Análisis de sensibilidad

1. Planteamiento general.
2. Cambios en el vector de recursos.
3. Cambios en el vector de costes.
4. Cambios en un vector $\mathbf{a}_j$ no básico.
5. Nuevas variables.
6. Nuevas restricciones.

Planteamiento general

$$\max\ z = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

sujeto a

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

$$\max\ z = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + \mathbf{0}^T\mathbf{x}_h$$

sujeto a

$$\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{I}\mathbf{x}_h = \mathbf{b}$$
$$\mathbf{x}, \mathbf{x}_h \geq \mathbf{0}$$

- **Tabla inicial.**

	Variables iniciales $x_1 \ \dots \ x_n$	Variables de holgura $x_{n+1} \ \dots \ x_{n+m}$	
	$-\mathbf{c}^T$	$\mathbf{0}$	0
$\mathbf{B}$	$\mathbf{A}$	$\mathbf{I}$	$\mathbf{b}$

- **Tabla óptima.**

	Variables iniciales $x_1 \ \dots \ x_n$	Variables de holgura $x_{n+1} \ \dots \ x_{n+m}$	
	$\mathbf{c}_B^T\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} - \mathbf{c}^T$	$\mathbf{c}_B^T\mathbf{B}^{-1}$	$z = \mathbf{c}_B^T\mathbf{x}_B$
$\mathbf{B}$	$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$	$\mathbf{B}^{-1}$	$\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$

Cambios en los parámetros

Tabla óptima $\rightarrow$ factibilidad primal y dual.

$$\mathbf{x}_B \geq \mathbf{0}, \quad z_j - c_j \geq 0.$$

El análisis comienza en la tabla óptima del modelo inicial.

Los cambios en los parámetros pueden afectar a alguna de las factibilidades.

- Cambio en el vector $\mathbf{b}$ $\rightarrow$ factibilidad primal.
- Cambio en el vector $\mathbf{c}$ $\rightarrow$ factibilidad dual.
- Cambio en un vector $\mathbf{a}_j$ $\rightarrow$ factibilidad dual.
- Nuevas variables $\rightarrow$ factibilidad dual.
- Nuevas restricciones $\rightarrow$ factibilidad primal.

Ejemplo

Recursos 1 y 2 para producir A, B y C.

Recursos	Productos A	B	C	Disponibilidad de recursos
1	4	2	3	40
2	2	2	1	30
Beneficio	3	2	1	

x_j: unidades de producto j, $j = A, B$ y C.

Modelo lineal y tabla óptima.

$$\begin{aligned} \max\ z &= 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\ \text{sujeto a} & \\ & 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 40 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 30 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	35
$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5
$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	10

Cambios en el vector de recursos: $\mathbf{b} \rightarrow \hat{\mathbf{b}}$

<u>Modelo 1</u>

$$\max\ z = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

sujeto a

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

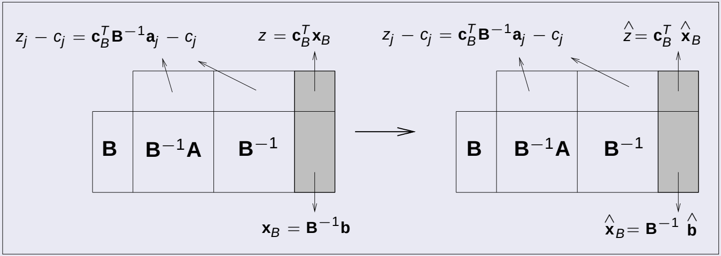
<u>Modelo 2</u>

$$\max\ z = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

sujeto a

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \hat{\mathbf{b}}$$
$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

- $\hat{\mathbf{x}}_B = \mathbf{B}^{-1}\hat{\mathbf{b}}$
- $\hat{z} = \mathbf{c}_B^T\hat{\mathbf{x}}_B$



Caso 1. Si $\hat{\mathbf{x}}_B \geq \mathbf{0}$, hay factibilidad primal. Solución óptima: $\hat{\mathbf{x}}_B$ y $\hat{z}$.

