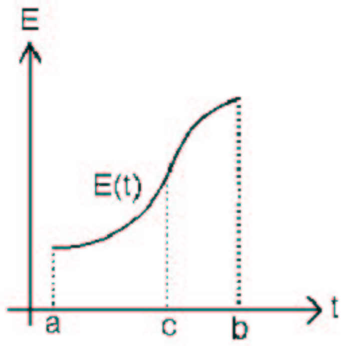
Jakin beharrezkoen 1. autoebaluaketa

1 Ariketak

1 Ariketa. Ibilgailu baten kokalekua t unean, $E(t)$ funtzioaren bidez adierazita dugu. $E(t)$-ren adierazpena (a, b) denbora tartean (1) irudian adierazita dugu. Ibilgailuaren azelerazioaren zeinua, (a, b) tartean, aztertu.



Irudia 1: (1) ariketaren adierazpena

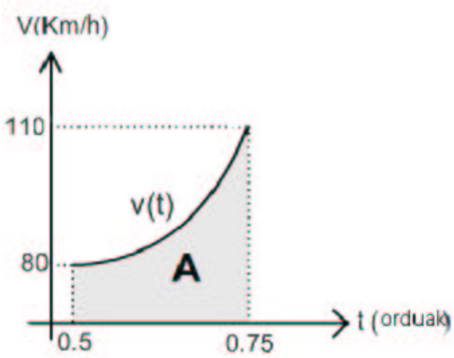
2 Ariketa. Ibilgailu batek $v(t)$ abiadurarekin 28km egiten ditu. $v(t)$-ren adierazpena (2) irudian dugu. Lortu A lerromakurrak eta OX ardatzak mugatzen duten eremuaren azalera.

3 Ariketa. $y(x) = x^{1/2}$ funtzioaren n. ordenako deribatua lortu.

4 Ariketa. A zenbaki errealez osatutako multzoa da. $a \in A$ puntua A multzoaren barruko puntua da baldintza hau betetzen duenean

$$\exists \epsilon > 0 \mid (a - \epsilon, a + \epsilon) \subset A$$

1. Aurkako baldintzaren adierazpen formala idatzi, hau da, $a \in A$ puntua barruko puntua izan ez dadin bete behar den baldintza.



Irudia 2: (2) ariketaren adierazpena

2. A kasu hauetan definitutako multzoa denean lortu A-ren barruko puntuak.

   (a) $A = [1, 2)$

   (b) $A = (-\infty, 1) \cup (1, 3]$

2 Ebazpenak

Erlazionatutako emaitzak

1 Ebazpena. 1. $y(x)$ funtzioak (a, b) tartean bigarren ordenako deribatuak onartzen baditu, x puntuan azelerazioa $a(x) = y''(x)$ da.

2. $y(x)$ funtzioa (a, b) tartean deribagarria baldin bada, $y(x)$-n adierazpen grafikoa ahurra da (ahurra gorantz) (a, b) tartean, x tarteko edozein puntuko ukitzailea lerromakurraren azpitik gelditzen denean puntuaren inguruen baten; $y(x)$-n adierazpen grafikoa ganbila (ahurra beherantz) (a, b) tartean x tarteko edozein puntuko ukitzailea lerromakurraren gainetik gelditzen denean puntuaren inguruen baten

3. $y(x)$ kurbaren ahurtasuna aldatzen bada c puntuan, $x = c$ puntua $y(x)$ lerromakurraren inflexio-puntua da.

4. $y(x)$ funtzioa (a, b) tartean deribagarria baldin bada, $y(x)$-en adierazpen grafikoa ahurra da (a, b) tartean, baldin eta soilik baldin, $y''(x) > 0, \forall x \in (a, b)$ betetzen den; $y(x)$-en adierazpen grafikoa ganbila da (a, b) tartean, baldin eta soilik baldin $y''(x) < 0, \forall x \in (a, b)$.

