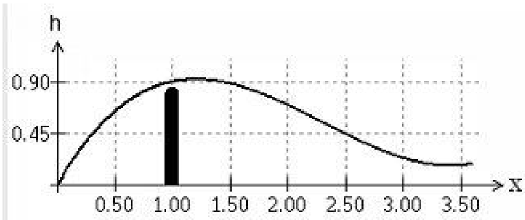
Gaiak 1 - 5: 5. Autoebaluaketa

1 Ariketak.

1 Ariketa. Orri karratu batek testua idazteko 61 cm^2 izan behar ditu. Goiko eta beheko marjinak 3.81 cm-koak dira eta alboko marjinak berriz, 2.54 cm-koak. Zeintzuk dira orriaren dimentsioak paperaren azalera minimoa izan dadin?.

2 Ariketa. Horizontalarekiko $\pi/3$ angelua duen aldapa batetik kohete bat jaurtiki nahi da. Izan bitez $h(x)$ kohetearen ibilbidea, x distantzia horizontala eta h altuera.

Kohetea jaurtiketa puntutik kilometro batera dagoen mendi baten gainetik pasatu behar da; mendiaren altuera 800 metrokoa da, kohetea eta mendiaren arteko altuera 100 metro izanik. Horrez gain, kohetearen posizioa horizontala izan behar du $x = 3.5$ km puntuan. Ikusi irudian koheteak izan daitekeen ibilbide bat; distantziak kilometrotan daude.

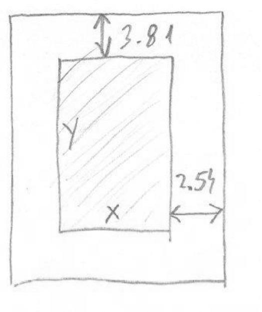


1. $h(x)$ itxurako funtzio bat lortu, kasu honetan koheteak lortzen duen altuera maximoa adieraziz.
2. Demagun ezagutzen dugula kohetearen posizio horizontala adierazten duen $x(t)$ funtzioa; t denbora da. h altueraren abiadura t-rekiko kalkulatu.

3 Ariketa. Frogatu $\{x_n\}$ konbergentea bada bornatua dagoela. Alderantzizkoa egia al da?

2 Ebazpenak.

1 Ebazpena.



Azalera: $S(x,y) = (x + 5.08)(y + 7.62)$

$$xy = 61$$

$$S(x) = (x + 5.08)(\frac{61}{x} + 7.62)$$

Helburua: $S(x)$ minimizatzen duen x balioa lortu.

$$S(x) = 99.7096 + 7.62x + \frac{309.88}{x}$$

$$S'(x) = 7.62 - \frac{309.88}{x^2}; \quad S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 6.377$$

$x = 6.377$ $S(x)$-ren minimo absolutua da. $y = \dfrac{61}{6.377} = 9.56$ eta $S = 196.896$ cm^2 azalera minimoa da.

2 Ebazpena.
$h'(3.5) = 0$ $\;h'(0)\,\mathrm{tg}\,\pi/3 \approx 1.73$; $h(0) = 0$ $\;h(1) = 0.9$ egin dezagun $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $h'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$h(0) = 0 \Rightarrow d = 0; \; h'(0) = 1.73 \Rightarrow c = 1.73$$

$$\left.\begin{array}{ll} h(l) = 0.9 & \Rightarrow a + b + 1.73 = 0.9 \Rightarrow a + b = -0.83 \\ h'(3.5) = 0 & \Rightarrow 36.25\,a + 7b = -1.73 \end{array}\right. \Rightarrow a = 0.14;\; b = -0.97$$

$$h(x) = 0.14x^3 - 0.97x^2 + 1.73x$$

$$\frac{dh}{dt} = 3 \cdot 0.14\,x^2\,\frac{dx}{dt} - 2 \cdot 0.97\,x\,\frac{dx}{dt} + 1.73\,\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dt}(0.42\,x^2 - 1.94\,x + 1.73)$$

3 Ebazpena.

$$\lim_{n\to\infty} x_n = l \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0\, \exists n_0 \in \mathbb{N} \,|\, \forall n > n_0 \; x_n \in (l - \epsilon, l + \epsilon)$$

Har dezagun edozein $\epsilon > 0$. $(l-\epsilon, l+\epsilon)$ tartetik kanpo $x_1, x_2, \ldots, n_{n_0}$ aurkitu ditzakegu, har dezagun $[m, M]$ tarte bat non $(l-\epsilon, l+\epsilon) \subset [m, M]$ den eta $\{x_1, x_2, \ldots, x_{n_0} \in [m, M]$. Beraz, $x_n \in [m, M] \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Alderantzizkoa ez da egia orokorrean: $\{x_n\} = \{(-1)^n\}$ segida konbergentea da baina ez dago bornaturik