Caso 2. Si $\hat{\mathbf{x}}_B \not\geq \mathbf{0}$, no hay factibilidad primal $\rightarrow$ simplex dual.

$$\mathbf{b}^T = (40,\ 30) \quad \rightarrow \quad \overset{\wedge}{\mathbf{b}}^T = (38,\ 36)$$

$$\overset{\wedge}{\mathbf{x}}_B = \mathbf{B}^{-1}\,\overset{\wedge}{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 38 \\ 36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 17 \end{pmatrix} \geq \mathbf{0}$$

$$\hat{z} = \mathbf{c}_B^T\,\overset{\wedge}{\mathbf{x}}_B = (3\ ,\ 2) \begin{pmatrix} 1 \\ 17 \end{pmatrix} = 37$$

La primera tabla correspondiente al Modelo 2 es óptima.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	37
$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	17

Solución óptima: $x_1^* = 1, x_2^* = 17, x_3^* = 0$ y $z^* = 37$.

Cambio en el vector **b**

$$\mathbf{b}^T = (40,\ 30) \quad \longrightarrow \quad \hat{\mathbf{b}}^T = (20,\ 60)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_B = \mathbf{B}^{-1}\,\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ 50 \end{pmatrix} \not\geq \mathbf{0}$$

$$\hat{z} = \mathbf{c}_B^T\,\hat{\mathbf{x}}_B = (3\ ,\ 2) \begin{pmatrix} -20 \\ 50 \end{pmatrix} = 40$$

No hay factibilidad primal $\longrightarrow$ simplex dual.

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
		0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	40	
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\boxed{-\frac{1}{2}}$	-20	
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	50	-2
		1	0	2	1	0	20	
0	$\mathbf{a}_5$	-2	0	-2	-1	1	40	
2	$\mathbf{a}_2$	2	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	10	

Solución óptima: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 10$, $x_3^* = 0$ y $z^* = 20$.

Cambios en el vector de costes: $\mathbf{c} \to \hat{\mathbf{c}}$

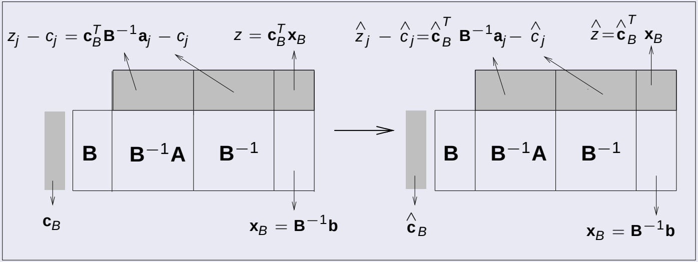
Modelo 1

$$\begin{aligned} \max\ z &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ \text{sujeto a} & \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

Modelo 2

$$\begin{aligned} \max\ z &= \hat{\mathbf{c}}^T\mathbf{x} \\ \text{sujeto a} & \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

- $\hat{z}_j - \hat{c}_j = \hat{\mathbf{c}}_B^T \mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_j - \hat{c}_j = \hat{\mathbf{c}}_B^T \mathbf{y}_j - \hat{c}_j$
- $\hat{z} = \hat{\mathbf{c}}_B^T \mathbf{x}_B$



Caso 1. Si $\hat{z}_j - \hat{c}_j \geq 0$ para todos los vectores del modelo, hay factibilidd dual.

Solución óptima: $\mathbf{x}_B$ y $\hat{z} = \hat{\mathbf{c}}_B^T \mathbf{x}_B$.

