Soluciones a los problemas de modelos y solución gráfica

Modelos lineales.

1. Producción de mermelada.

   x_j: cantidad de kg de mermelada de tipo j,   j=1 (manzana), 2 (ciruela), 3 (melocotón).

   y_j: cantidad de kg producidos de mezcla de tipo j,   j=1 (mezcla manzana y ciruela), 2 (mezcla manzana y melocotón).

   $\max z = 1.6x_1 + 1.4x_2 + 1.2x_3 + 2y_1 + 1.9y_2$

   sujeto a

$$
\begin{aligned}
x_1 &\geq 175 \\
x_2 &\geq 160 \\
x_3 &\geq 150 \\
x_1 + \frac{1}{2}y_1 + \frac{1}{2}y_2 &\leq 1000 \\
x_2 + \frac{1}{2}y_1 &\leq 600 \\
x_3 + \frac{1}{2}y_2 &\leq 800 \\
x_j \geq 0,\ j = 1,2,3,\ y_j \geq 0,\ j &= 1,2
\end{aligned}
$$

2. Producción de macedonia.

   x_j : cantidad de fruta j que se utiliza en un kg de macedonia normal.

   y_j : cantidad de fruta j que se utiliza en un kg de macedonia baja en calorías.

   $j = 1$ cereza, $j = 2$ sandía, $j = 3$ mango, $j = 4$ naranja, $j = 5$ melón, $j = 6$ plátano.

$$\min z = 5(x_1 + y_1) + 0.9(x_2 + y_2) + 4(x_3 + y_3) + 1.6(x_4 + y_4) + +1.4(x_5 + y_5) + 1.5(x_6 + y_6)$$

sujeto a

$$\begin{aligned}
250x_1 + 100x_2 + 150x_3 + 400x_4 + 140x_5 + 90x_6 &\geq 150\\
200x_1 + 90x_2 + 220x_3 + 200x_4 + 160x_5 + 280x_6 &\geq 200\\
120x_1 + 60x_2 + 50x_3 + 550x_4 + 300x_5 + 100x_6 &\geq 200\\
700y_1 + 300y_2 + 580y_3 + 490y_4 + 300y_5 + 900y_6 &\leq 400\\
200y_1 + 90y_2 + 220y_3 + 200y_4 + 160y_5 + 280y_6 &\geq 100\\
120y_1 + 60y_2 + 50y_3 + 550y_4 + 300y_5 + 100y_6 &\geq 250\\
x_1 + x_2 &\geq 0.1(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)\\
y_1 + y_2 &\geq 0.1(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6)\\
x_3 + x_4 &\geq 0.3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)\\
y_3 + y_4 &\geq 0.3(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6)\\
x_5 + x_6 &\geq 0.2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6)\\
y_5 + y_6 &\geq 0.2(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6)\\
x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &= 1\\
y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 &= 1\\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geq 0\\
y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 &\geq 0
\end{aligned}$$

3. Distribución de niños y niñas en las colonias.

   x_{ij} : niñas que hablan el idioma i ($i = 1$ euskara, $i = 2$ castellano) y van a la colonia j ($j = 1$ Colonia 1, $j = 2$ Colonia 2).

   y_{ij} : niños que hablan el idioma i ($i = 1$ euskara, $i = 2$ castellano) y van a la colonia j ($j = 1$ Colonia 1, $j = 2$ Colonia 2).

$$\min\ z\ = 8x_{11} + 8y_{11} + 8x_{21} + 8y_{21} + 26x_{12} + 26y_{12} + 26x_{22} + 26y_{22}$$

sujeto a

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} &= 650 \\
y_{11} + y_{12} &= 600 \\
x_{21} + x_{22} &= 475 \\
y_{21} + y_{22} &= 475 \\
x_{11} + y_{11} &\geq 0.5(x_{11} + y_{11} + x_{21} + y_{21}) \\
x_{12} + y_{12} &\geq 0.5(x_{12} + y_{12} + x_{22} + y_{22}) \\
x_{11} + x_{21} &\geq 0.5(x_{11} + y_{11} + x_{21} + y_{21}) \\
x_{12} + x_{22} &\geq 0.5(x_{12} + y_{12} + x_{22} + y_{22}) \\
x_{11} + y_{11} + x_{21} + y_{21} &\leq 800 \\
x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22} &\geq 0 \text{ y enteras} \\
y_{11}, y_{12}, y_{21}, y_{22} &\geq 0 \text{ y enteras}
\end{aligned}$$

4. Producción de buzos.

x_{ij} : cantidad de buzos que se producen en el mes i $(i = 1, 2, \ldots, 6)$ de tela j ($j = 1$ tela nueva, $j = 2$ tela reciclada).

