

## Sentikortasunaren Analisia. Soluzioak

1. 1.1 Aldaketen ondoreneko soluzio optimoak hauek dira:

1.1.1  $x_1^* = 0, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2, \quad z^* = 10.$

1.1.2  $x_1^* = 2, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2, \quad z^* = 18.$

1.1.3  $x_1^* = 0, \quad x_2^* = 1, \quad x_3^* = 3, \quad z^* = 18.$

1.1.4  $x_1^* = 2, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2, \quad z^* = 24.$

1.1.5  $x_1^* = 2, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2, \quad z^* = 18.$

1.1.6 Soluzio optimo anizkoitza,  $z^* = 18.$

1.1.7  $x_1^* = 2, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 1, \quad x_4^* = 1, \quad z^* = 19.$

1.1.8  $x_1^* = 2, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2, \quad x_4^* = 0, \quad z^* = 18.$

1.1.9  $x_1^* = 2, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2, \quad z^* = 18.$

1.1.10  $x_1^* = \frac{1}{2}, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 3, \quad z^* = 17.$

1.2 Itzal-prezioen interpretazioa.

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_1$ -rako.

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 16 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

$b_1$ -en itzal-prezioa  $y_1^*$  da.  $b_1$  baliabidea 4 izatetik 5 izatera pasatzen bada,  $\hat{z} = z + y_1^* = 18 + 2 = 20$  izango da, eta soluzio optimo berria  $x_1^* = 5, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 0.$

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_2$ -rako.

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 16 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

$b_2$ -ren itzal-prezioa  $y_2^*$  da.  $b_2$  baliabidea 10 izatetik 11 izatera pasatzen bada,  $\hat{z} = z + y_2^* = 18 + 1 = 19$  izango da, eta soluzio optimo berria  $x_1^* = 1, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 3.$

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_3$ -rako.

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

$b_3$ -ren itzal-prezioa  $y_3^*$  da.  $b_3$  baliabidea 16 izatetik 15 izatera pasatzen bada,  $\hat{z} = z - y_3^* = 18 - 0 = 18$  izango da, eta soluzio optimo berria  $x_1^* = 2, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 2.$

1.3 **c** bektoreko osagai bakoitzaren balio tartea non emandako taula optimoko oinarriak optimo izaten jarraituko duen:

$$\frac{10}{3} \leq c_1 \leq 5, \quad c_2 \leq 3, \quad 4 \leq c_3 \leq 6.$$

**b** bektoreko osagai bakoitzaren balio tartea non emandako taula optimoko oinarriak optimo izaten jarraituko duen:

$$\frac{10}{3} \leq b_1 \leq 5, \quad 8 \leq b_2 \leq 12, \quad b_3 \geq 14.$$

2. 2.1 Aldaketen ondoreneko soluzio optimoak hauek dira:

$$2.1.1 \quad x_1^* = 5, \quad x_2^* = 1, \quad x_3^* = 0, \quad z^* = 26.$$

$$2.1.2 \quad x_1^* = 8, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 1, \quad z^* = 37.$$

$$2.1.3 \quad x_1^* = 5, \quad x_2^* = 1, \quad x_3^* = 0, \quad z^* = 38.$$

$$2.1.4 \quad x_1^* = 0, \quad x_2^* = \frac{8}{3}, \quad x_3^* = \frac{5}{3}, \quad z^* = 31.$$

$$2.1.5 \quad x_1^* = 5, \quad x_2^* = 1, \quad x_3^* = 0, \quad z^* = 26.$$

$$2.1.6 \quad x_1^* = 0, \quad x_2^* = 1, \quad x_3^* = 5, \quad z^* = 31.$$

$$2.1.7 \quad x_1^* = 5, \quad x_2^* = 1, \quad x_3^* = 0, \quad x_4^* = 0, \quad z^* = 26.$$

$$2.1.8 \quad x_1^* = 6, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 0, \quad x_4^* = 3, \quad z^* = 39.$$

$$2.1.9 \quad x_1^* = 2, \quad x_2^* = 2, \quad x_3^* = 1, \quad z^* = 25.$$

$$2.1.10 \quad x_1^* = 5, \quad x_2^* = 1, \quad x_3^* = 0, \quad z^* = 26.$$

2.2 Itzal-prezioen interpretazioa.

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_1$ -rako.

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 11 \\ 14 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

$b_1$ -en itzal-preziora  $y_1^*$  da.  $b_1$  baliabidea 12 izatetik 11 izatera pasatzen bada,  $\hat{z} = z - y_1^* = 26 - 0 = 26$  izango da, eta soluzio optimo berria  $x_1^* = 5$ ,  $x_2^* = 1$ ,  $x_3^* = 0$ .

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_2$ -rako.

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ \frac{3}{2} \\ \frac{9}{2} \end{pmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

$b_2$ -ren itzal-preziora  $y_2^*$  da.  $b_2$  baliabidea 14 izatetik 15 izatera pasatzen bada,  $\hat{z} = z + y_2^* = 26 + 1 = 27$  izango da, eta soluzio optimo berria  $x_1^* = \frac{9}{2}$ ,  $x_2^* = \frac{3}{2}$ ,  $x_3^* = 0$ .

