033$; $l_{30}^{ii} = 705$; $l_{31}^{ii} = 856$; $q_{30}^i = 0,0203$;
 $q_{30}^{aa} = 0,001295$

EBAZPENA

$$a) d_{30} = d_{30}^{aa} + d_{30}^{ai} + d_{30}^{ii} = \mathbf{1285}$$

$$\text{Badakigu } d_{30}^{aa} = l_{30}^{aa} \cdot q_{30}^{aa} = 1269$$

$$d_{30}^{ii} = l_{30}^{ii} \cdot q_{30}^i = 14$$

$$\text{Kontutan hartuz } l_{31}^{ii} = l_{30}^{ii} - l_{30}^{ii} \cdot q_{30}^i + l_{31}^{ai}$$

$$\text{Lortzen dugu: } l_{31}^{ai} = 165$$

$$\text{Bestaldetik } l_{31}^{ai} = l_{30}^{aa} \cdot i_{30} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot q_{30}^i\right) \text{ badakigu: } i_{30} = 0,00017$$

$$\text{eta } d_{30}^{ai} = l_{30}^{aa} \cdot i_{30} \cdot \frac{1}{2} \cdot q_{30}^i = 1,7$$

$$b) l_{31} = l_{31}^{aa} + l_{31}^{ii} = \mathbf{979.453}$$

$$\text{Jakinda } l_{31}^{aa} = l_{30}^{aa} - d_{30}^{aa} + l_{31}^{ai} = 978.597$$

38.- Hurrengo baloreak emanda:

$$m_{20} = 0,0017277 \quad m_{21} = 0,0018998$$

$$m_{22} = 0,0020196$$

$$l_{20} = 987.589$$

Kalkulatu 23 urterekin bizirik irauten diren pertsonen kopurua eta 22 urterekin hiltzen direnak.

EBAZPENA

$$a) l_{21} = l_{20} \cdot \frac{2 - m_{20}}{2 + m_{20}} = 985.884$$

eta

$$l_{22} = l_{21} \cdot \frac{2 - m_{21}}{2 + m_{21}} = 984.013$$

$$\text{Azkenik } l_{23} = l_{22} \cdot \frac{2 - m_{22}}{2 + m_{22}} = \mathbf{982.028}$$

$$b) d_{22} = l_{22} - l_{23} = \mathbf{1.985}$$

39.- Kalkulatu hurrengo baloreak $e_{20:\overline{5}|}$, ${}_{3/}\dot{e}_{22:\overline{5}|}$, ${}_{5/}e_{24:\overline{2}|}$ hurrengo taulan agertzen diren baloreak kontutan harturik:

x	d_x	x	d_x	x	d_x
20	3.127	25	4.290	30	5.603
21	3.365	26	4.576	31	5.884
22	3.648	27	4.920	32	6.022
23	3.878	28	5.121		
24	4.057	29	5.382		

Bestaldetik, badakigu 30 urte dituen pertsona batek urte horrekin hiltzeko duen probabilitatea 0,0062088 dela.

EBAZPENA

$$e_{20:\overline{5}|} = \frac{l_{21} + l_{22} + l_{23} + l_{24} + l_{25}}{l_{20}} = \mathbf{4,945}$$

$${}_{3/}\dot{e}_{22:\overline{5}|} = \frac{0,5 \cdot l_{25} + l_{26} + \dots + l_{29} + 0,5 \cdot l_{30}}{l_{22}} = \mathbf{4,876}$$

$${}^5/e_{24:\overline{2}} = \frac{l_{30} + l_{31}}{l_{24}} = \mathbf{1,933}$$

Badakigu $q_{30} = \frac{d_{30}}{l_{30}}$ hemendik, $l_{30} = 902.429$

l_{30} jakinda, $l_{31} = l_{30} - d_{30} = 896.826$

Gainerako funtzioak, honekin lortzen dugu: $l_x = d_x + l_{x+1}$,

$$l_{29} = 907.811; l_{28} = 912.932;$$

$$l_{27} = 917.852; l_{26} = 922.428; l_{25} = 926.718; l_{24} = 930.775;$$

$$l_{23} = 934.653;$$

$$l_{22} = 938.301; l_{21} = 941.666; l_{20} = 944.793$$

40.- 2 pertsonen osatzen duten talde batek kontutan hartuz: Batak 40 urte eta besteak 45 urte dituztelarik. Kalkulatu hurrengo probabilitateak:

- Biotatik inork 65 urte ez betetzeko probabilitatea.
- Lehenengo heriotza hirugarren urtean zehar izateko duen probabilitatea
- Taldea bigarren urtean desagertzeko duen probabilitatea, jakinda gaur egun 40 urte duen pertsonak bigarren urtean zehar hil egiten dela.