y_{ij} : cantidad de buzos que se almacenan en el mes i $(i = 1, 2, \ldots, 5)$ de tela j ($j = 1$ tela nueva, $j = 2$ tela reciclada).

$$\begin{aligned} \min\ z\ &= 70(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61}) + 60(x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62}) \\ &\quad + y_{11} + y_{21} + y_{31} + y_{41} + y_{51} + y_{12} + y_{22} + y_{32} + y_{42} + y_{52} \end{aligned}$$

sujeto a

$$\begin{array}{rr} x_{11} = 100 + y_{11}, & x_{12} = 100 + y_{12} \\ x_{21} + y_{11} = 300 + y_{21}, & x_{22} + y_{12} = 150 + y_{22} \\ x_{31} + y_{21} = 500 + y_{31}, & x_{32} + y_{22} = 300 + y_{32} \\ x_{41} + y_{31} = 600 + y_{41}, & x_{42} + y_{32} = 200 + y_{42} \\ x_{51} + y_{41} = 200 + y_{51}, & x_{52} + y_{42} = 100 + y_{52} \\ x_{61} + y_{51} = 450, & x_{62} + y_{52} = 300 \\ & x_{11} \leq 400, \quad x_{12} \leq 200 \\ & x_{21} \leq 400, \quad x_{22} \leq 200 \\ & x_{31} \leq 400, \quad x_{32} \leq 200 \\ & x_{41} \leq 400, \quad x_{42} \leq 200 \\ & x_{51} \leq 400, \quad x_{52} \leq 200 \\ & x_{61} \leq 400, \quad x_{62} \leq 200 \\ & x_{ij} \geq 0 \text{ y enteras },\ i = 1, 2, \ldots, 6,\ j = 1, 2 \\ & y_{ij} \geq 0 \text{ y enteras },\ i = 1, 2, \ldots, 5,\ j = 1, 2 \end{array}$$

5. Problema de elección de equipo.

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si el/la alumno/a } j, \quad j = 1, \ldots, 20, \text{ participa en el equipo} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

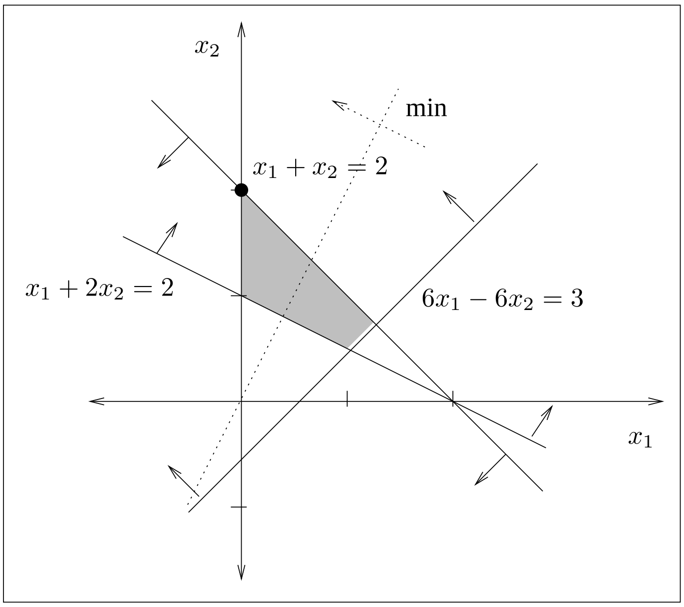
$$\begin{aligned} \min\ z = {} & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} \\ & + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20} \end{aligned}$$

