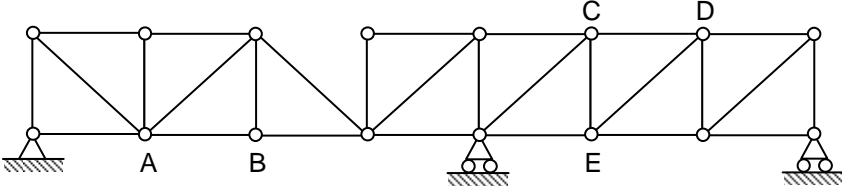
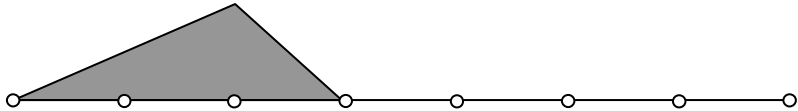
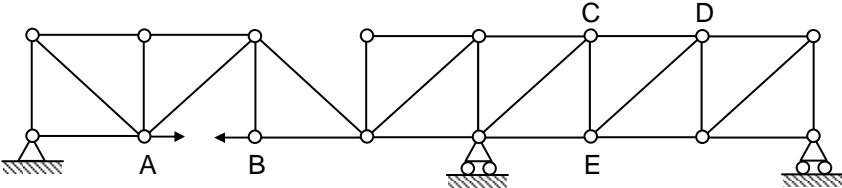


TEMA 3: PROBLEMAS RESUELTOS DE LÍNEAS DE INFLUENCIA

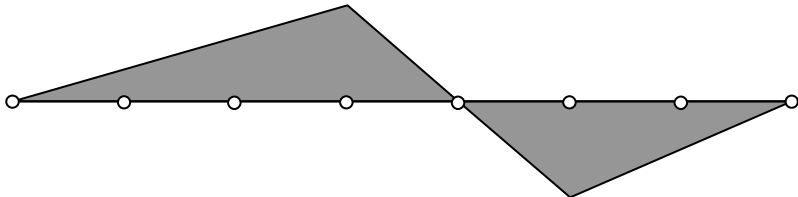
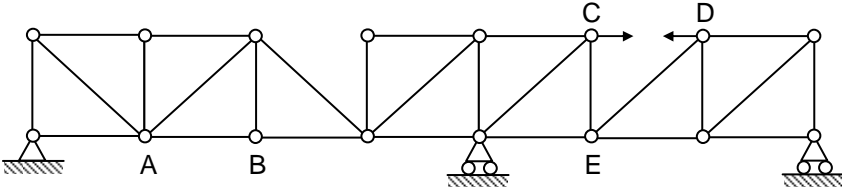
3.1. Dada la celosía de la figura, dibujar las líneas de influencia de las barras AB, CD y DE.



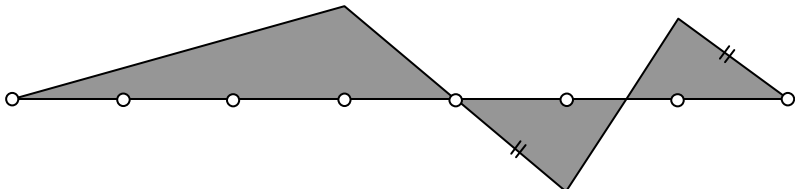
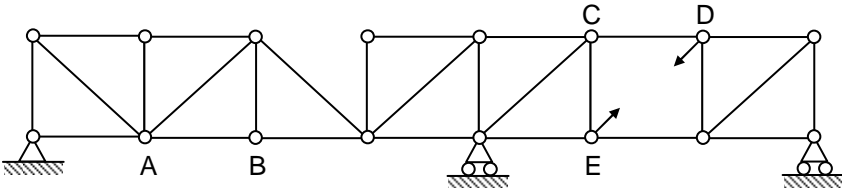
Barra AB:



Barra CD:

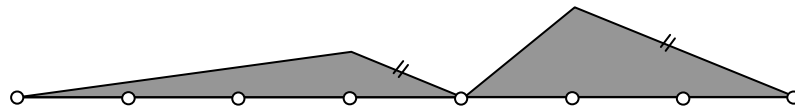
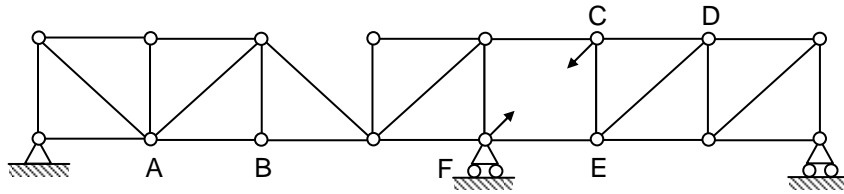