Caso 2. Si existe $\hat{z}_j - \hat{c}_j < 0$, no hay factibilidad dual $\to$ simplex primal.

$$\mathbf{c}^T = (3,\ 2,\ 1) \quad \rightarrow \quad \hat{\mathbf{c}}^T = (4,\ 3,\ 1)$$

$$\hat{z}_1 - \hat{c}_1 = (4,\ 3)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 4 = 0, \quad \hat{z}_2 - \hat{c}_2 = (4,\ 3)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 3 = 0$$

$$\hat{z}_3 - \hat{c}_3 = (4,\ 3)\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} - 1 = \frac{3}{2}, \quad \hat{z}_4 - \hat{c}_4 = (4,\ 3)\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} - 0 = \frac{1}{2}$$

$$\hat{z}_5 - \hat{c}_5 = (4,\ 3)\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} - 0 = 1$$

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
		0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	50
4	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5
3	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	10

La primera tabla del Modelo 2 es óptima.

Solución óptima: $x_1^* = 5$, $x_2^* = 10$, $x_3^* = 0$ y $z^* = 50$.

Ejemplo 2

Cambio en el vector **c**

$$\mathbf{c}^T = (3,\ 2,\ 1) \rightarrow \hat{\mathbf{c}}^T = (1,\ \ 1,\ \ 1)$$

No hay factibilidad dual $\rightarrow$ simplex primal.

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
		0	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	15	
1	$\mathbf{a}_1$	1	0	$\boxed{1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5	
1	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	10	$-\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{35}{2}$	
1	$\mathbf{a}_3$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5	
1	$\mathbf{a}_2$	$\frac{1}{2}$	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{2}$	

Solución óptima: $x_1^* = 0$, $x_2^* = \frac{25}{2}$, $x_3^* = 5$ y $z^* = \frac{35}{2}$.

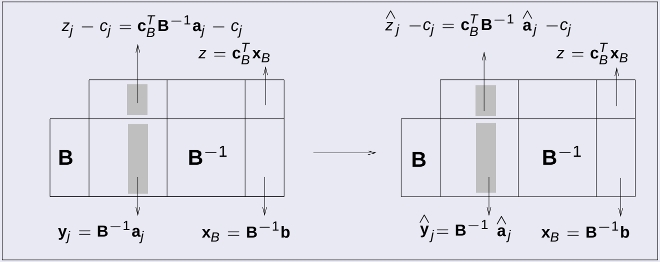
Cambios en un vector no básico: $\mathbf{a}_j \longrightarrow \hat{\mathbf{a}}_j$

<u>Modelo 1</u>

$$\begin{aligned} &\max\ z = \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ &\text{sujeto a} \\ &\mathbf{a}_1x_1 + \cdots + \mathbf{a}_jx_j + \cdots + \mathbf{a}_nx_n \leq \mathbf{b} \\ &x_1, \cdots, x_n \geq 0 \end{aligned}$$

<u>Modelo 2</u>

$$\begin{aligned} &\max\ z = \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ &\text{sujeto a} \\ &\mathbf{a}_1x_1 + \cdots + \hat{\mathbf{a}}_j\, x_j + \cdots + \mathbf{a}_nx_n \leq \mathbf{b} \\ &x_1, \cdots, x_n \geq 0 \end{aligned}$$



Caso 1. Si $\hat{z}_j - c_j \geq 0$, hay factibilidad dual. Solución óptima: $\mathbf{x}_B$ y z.

Caso 2. Si $\hat{z}_j - c_j < 0$, no hay factibilidad dual $\rightarrow$ simplex primal.

$$\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \hat{\mathbf{a}}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{y}}_3 = \mathbf{B}^{-1}\,\hat{\mathbf{a}}_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{z}_3 - c_3 = (3\ ,\ 2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 = 3 - 1 = 2 > 0$$

La primera tabla del Modelo 2 es óptima.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
	0	0	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	35
$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5
$\mathbf{a}_2$	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	10

Solución óptima: $x_1^* = 5$, $x_2^* = 10$, $x_3^* = 0$ y $z^* = 35$.