sujeto a

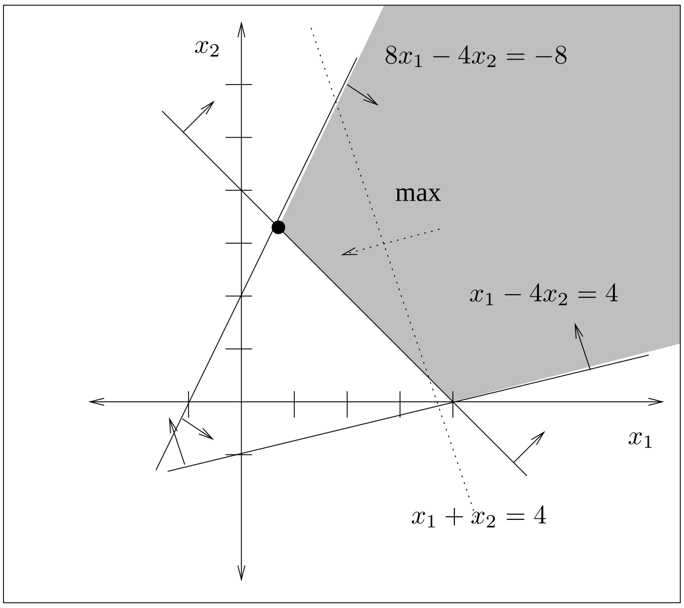
$$\begin{aligned} x_2 + x_6 + x_7 + x_{12} + x_{19} &\geq 1 \\ x_5 + x_{13} + x_{14} &\geq 1 \\ x_9 + x_{15} + x_{18} &\geq 1 \\ x_1 + x_4 + x_9 + x_{10} + x_{20} &\geq 1 \\ x_{13} + x_{17} &\geq 1 \\ x_3 + x_8 + x_{11} + x_{12} + x_{16} &\geq 1 \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_{20} &\geq 3 \\ x_j = 0, 1, \quad i &= 1, \ldots, 20 \end{aligned}$$

Solución gráfica

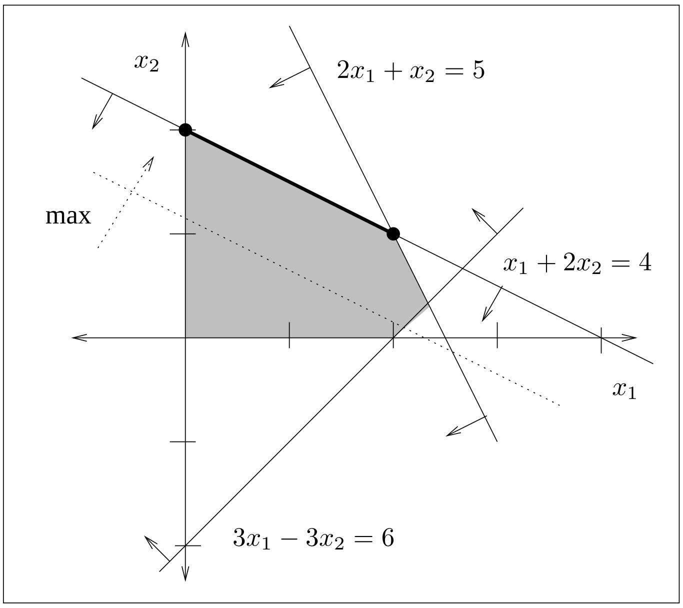
1. Solución óptima única: el punto extremo $x_1^* = 0$, $x_2^* = 2$. $z^* = -2$



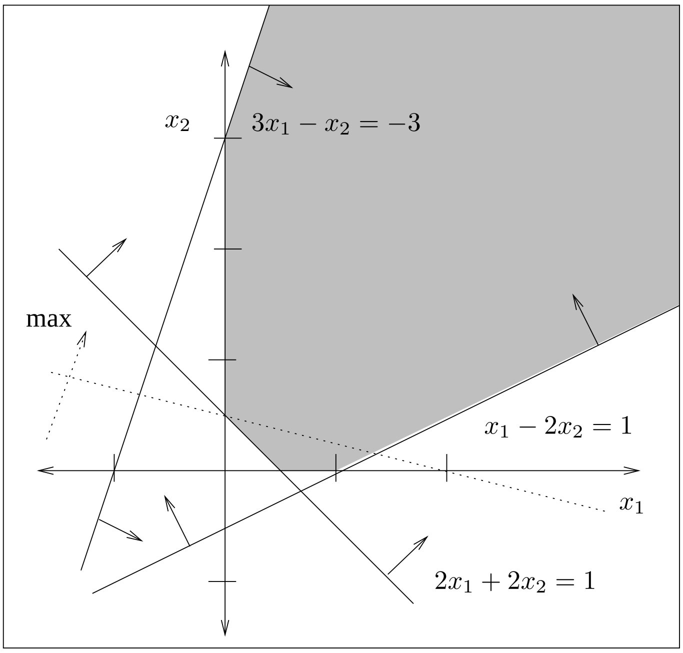
2. Solución óptima única: el punto extremo $x_1^* = \frac{2}{3}$, $x_2^* = \frac{10}{3}$. $z^* = -\frac{32}{3}$



