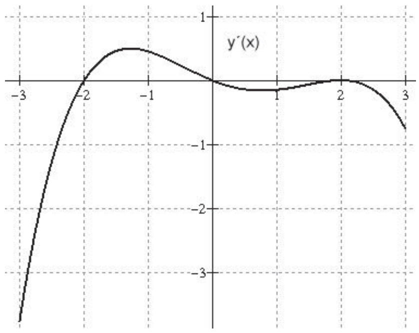
Gaiak 1 - 5: 6. Autoebaluaketa

1 Ariketak

1 Ariketa. Ebatzi $\sin(z) = 3$ ekuazioa.

2 Ariketa. Irudian $y(x)$, $(-3, 3)$ tartean definiturik dagoen funtzioaren $y'(x)$ deribatuaren grafikoa ikusten da. Eskatzen da:



a) Aztertu $y(x)$ funtzioaren gorapena, ahurtasuna eta mutur erlatiboak.

b) $y(0) = 0$ bada, $y(x)$ funtzioa grafikoki adierazi.

3 Ariketa. Aurkitu $y = 9 - x^2$ parabolako puntuetatik $(5, 11)$ puntutik gertuena dena.

4 Ariketa. Suposa dezagun zirkuitu baten potentzia xurgatua honako hau dela:

$$P = \frac{VS}{R + S}$$

non V elikatze-tentsioaren balio konstantea da eta R eta S zirkuituan konektaturik dauden erresistentzien balioak diren, $S \in [0, 1]$ eta $R \in [1, \infty)$ izanik. Kalkulatu behar da p-ren batezbesteko balioa bi kasuetan: S-rekiko (R konstantea mantenduz) eta R-rekiko (S konstantea mantenduz).

2 Ebazpenak

1 Ebazpena.

$$\sin(z) = 3 \Leftrightarrow e^{iz} - e^{-iz} = 6i \Rightarrow e^{2iz} - 1 = e^{iz} 6i \Leftrightarrow (e^{iz})^2 - 6ie^{iz} - 1 = 0 \Rightarrow e^{iz} = \frac{6i \pm \sqrt{-36+4}}{2}$$

$$e^{iz} = 3i \pm 2\sqrt{2}i = \left(3 \pm 2\sqrt{2}\right) i = 3 \pm 2\sqrt{2}_{\frac{\pi}{2}}$$

$$iz = \ln\left(3 \pm 2\sqrt{2}_{\frac{\pi}{2}}\right) \Rightarrow z = \frac{1}{i} \ln\left(3 \pm 2\sqrt{2}_{\frac{\pi}{2}}\right) = -i \ln\left(3 \pm 2\sqrt{2}_{\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$= -i\left(\ln\left(3 \pm 2\sqrt{2}\right) + i\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)\right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow z = \frac{\pi}{2} + 2k\pi - i \ln\left(3 \pm 2\sqrt{2}\right)$$

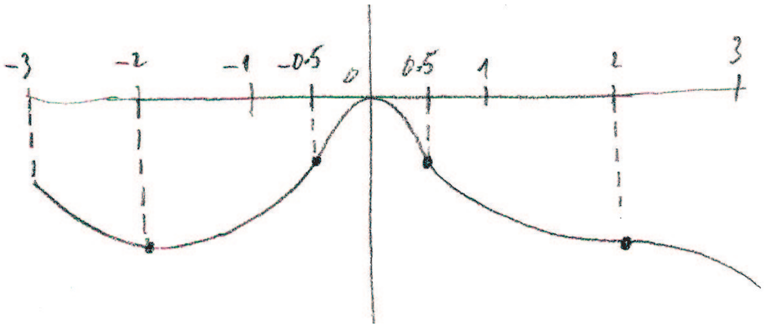
2 Ebazpena.

a) $y(x)$ gorakorra $\Leftrightarrow y'(x) > 0$; $y(x)$ beherakorra $\Leftrightarrow y'(x) < 0$.
$y(x)$ ahurra da $y''(x) > 0$ bada $\Leftrightarrow y'(x)$ gorakorra.
$y(x)$ ganbila da $y''(x) < 0$ bada $\Leftrightarrow y'(x)$ beherakorra.

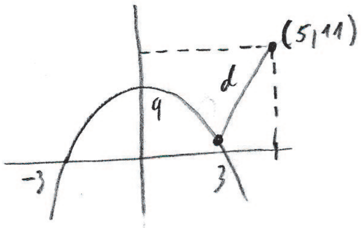
Orduan,

- $y(x)$ gorakorra da $(-2, 0)$ tartean eta beherakorra gainerakoan.
- $y(x)$ ahurra da $(-3, -1.5) \cup (0.5, 2)$ eremuan eta ganbila gainerakoan.
- Mutur erlatiboak $x = -2$, $x = 0$ eta $x = 2$ puntuetan egon daitezke.
- $x = -2$ puntuan beherakorratik gorakorrara pasatzen da $\Rightarrow$ minimo erlatiboa da.
- $x = 0$ puntuan gorakorratik beherakorrara pasatzen da $\Rightarrow$ maximo erlatiboa da.
- $x = 2$ puntuan ahurratik ganbilara pasatzen da $\Rightarrow$ inflexio-puntua da.
- $x = -1.5$ eta $x = 0.5$ puntuak ere inflexio-puntuak dira.

b)



3 Ebazpena.



$$d^2 = (x-5)^2 + (2+x^2)^2 = h(x)$$

$$h'(x) = 2(x-5) + 4x(2+x^2) = 2(2x^3+5x-5)$$

$$h'(x) = 0 \quad x \simeq 0.79728 \quad \text{denean}$$

$$h''(0.79728) > 0 \Rightarrow \quad \text{minimo erlatiboa}$$

$$d_{min} = \sqrt{h(0.79728)} = \sqrt{24.61} \simeq 4.961$$

4 Ebazpena.

$$P = \frac{VS}{(R+S)^2} \qquad S \in [0,1], R \in [1,\infty)$$

P-ren batezbestekoa S-rekiko:

$$\overline{P}_S = \int_0^1 \frac{VS}{(R+S)^2} dS = V \int_0^1 \frac{SdS}{(R+S)^2}$$

$$\frac{S}{(R+S)^2} = \frac{1}{(R+S)} - \frac{R}{(R+S)^2}$$

$$\overline{P}_S = V \int_0^1 \frac{dS}{(R+S)} - RV \int_0^1 \frac{dS}{(R+S)^2} = V \ln\left(\frac{R+1}{R}\right) + RV \left(\frac{1}{R+1} - \frac{1}{R}\right)$$

P-ren batezbestekoa R-rekiko:

$$\overline{P}_R = VS \lim_{A\to\infty} \frac{1}{A-1} \int_1^A \frac{dR}{(R+S)^2} = VS \lim_{A\to\infty} \frac{-1}{A-1} \frac{1}{(R+S)}\Big|_{R=1}^{R=A} =$$

$$= -VS \lim_{A\to\infty} \frac{1}{A-1} \left(\frac{1}{A+S} - \frac{1}{1+S}\right) = 0$$