Barra DE:

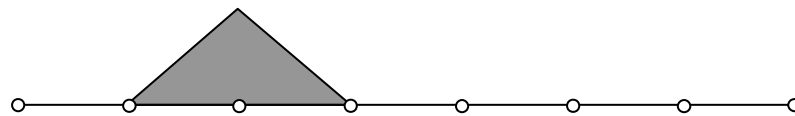
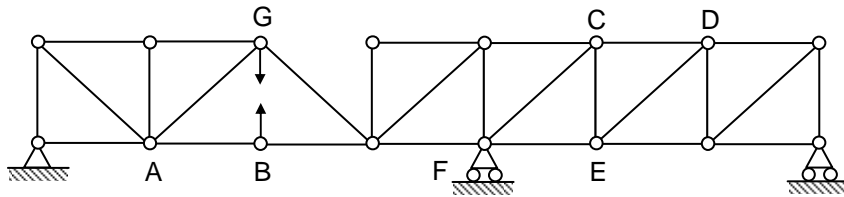


3.2. Para la celosía anterior dibujar también la forma de las líneas de influencia de las barras **FC**, **BG** y **GH**.

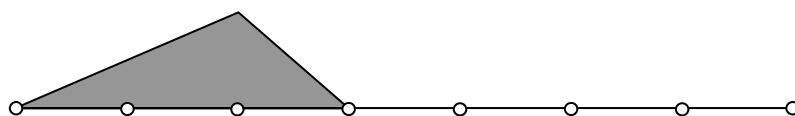
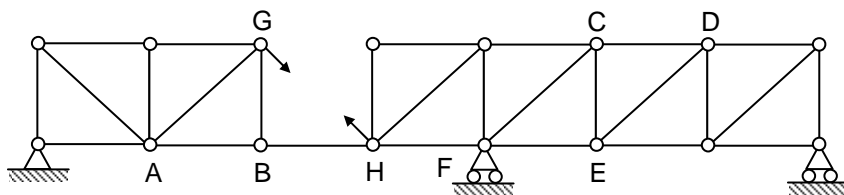
Barra FC:



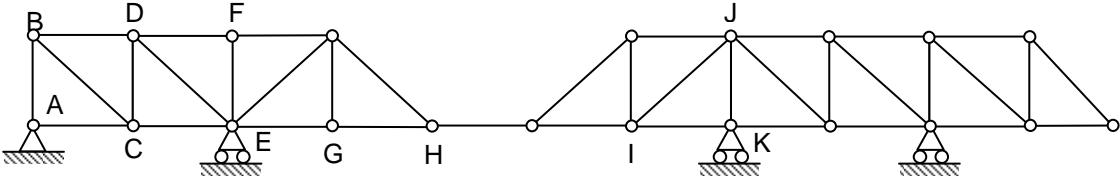
Barra BG:



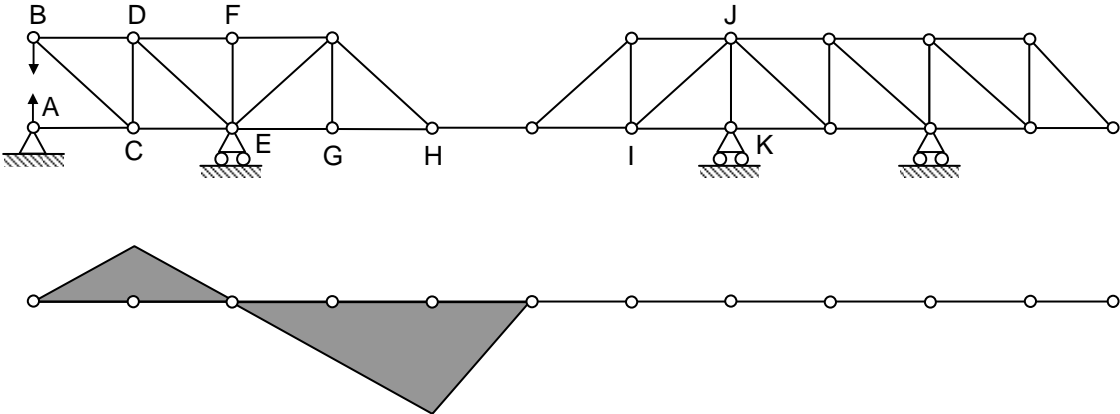
Barra GH:



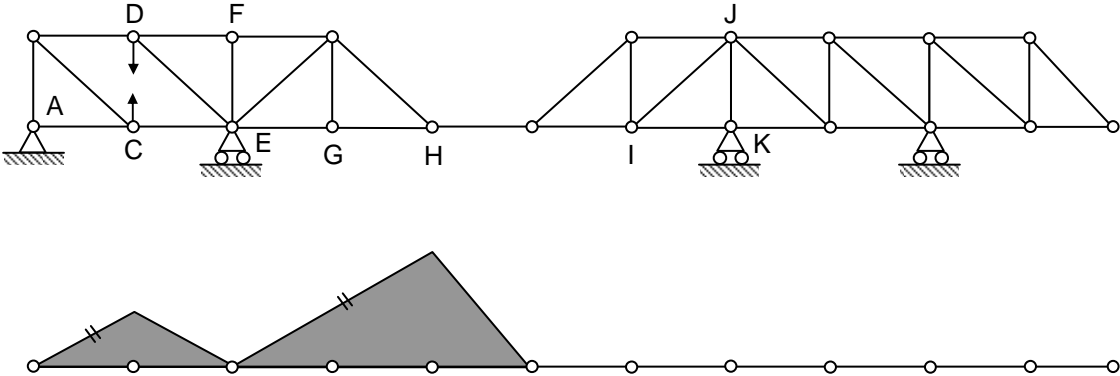
3.3. Dada la celosía de la figura, dibujar la forma de las líneas de influencia de las barras AB, CD, EF, GH, IJ, JK.



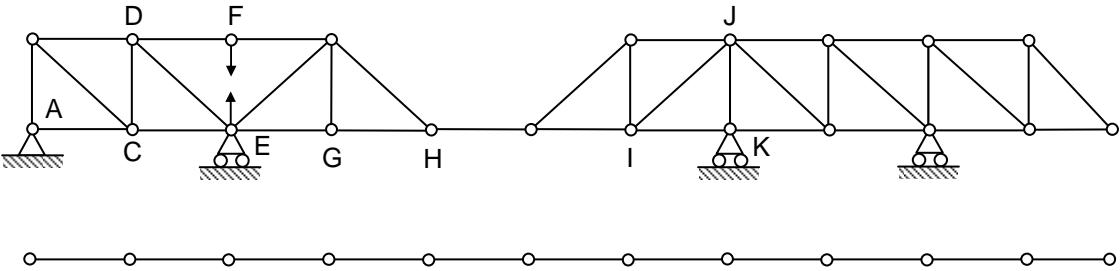
Barra AB:



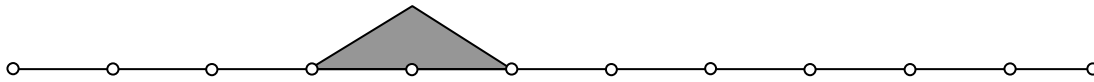
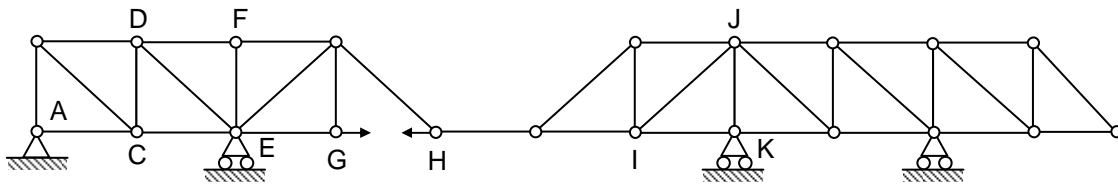
Barra CD:



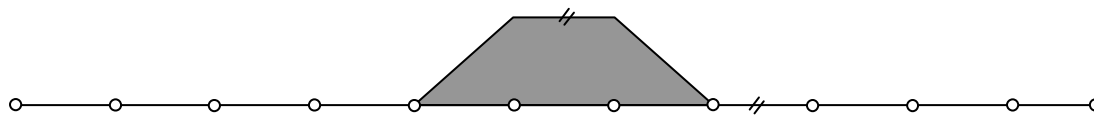
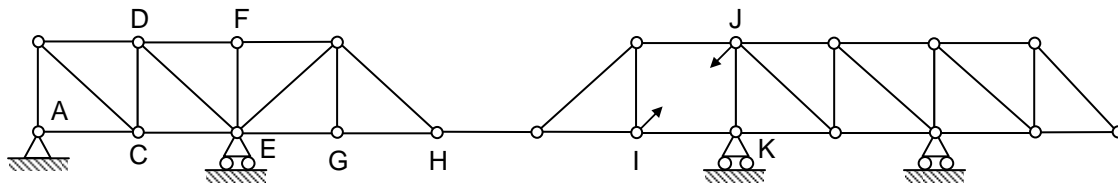
Barra EF:



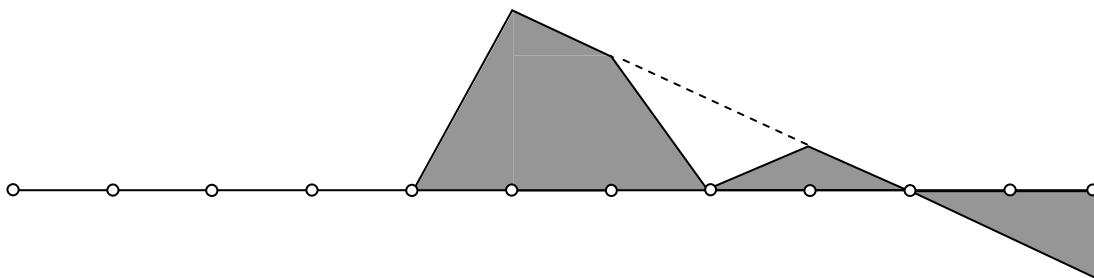
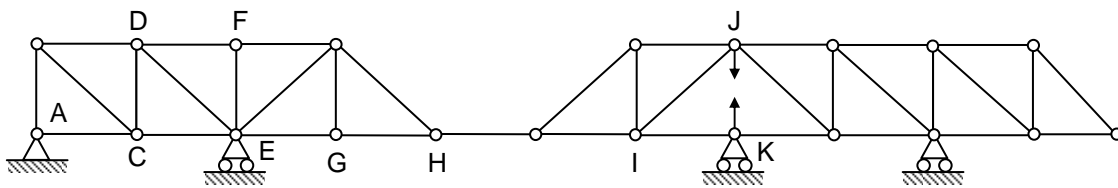
Barra GH:



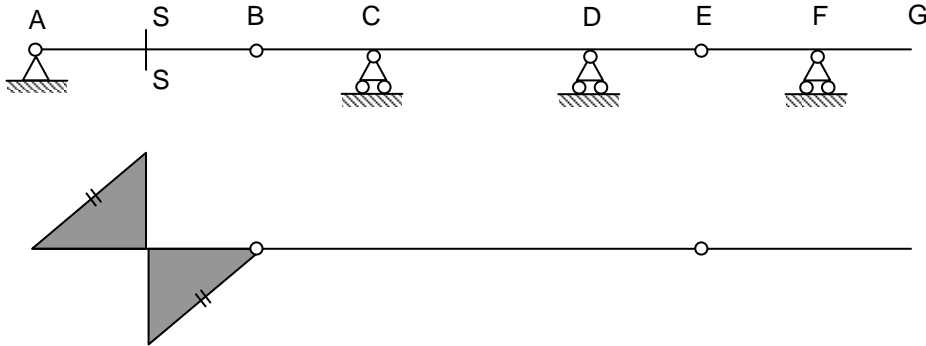
Barra IJ:



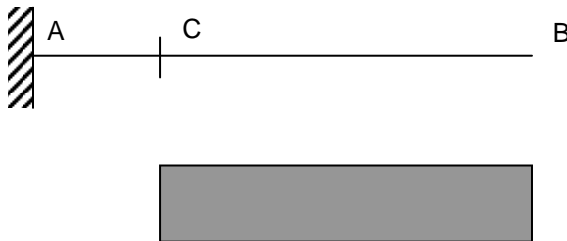
Barra JK:



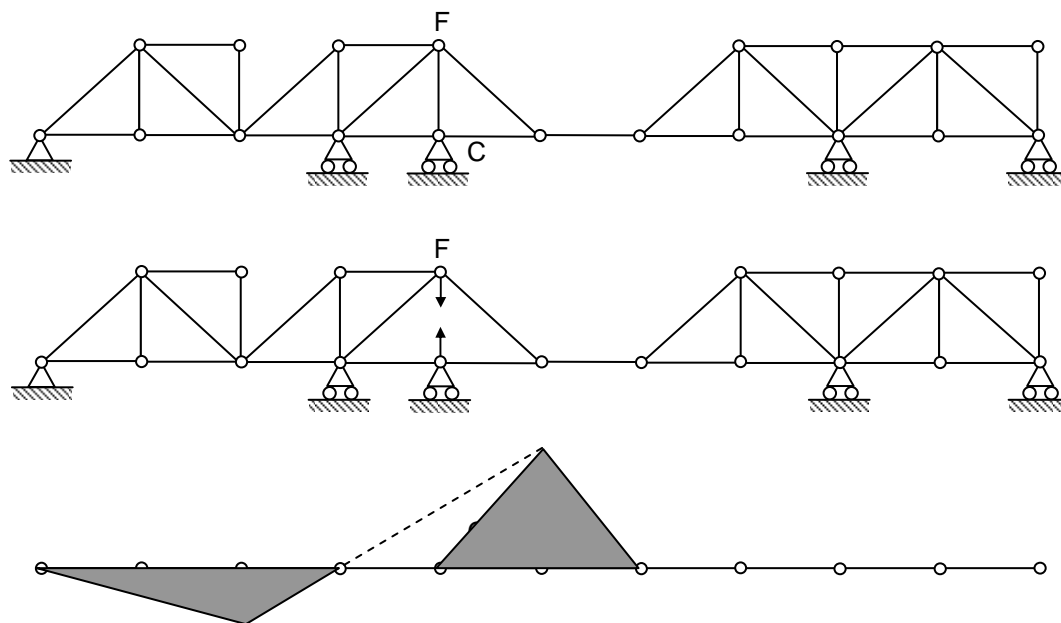
- 3.4. Para la siguiente viga continua (en la que B y E son articulaciones), obtener la línea de influencia del cortante en la sección S-S.



- 3.5. Para la viga en voladizo de la figura, dibujar la línea de influencia del esfuerzo cortante en C.



3.6. Para la celosía de la figura dibujar la línea de influencia del esfuerzo axial en la barra FC.



- 3.7. La figura muestra una celosía Pratt utilizada en un puente cuyo tablero apoya en todos los nudos del cordón inferior. El peso de la celosía, incluyendo cartelas y elementos de unión es de 1 t/m , estando este peso repartido entre los nudos del cordón superior e inferior. El peso del tablero del puente es de $1,5 \text{ t/m}$, actuando esta carga sobre los nudos del cordón inferior. Además de estas cargas permanentes actúa una sobrecarga de servicio constituida por una carga uniformemente repartida de $1,4 \text{ t/m}$ y una carga aislada de 12 t . Ambas son móviles. Finalmente, para el cálculo de las sobrecargas de impacto se utilizará un coeficiente de impacto dado por la expresión*:

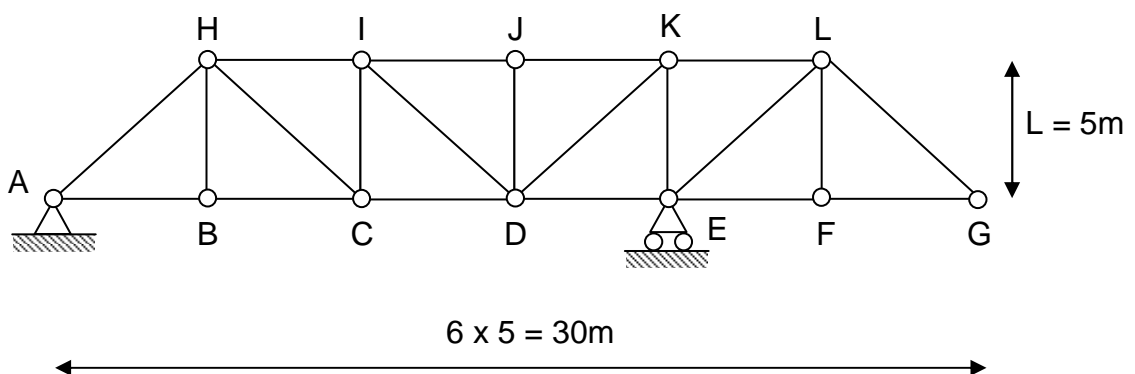
$$c = \frac{50}{3,28\lambda + 125}$$

donde λ es la longitud en metros de la parte del tablero cargada para producir la tensión máxima en la barra considerada (en los cálculos no puede aplicarse un valor de c superior a 0,3).