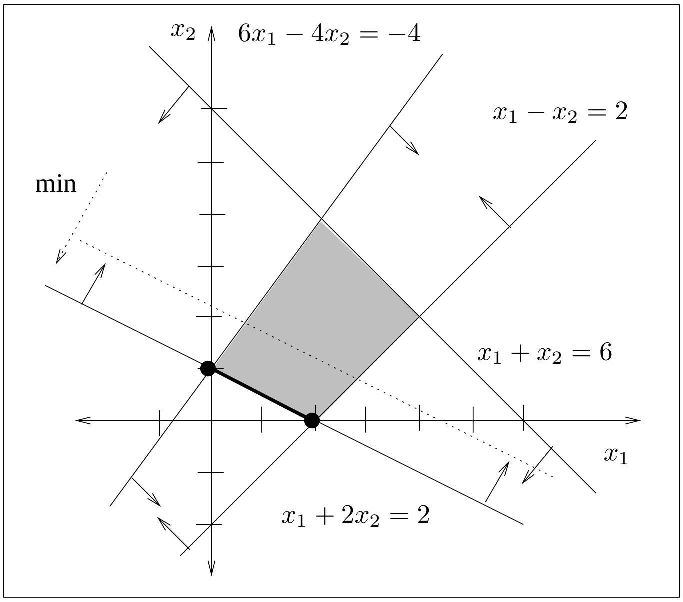
3. Soluciones óptimas múltiples: los puntos extremos $x_1^* = 0$, $x_2^* = 2$ y $x_1^* = 2$, $x_2^* = 1$ y los puntos del segmento que los une. $z^* = 8$.



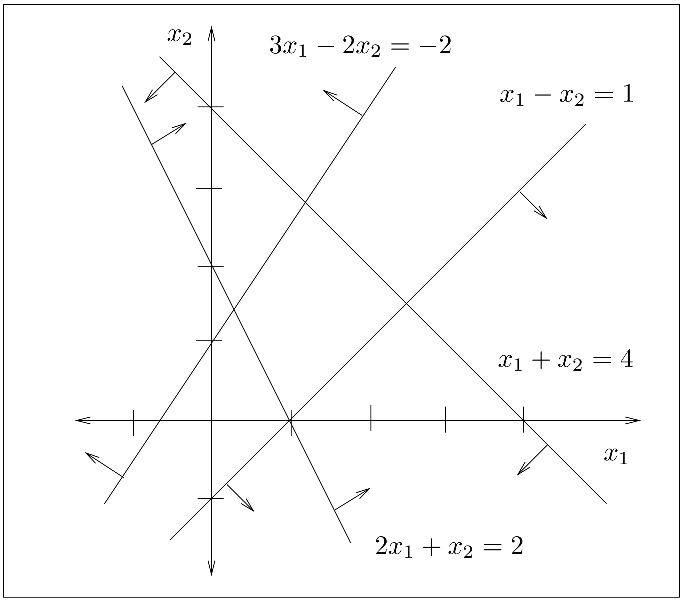
4. Solución no acotada.



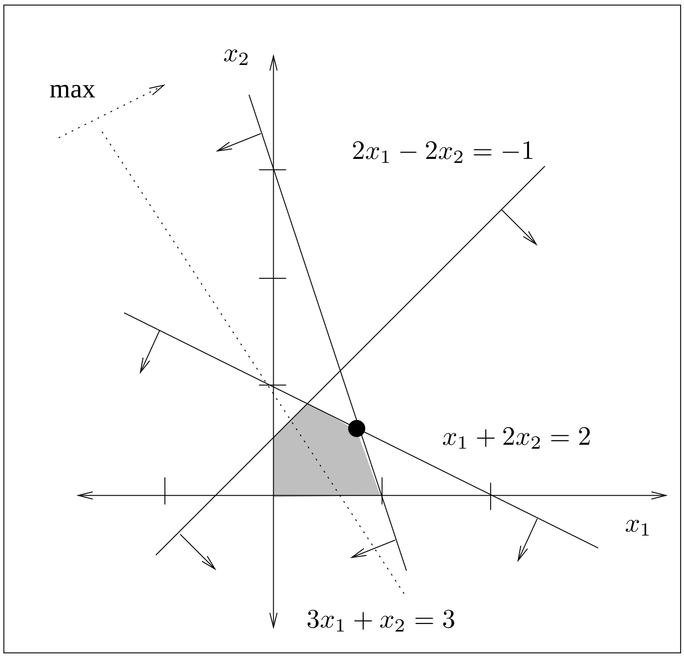
5. Soluciones óptimas múltiples: los puntos extremos $x_1^* = 0$, $x_2^* = 1$ y $x_1^* = 2$, $x_2^* = 0$ y el segmento de los puntos que los une. $z^* = 2$.



6. Problema infactible.



7. Solución óptima única: el punto extremo $x_1^* = \frac{4}{5}$, $x_2^* = \frac{3}{5}$. $z^* = \frac{36}{5}$.



8. Solución no acotada.