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_3$ -rako.

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 12 \\ 14 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

$b_3$ -ren itzal-prezioa  $y_3^*$  da.  $b_3$  baliabidea 6 izatetik 7 izatera pasatzen bada,  $\hat{z} = z + y_3^* = 26 + 2 = 28$  izango da, eta soluzio optimo berria  $x_1^* = 7$ ,  $x_2^* = 0$ ,  $x_3^* = 0$ .

- 2.3 **c** bektoreko osagai bakoitzaren balio tartea non emandako taula optimoko oinarriak optimo izaten jarraituko duen:

$$\frac{11}{3} \leq c_1 \leq 6, \quad 4 \leq c_2 \leq 7, \quad c_3 \leq 6.$$

**b** bektoreko osagai bakoitzaren balio tartea non emandako taula optimoko oinarriak optimo izaten jarraituko duen:

$$b_1 \geq 7, \quad 12 \leq b_2 \leq 24, \quad \frac{7}{2} \leq b_3 \leq 7.$$

3. 3.1  $L_1$  motako 8 libururen diseinuak egingo dira,  $L_2$  motako liburuenak 4, eta  $L_3$  motako liburuenak 2:

$$x_1^* = 8, \quad x_2^* = 4, \quad x_3^* = 2.$$

Guztira  $z^* = 14$  libururen diseinuak egingo dira.

- 3.2  $x_1^* = 8$ ,  $x_2^* = 4$ ,  $x_3^* = 2$  soluzio optimoak hiru murrizketak berdintzaz betetzen ditu. Hortaz, sukaldari guztiek hartuko dute parte boskoteren batean.

- 3.3 **c** bektorean  $c_1 = 2$  izanik,  $x_1^* = 8$ ,  $x_2^* = 4$ ,  $x_3^* = 2$ ,  $z^* = 22$ .

**c** bektorean  $c_1 = 3$  izanik, soluzio optimo anizkoitza.

$$x_1^* = 8, \quad x_2^* = 4, \quad x_3^* = 2, \quad z^* = 30.$$

$$x_1^* = 10, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = 0, \quad z^* = 30.$$

Gehienez  $c_1 \leq 3$  izan daiteke.

- 3.4  $L_1$  motako 10 liburu diseinatuko dira,  $L_2$  motako 5 eta  $L_3$ ko 0:

$$x_1^* = 10, \quad x_2^* = 5, \quad x_3^* = 0.$$

Hortaz, ez da  $L_3$  motako libururik diseinatuko. Guztira  $z^* = 15$  liburu diseinatuko dira.

4. 4.1 Itzal-prezioen interpretazioa.

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_1$ -erako (gorria).

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 25 \\ 14 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} \geq \mathbf{0}.$$

$b_1$ -en itzal-prezioa  $y_1^*$  da, eta  $y_1^* = 0$  izanik, 26 kg pintura gorri erosi beharrez 25 kg erosiko balira, irabazi berbera lortzen jarraituko litzateke  $\hat{z} = z - y_1^* = 224 - 0 = 224$ . Soluzio optimoa ereduaren lehenengo murrizketan ordezkatzuz ikusten da pintura gorria soberan erosten dela, 21 kg besterik ez baita erabiltzen.

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_2$ -rako (urdina).

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 26 \\ 15 \\ 32 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} \geq \mathbf{0}.$$

$b_2$ -ren itzal-prezioa  $y_2^*$  da, eta  $y_2^* = 16$  izanik, 14 kg pintura urdin erosi beharrez pintura urdin kg bat gehiago erosiko balitz irabazia  $\hat{z} = z + y_2^* = 224 + 16 = 240$  handituko litzateke. Soluzio optimoa ereduaren bigarren murrizketan ordezkatzuz ikusten da erositako pintura urdin kg guztiak erabiliak izaten direla beste lau koloreen ekoizpenean.

- Itzal-prezioen interpretazioa  $b_3$ -erako (horia).

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 26 \\ 14 \\ 31 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1} \hat{\mathbf{b}} \geq \mathbf{0}.$$

$b_3$ -ren itzal-prezioa  $y_3^*$  da, eta  $y_3^* = 0$  izanik, 32 kg pintura hori erosi beharrez 31 kg erosiko balira, irabazi berbera lortzen jarraituko litzateke  $\hat{z} = z - y_3^* = 224 - 0 = 224$ . Soluzio optimoa ereduaren hirugarren murrizketan ordezkatzuz ikusten da erositako pintura hori guztia ez dela erabiltzen.

4.2 Gehienez  $\frac{52}{3}$  kg eros ditzake.

4.3 Soluzio optimo berria:

$$x_1^* = 0, \quad x_2^* = 48, \quad x_3^* = 0, \quad x_4^* = 20, \quad z^* = 312.$$