Ebazpena

$E(t)$ funtzioaren adierazpen grafikoa aztertuz ezin dugu esan jarraitua edo deribagarria den ala ez. Jarraitua edo deribagarria den egiaztatzeko adierazpen analitikoa behar dugu. Hala eta guztiz, adierazpen grafikoak aztertuz, arrazoizkoa dirudi jarraitu eta deribagarritzat hartzea.

Hipotesi hori ontzat hartuz, $E(t)$-ren adierazpen grafikoa (a, c) tartean ahurra denez, $E''(t) = a(t) > 0$ da (a, c)tartean. $E(t)$-ren ganbila denez (c, b)tartean, $E''(t) = a(t) < 0$ da (c, b) tartean.

$t = c$ puntuan adierazpen grafikoa ahurra izateagatik ganbila izatera pasatzen da, beraz inflexio-puntua dugu $t = c$-n. Hau da, $E''(t)$ funtzioaren zeinua aldatzen $t = c$ puntuan. $E''(t)$ jarraitua dela (a, b) tartean onartzen badugu, $E''(c) = a(c) = 0$.

Beraz $E(t)$-ren azelerazioa positiboa da (a, c)tartean, negatiboa (c, b)-n eta nulua $t = c$ puntuan.

2 Ebazpena. Erlazionatutako emaitzak

1. $y(x)$ funtzio jarraitua baldin bada $[a, b]$ tartean eta $y(x) \geq 0 \forall x \in [a, b]$, $y(x)$-n adierazpen grafikoak goitik eta azpitik OX ardatzak mugatzen duten eremuaren A azalera

era honetan lor dezakegu:

$$A = \int_a^b y(x)da$$

2. (Barrow edo Newton-Leibniz-en erregela) $y(x)$ funtzioaren jatorrizko funtzioa $F(x)$ baldin bada, hau da, $F'(x) = y(x)$ betetzen baldin bada, orduan

$$\int_a^b y(x)dx = F(b) - F(a)$$

3. $y(x)$ funtzio deribagarria baldin bada, $y(x)$-en abiadura x-rekiko $v(x) = y'(x)$ da.

Ebazpena

Gure kasuan, $v(t) = E'(t)$ denez, $E(t)$ funtzioa $v(t)$-ren jatorrizko funtzioa da. Beraz,

$$A = \int_{0.5}^{0.75} v(t)dt = \int_{0.5}^{0.75} E'(t)dt = E(0.75) - E(0.5) = 28$$

3 Ebazpena. Erlazionatutako emaitzak

$$y(x) = x^a \Longrightarrow y'(x) = ax^{a-1} \quad a \in \mathbb{R}$$

Ebazpena

$$\begin{aligned}
&y(x) = x^{1/2} \\
&y'(x) = \frac{1}{2}x^{-1/2} \\
&y''(x) = \frac{-1}{2^2}x^{-3/2} \\
&y'''(x) = \frac{3}{2^3}x^{-5/2} \\
&y^{iv}(x) = \frac{-3 \cdot 5}{2^4}x^{-5/2} \\
&\dots \\
&y^n = \frac{(-1)^n 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-3)}{2^n}x^{-\frac{2n-1}{2}} \quad n \geq 1
\end{aligned}$$

4 Ebazpena. Erlazionatutako emaitzak

1. A multzo bat izanik, u A-ren elementua baldin bada, u elementua A-ren barne dagoela esaten dugu eta $u \in A$ eran adierazten dugu.

2. A eta B bi multzo baldin badira, A-ren elementu guztiak B-b daudenean A B-ren azpimultzoa dela edo B-ren baitan dagoela esaten dugu eta $A \subset B$ eran adierazten dugu.

3. A eta B multzoen bilkura, $A \cup B$ eran adierazita, bi multzoetatik gutxienez baten dauden elementuez osatutako multzoa da.

4. A eta B multzoen ebakidura, $A \cap B$ eran adierazita, multzo bietan dauden elementuek osatzen dute multzoa da.

Ebazpena

1. $\forall \epsilon > 0 \exists y \in (a - \epsilon, a + \epsilon) \mid y \notin A$

2. (a) $(1, 2)$
   (b) $(-\infty, 1) \cup (1, 3)$