

Ekuzazio Diferentzial Arruntak.

Winplot-ekin egiteko ariketak

Winplot programa erabiliz egiteko ariketak.

1. Izan bedi $xy' - 2y = x^2$ E.D.A.

1. Ekuzazioaren $f(x, y, k) = 0$ soluzio orokorra kalkulatu.

2. Winplot erabiliz, soluzio partikular batzuk marraztu. $f(x, y, k) = 0$ soluzio orokorra sartu. Horretarako bide honi jarraitu:

(a) Menuan Ecua \rightarrow Implícita aukeratu dugu. inventario lehioan familia botoia sakatu, k parametroa aukeratu, k -ren heina eta marraztu behar diren funtzio kopurua zehaztuz.

(b) malda eremua marraztu eta, E.D.A. eta bere soluzio orokorrarekin erlazionatu. Malda eremua Winplot-en bidez marrazteko ondorengoa egin:
Ecua \rightarrow Ecua dif \rightarrow dy/dx lehioan y' -ren adierazpena sartu.

(c) (2.72, 1) puntutik pasatzen den $y(x)$ soluzioa esperimentera atera.

(d) Aurreko atalaren soluzioa era analitikoan lortu.

2. Izan bedi $y' = x^2y + 1$, $y(0.2) = 0.5$ problema.

1. Saiatu zaituz E.D.A. analitikoki ebatzen. Zeintzu dira aurkitzen dituzun sailtasunak?.

2. Kalkula dezagun $y(x)$ -ren Taylor-en 3.ordenako polinomioa 0.2 puntuan:

$$P_3(x) = y(0.2) + y'(0.2)(x - 0.2) + y''(0.2)\frac{(x - 0.2)^2}{2} + y'''(0.2)\frac{(x - 0.2)^3}{6}$$

Horretarako ondorengo pausuak jarraitu:

(a) Deribatuan adierazpenak kalkulatu:

$$\begin{aligned}D(x, y) &= y' \text{ adierazpen hau } x^2y + 1 \text{ da.} \\DD(x, y) &= y'' \\DDD(x, y) &= y'''\end{aligned}$$

(b) Winplot programa berri bat ireki. Aurreko hiru funtzioak Ecua->Definir Función lehioan sartu.

(c) Ecua->Explicita lehioan Taylor-en polinomioa a puntuan sartu:

$$\begin{aligned}b &+ D(a, b) * (x - a) + DD(a, b) * (x - a) * (x - a)/2 + \\ &+ DDD(a, b) * (x - a) * (x - a) * (x - a)/6\end{aligned}$$

non (a, b) puntuaren koordenatuak diren. (a, b) puntua Ecua->Punto lehioan sartu; lehio honetan componentes eta punteado aktibatu. Bukatzeko $a = 0.2$ eta $b = 0.5$ sartu.

(d) $P_3(x)$ grafikoki adierazi eta Ecua-> dif erabiliz, E.D.A.-ren malda eremua marraztu. Bi grafiko horiek erlazionatu. Zer tartetan lortzen da nahiko ona ematen duen hurbilketa?

(e) $D(x, y) = 0$ kurba marraztu. Bere esangura eta malda eremuarekin duen erlazioa azaldu. Kurba honetan dagoen (a, b) puntu bat hartu eta $P_3(x)$ -ren portaera, puntu horren inguruan azaldu. Soluzioen portaera, $D(x, y) = 0$ kurbak adierazten dituen planoko eremu desberdinetan, aztertu.

(f) $DD(x, y) = 0$ kurba marraztu. Bere esangura eta malda eremuarekin duen erlazioa azaldu. Kurba honetan dagoen (a, b) puntu bat hartu eta $P_3(x)$ -ren portaera, puntu horren inguruan azaldu. Soluzioen portaera, $D(x, y) = 0$ kurbak adierazten dituen planoko eremu desberdinetan, aztertu.

(g) Winplot programak ondorengo problemaren zenbakizko soluzioa kalkulatu dezake:

$$\begin{aligned}y' &= F(x, y) \\y(x_0) &= y_0\end{aligned}$$

Horretarako, Una-> dy/dx trayectoria aukeratu eta lehio honetan landu behar den E.D.A. eta hasierako baldintza (x_0 eta y_0 -ren balioak) sartu. Hurbilketa egiteko, hiru algoritmo ditugu aukeratzeko baina zehatzena Runge-kutta-rena da. Ariketa honetako problemaren soluzioa zenbakiz kalkulatu. Zenbakizko soluzio hau eta Taylor-en polinomioak erabiliz lortutako soluzioak konparatu.