Ditugun datuak honako hauek dira:

l_{40}	983321	l_{44}	982014	l_{48}	980365
l_{41}	983008	l_{45}	981640	l_{49}	979914
l_{42}	982711	l_{46}	981224	l_{50}	979384
l_{43}	982371	l_{47}	980810	l_{65}	964722

EBAZPENA

a) ${}_{25}q_{40} \cdot {}_{20}q_{45} = \mathbf{0,000326}$

b) ${}_{2/}q_{40:45} = [{}_{2/}q_{40} \cdot {}_{3/}p_{45} + {}_{3/}p_{40} \cdot {}_{2/}q_{45} + {}_{2/}q_{40} \cdot {}_{2/}q_{45}] = {}_{2/}p_{40:45} - {}_{3/}p_{40:45} = \mathbf{0,000798}$

$$c) {}_{1/}q_{40} \cdot q_{45} + {}_{1/}q_{40} \cdot {}_{1/}q_{45} \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{0,0000002}$$

41.- 2 kausetako irteera taula bat kontutan hartuz. Kalkulatu $l_{30}^{(T)}$, $d_{30}^{(1)}$ eta $d_{30}^{(2)}$ jakinda hurrengo baloreak:

$$\begin{aligned} l_{29}^{(T)} &= 977.620 & m_{30}^{(1)} &= 0,0018 \\ p_{29}^{(T)} &= 0,9250461 & m_{30}^{(2)} &= 0,1574 \end{aligned}$$

EBAZPENA

$$l_{30}^{(T)} = l_{29}^{(T)} \cdot p_{29}^{(T)} = \mathbf{904.344}$$

$$d_{30}^{(1)} = l_{30}^{(T)} \cdot q_{30}^{(1)} = \mathbf{1.508}$$

$$q_{30}^{(1)} = \frac{2 \cdot m_{30}^{(1)}}{2 + m_{30}^{(1)} + m_{30}^{(2)}} = 0,001667284 \text{ i}$$

$$d_{30}^{(2)} = l_{30}^{(T)} \cdot q_{30}^{(2)} = \mathbf{131.849}$$

$$q_{30}^{(2)} = \frac{2 \cdot m_{30}^{(2)}}{2 + m_{30}^{(1)} + m_{30}^{(2)}} = 0,145794739$$

42.- Jakinda:

$$\begin{aligned} l_{20}^{aa} &= 990.336 & l_{30}^i &= 14.475 & l_{30}^{ii} &= 892 \\ l_{30}^{aa} &= 987.824 & l_{31}^i &= 14.138 & l_{31}^{ii} &= 969 \\ l_{31}^{aa} &= 979.780 & & & & \end{aligned}$$

Kalkulatu: ${}_{10/}q_{20}^{aa}$

EBAZPENA

$${}_{10|}q_{20}^{aa} = {}_{10}p_{20}^{aa} \cdot q_{30}^{aa} = \frac{d_{30}^{aa}}{l_{20}^{aa}} = \mathbf{0,00802261}$$

$$d_{30}^{aa} = 7.945,0814$$

$$l_{31}^{aa} = l_{30}^{aa} - d_{30}^{aa} - I_{30}$$

$$I_{30} = d_{30}^{ai} + l_{31}^{ai} = 98,9186034$$

$$\text{eta jakinda } l_{31}^{ai} = l_{31}^{ii} - l_{30}^{ii} + l_{30}^{ii} q_{30}^i = 97,77$$

$$q_{30}^i = 1 - \frac{l_{31}^i}{l_{30}^i} = 0,02328152$$

$$\text{Bestaldetik, } l_{31}^{ai} = l_{30}^{aa} \cdot i_{30} \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot q_{30}^i) \text{ hemendik } i_{30} = 0,00010014$$

$$d_{30}^{ai} = l_{30}^{aa} \cdot i_{30} \cdot \frac{1}{2} \cdot q_{30}^i = 1,15148772$$

43.- Kalkulatu p_{20}^{ai} jakinda:

$$p_{20}^{aa} = 0,99908 \quad l_{20} = 992.066$$

$$l_{20}^{aa} = 989.636 \quad q_{20} = 0,00082$$

$$q_{20}^i = 0,02853$$

EBAZPENA

$$p_{20}^{ai} = p_{20} - p_{20}^{aa} + \frac{l_{20}^{ii}}{l_{20}^{aa}} \cdot (p_{20} - p_{20}^i) = \mathbf{0,00033652}$$

$$l_{20}^{ii} = l_{20} - l_{20}^{aa} = 8.430$$

$$p_{20} = 1 - q_{20} = 0,99918 \text{ eta } p_{20}^i = 1 - q_{20}^i = 0,97147$$