Cambio en un vector $\mathbf{a}_j$

$$\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \hat{\mathbf{a}}_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{y}}_3 = \mathbf{B}^{-1}\, \hat{\mathbf{a}}_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$\hat{z}_3 - c_3 = (3\ ,\ 2) \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix} - 1 = -\frac{1}{4}$$

No hay factibilidad dual $\rightarrow$ simplex primal.

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
		0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	35	
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5	$-\frac{1}{3}$
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$\boxed{\frac{3}{4}}$	$-\frac{1}{2}$	1	10	
		0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{115}{3}$	
3	$\mathbf{a}_1$	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{25}{3}$	
1	$\hat{\mathbf{a}}_3$	0	$\frac{4}{3}$	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{40}{3}$	

Solución óptima: $x_1^* = \frac{25}{3}$, $x_2^* = 0$, $x_3^* = \frac{40}{3}$ y $z^* = \frac{115}{3}$.

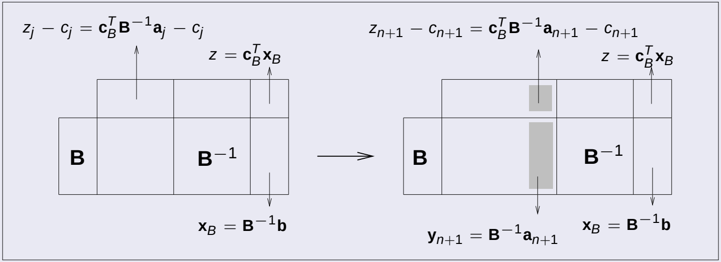
Nuevas variables: añadir la variable x_{n+1}

Modelo 1

max $z = c_1x_1 + \cdots + c_nx_n$
sujeto a
$\mathbf{a}_1x_1 + \cdots + \mathbf{a}_nx_n \leq \mathbf{b}$
$x_1, \cdots, x_n \geq 0$

Modelo 2

max $z = c_1x_1 + \cdots + c_nx_n + c_{n+1}x_{n+1}$
sujeto a
$\mathbf{a}_1x_1 + \cdots + \mathbf{a}_nx_n + \mathbf{a}_{n+1}x_{n+1} \leq \mathbf{b}$
$x_1, \cdots, x_n, x_{n+1} \geq 0$



Caso 1. Si $z_{n+1} - c_{n+1} \geq 0$, hay factibilidad dual. Solución óptima: $\mathbf{x}_B$ y z.

Caso 2. Si $z_{n+1} - c_{n+1} < 0$, no hay factibilidad dual $\rightarrow$ simplex primal.

$$x_4, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c_4 = 1$$

Variables de holgura: x_5 y x_6.

$$\mathbf{y}_4 = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$z_4 - c_4 = (3,\ 2) \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} - 1 = -\frac{3}{2} + \frac{6}{2} - 1 = \frac{1}{2} > 0$$

La primera tabla del Problema 2 es óptima.

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
		0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	35
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	10

Solución óptima: $x_1^* = 5$, $x_2^* = 10$, $x_3^* = 0$ y $z^* = 35$.

Ejemplo 2

Nueva variable

$$x_4, \quad \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad c_4 = 3$$

$$\mathbf{y}_4 = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$z_4 - c_4 = (3,\ 2) \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} - 3 = \frac{5}{2} - 3 = -\frac{1}{2} < 0$$

No hay factibilidad dual $\longrightarrow$ simplex primal.

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
		0	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	35	
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\boxed{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5	
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	10	1
		1	0	2	0	1	0	40	
3	$\mathbf{a}_4$	2	0	2	1	1	-1	10	
2	$\mathbf{a}_2$	-1	1	$-\frac{3}{2}$	0	-1	$\frac{3}{2}$	5	

Solución óptima: $x_1^* = 0$, $x_2^* = 5$, $x_3^* = 0$, $x_4^* = 10$ y $z^* = 40$.