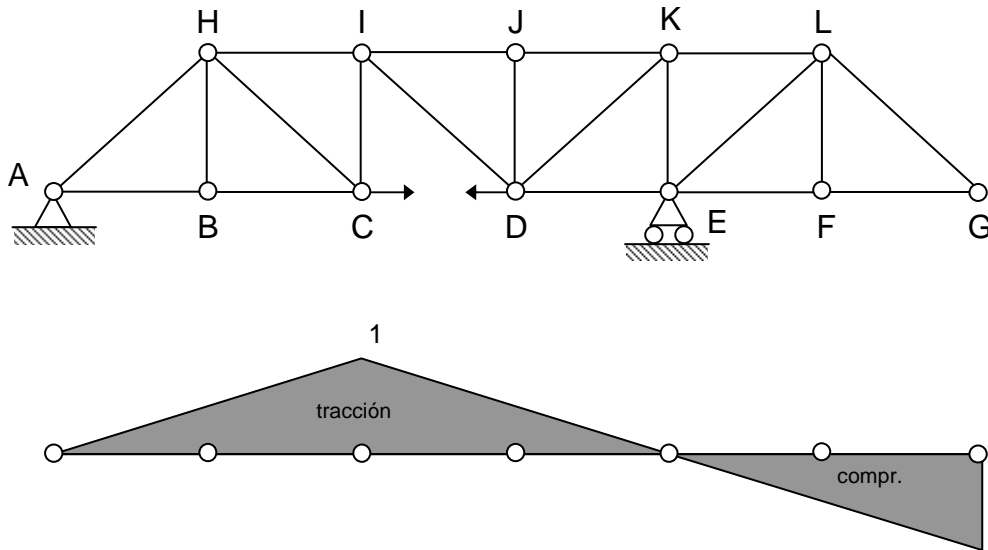
Bajo la acción de estas cargas:

- 1) Dibujar las líneas de influencia (debidamente acotadas) de los esfuerzos en las barras **CD** y **CI**.
- 2) Determinar el valor máximo del esfuerzo en la barra **CD**.

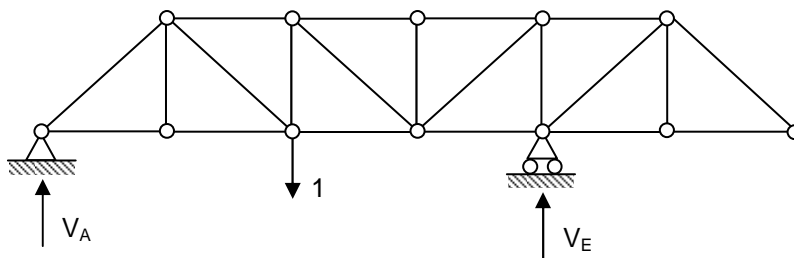
(*) Valor establecido por la AASHTO (American Association of State and Highway Transportation Officials).



1) Línea de influencia de la barra CD:

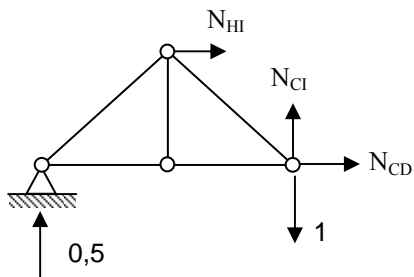


Para acotar la línea de influencia, calculamos su valor en un punto cualquiera, por ejemplo el nudo C. El resto de cotas se puede obtener fácilmente mediante consideraciones geométricas. Aplicando una carga unidad en el nudo C se tiene:



$$V_A = V_E = 0,5$$

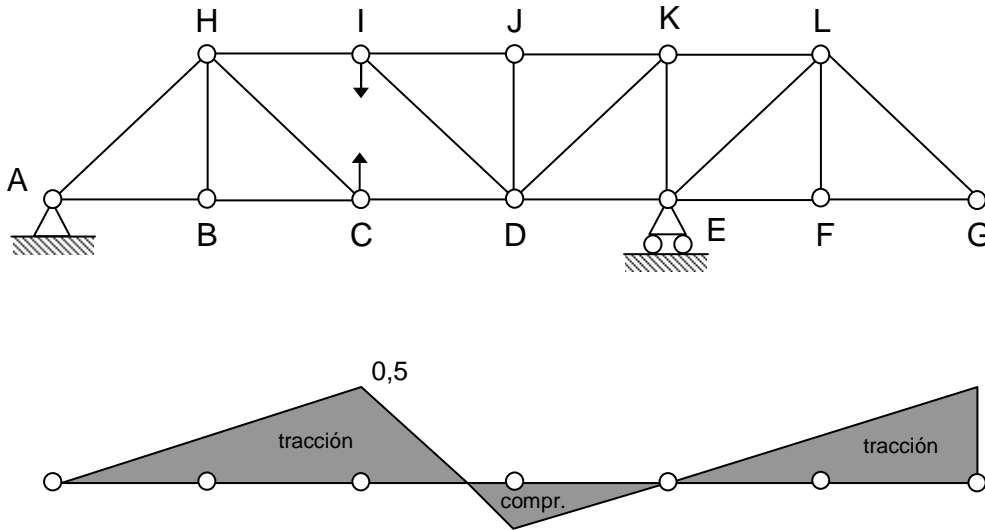
Dando un corte que afecte a las barras CD y CI y analizando la parte izquierda se tiene:



$$\sum M_I = 0 \quad 0,5 \cdot 10 = N_{CD} \cdot 5$$

$$N_{CD} = 1 \quad (\text{Tracción})$$

Línea de influencia de la barra **CI**:



Para acotar esta línea de influencia se puede utilizar el corte realizado en el caso anterior, haciendo el equilibrio de fuerzas verticales. Se obtendrá así la cota en el nudo C:

$$\sum F_v = 0 \quad 0,5 + N_{CI} - 1 = 0$$

$$N_{CI} = 0,5 \quad \text{Tracción}$$

1) Las cargas permanentes que actúan son el peso propio de la celosía y el peso del tablero. El peso propio es **1 t/m** así que el total será:

$$1 \text{ t/m} \times 30 \text{ m} = 30 \text{ t.}$$

Esta carga se reparte entre el cordón superior e inferior, así que si se hace la aproximación de que se divide por igual se tiene para cada cordón una carga de:

$$30 \text{ t} / 2 = 15 \text{ t.}$$

A continuación se reparte la carga entre los nudos, teniendo en cuenta que los extremos sólo soportarán la mitad de la carga:

$$\text{Peso propio nudos cordón superior: } 15 \text{ t} / 4 = 3,75 \text{ t.}$$

$$\text{Peso propio nudos cordón inferior: } 15 \text{ t} / 6 = 2,50 \text{ t.}$$

El peso del tablero sólo se soporta en el cordón inferior, así que la carga total:

$$1,5 \text{ t/m} \times 30 \text{ m} = 45 \text{ t.}$$

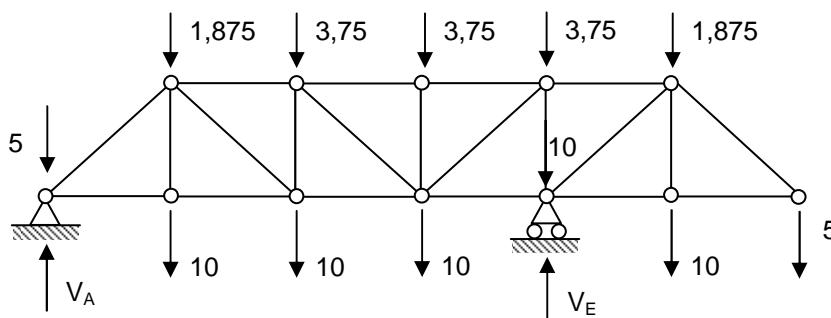
se repartirá entre los nudos inferiores, teniendo en cuenta que los extremos (A y G) sólo tendrán la mitad de la carga:

$$\text{Peso tablero nudos cordón inferior: } 45 \text{ t} / 6 = 7,5 \text{ t.}$$

Por lo tanto, sumando los resultados del cordón inferior:

Carga permanente nudos cordón superior: **3,75 t.**

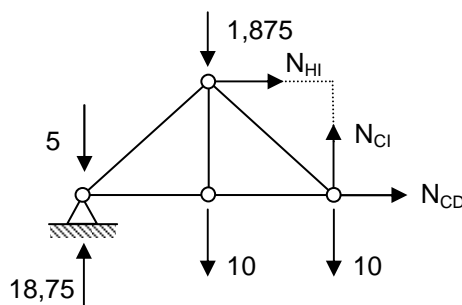
Carga permanente nudos cordón inferior: **10 t.**