Nuevas restricciones: añadir la restricción $m+1$

Modelo 1

max $z = c_1x_1 + \cdots + c_nx_n$

sujeto a

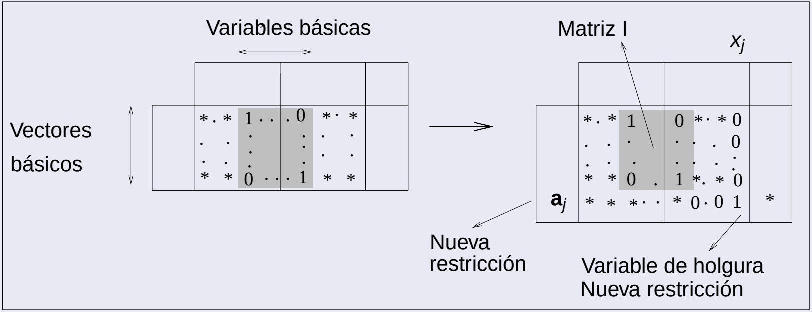
$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \le b_1\\
&\vdots \qquad\qquad \vdots\\
&a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \le b_m\\
&x_1, \cdots, x_n \ge 0
\end{aligned}
$$

Modelo 2

max $z = c_1x_1 + \cdots + c_nx_n$

sujeto a

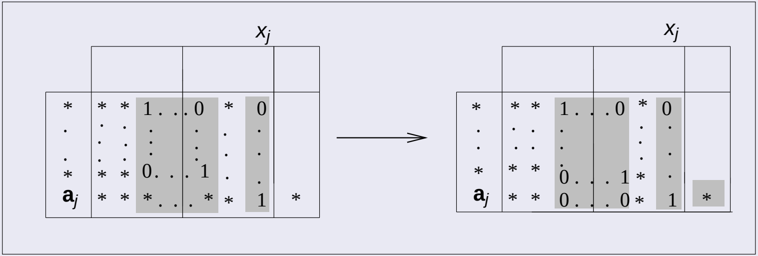
$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \le b_1\\
&\vdots \qquad\qquad \vdots\\
&a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \le b_m\\
&a_{m+1,1}x_1 + \cdots + a_{m+1,n}x_n \le b_{m+1}\\
&x_1, \cdots, x_n \ge 0
\end{aligned}
$$



Nuevas restricciones (continuación)

Nueva restricción → nueva variable de holgura.

Operaciones elementales por filas.



Caso 1. Si en la Tabla 2 hay factibilidad primal → óptima.

Caso 2. Si no hay factibilidad primal → simplex dual.

Ejemplo 1

Nueva restricción

Nueva restricción: $x_1 + x_2 + x_3 \leq 20 \quad \rightarrow \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 20$

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
		0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	35
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	5
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	10
0	$\mathbf{a}_6$	1	1	1	0	0	1	20

Operaciones elementales: fila 3- fila 1- fila 2. Hay factibilidad primal.

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
		0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	35
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	5
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	10
0	$\mathbf{a}_6$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	5

Factibilidad primal. Solución óptima: $x_1^* = 5$, $x_2^* = 10$ y $x_3^* = 0$ y $z^* = 35$.

Ejemplo 2

Nueva restricción

Nueva restricción: $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \quad \rightarrow \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 10$

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
		0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	35
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	5
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	10
0	$\mathbf{a}_6$	1	1	1	0	0	1	10

Operaciones elementales: fila 3 - fila 1 - fila 2. No factibilidad primal.

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
		0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	35
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	5
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	10
0	$\mathbf{a}_6$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	-5

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
		0	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	35	
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	5	1
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	10	-2
0	$\mathbf{a}_6$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	$\boxed{-\frac{1}{2}}$	1	-5	
		0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	30	
3	$\mathbf{a}_1$	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	10	
2	$\mathbf{a}_2$	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	2	0	
0	$\mathbf{a}_5$	0	0	-1	0	1	-2	10	

Solución óptima: $x_1^* = 10,\ x_2^* = 0$ y $x_3^* = 0$ y $z^* = 30$.