$$\sum M_E = 0 \Rightarrow V_A \cdot 20 - 5 \cdot (20 - 10) - 10 \cdot (15 + 10 + 5 - 5) - 1,875 \cdot (15 - 5) - 3,75 \cdot (10 + 5)$$

$$V_A = 18,75 \text{ t.}$$

Haciendo el siguiente corte se puede calcular el esfuerzo en la barra CD:



$$\sum M_I = 0 \quad (18,75 - 5) \cdot 10 - (10 + 1,875) \cdot 5 = N_{CD} \cdot 5$$

$$N_{CD} = 15,625 \text{ t. (Tracción)}$$

Para el caso de la carga aislada de 12 t, al ser móvil, se debe utilizar la línea de influencia de la barra para averiguar qué posición es la más desfavorable, tanto para tracción como compresión. En este caso los peores puntos son el C y el G:

Carga puntual móvil; máxima tracción (C): $12 \text{ t} \times 1 = 12 \text{ t.}$

Carga puntual móvil; máxima compresión (G): $12 \text{ t} \times -1 = -12 \text{ t.}$

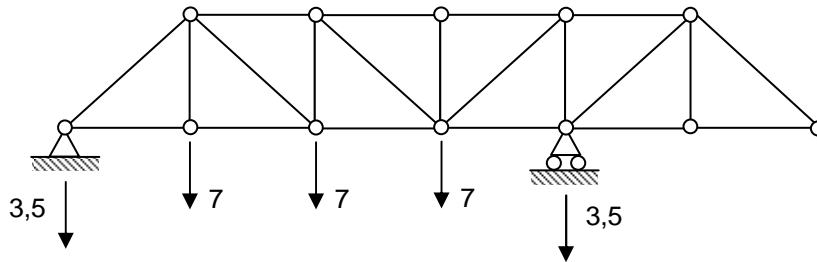
La sobrecarga uniformemente distribuida es de 1,4 t/m, y también puede estar actuando en diferentes tramos del tablero, por lo que las zonas más desfavorables de carga se determinarán con la línea de influencia. Se observa

que el tramo a cargar para producir la máxima tracción es el AE ($\lambda = 20\text{m}$) y para producir la máxima compresión es el EG ($\lambda = 10\text{m}$). El valor del esfuerzo se puede calcular bien multiplicando el valor de la carga por el área que comprende la línea de influencia en dichos tramos, o bien repartiendo la carga entre los nudos y multiplicando por las cotas de la línea de influencia.

Máxima tracción por sobrecarga uniforme (tramo AE):

$$N_{CD} = 1,4 \text{ t/m} \times 0,5 \times 20\text{m} \times 1 = \mathbf{14 \text{ t.}}$$

O bien:



$$1,4 \text{ t/m} \times 5\text{m} = 7 \text{ t. (La mitad en los extremos)}$$

$$N_{CD} = 3,5 \times 0 + 7 \times 0,5 + 7 \times 1 + 7 \times 0,5 + 3,5 \times 0 = \mathbf{14 \text{ t.}}$$

Máxima compresión por sobrecarga uniforme (tramo EG):

$$N_{CD} = 1,4 \text{ t/m} \times 0,5 \times 10\text{m} \times -1 = \mathbf{-7 \text{ t.}}$$

Sumando las sobrecargas se tiene que:

$$\text{Sobrecarga total máxima a tracción: } 12 \text{ t} + 14 \text{ t} = 26 \text{ t.}$$

$$\text{Sobrecarga total máxima a compresión: } -12 \text{ t} - 7 \text{ t} = -19 \text{ t.}$$

El coeficiente de impacto, para el caso de tracción ($\lambda = 20\text{m}$) y compresión ($\lambda = 10\text{m}$) resulta ser:

$$c_t = 0,26$$

$$c_c = 0,31 > 0,3 \quad c_c = 0,3$$

Así que el esfuerzo por sobrecargas incluido el efecto de impacto será:

$$\text{Sobrecarga total a tracción: } 26 \text{ t} \times 1,26 = 32,76 \text{ t.}$$

$$\text{Sobrecarga total a compresión: } -19 \text{ t} \times 1,3 = -24,7 \text{ t.}$$

Los esfuerzos máximos que la barra CD alcanzará tanto a tracción como a compresión serán:

$$\text{Tracción: } 15,625 \text{ t} + 32,76 \text{ t} = \mathbf{48,385 \text{ t.}}$$

$$\text{Compresión: } 15,625 \text{ t} - 24,7 \text{ t} = \mathbf{-9,075 \text{ t.}}$$

