

8. Kapituluwa

Lerro-integrala

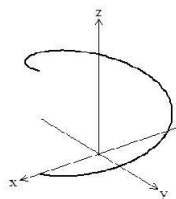


ikurra duten ariketak ebazteko komenigarria da, adierazpen grafikoak eta kalkuluko ordenagailu programa bat, Winplot edo antzerakoa, adibidez, erabiltzea.

8.1. Ariketa Kalkulatu lerro integral hau, L zentroa $(0, 0)$ puntuan eta R erradioa duen zirkunferentzia denean.

$$\oint_L y^2 dx + 2xy dy$$

8.2. Ariketa Kalkulatu lerro integral hau, L $x(t) = a \cos(t)$, $y(t) = a \sin(t)$, $z(t) = kt$, $t \in [0, 2\pi]$ helizea denean. (ikusi (8.1) irudia)



8.1 Irudia: helizea

$$\int_L yz dx + xz dy + xy dz$$



8.3. Ariketa Kalkulatu lerro integral hau, L erpinak $A(0, 1)$, $B(2, 3)$ eta $C(1, 4)$ puntutan ditun triangelua denean.

$$\oint_L (\cos x - y \sin x) dx + \cos x dy$$

8.4. Ariketa Kalkulatu lerro integral hau, L muturrak $M(1, 1)$ eta $N(2, 8)$ puntuetan ditun $y = x^3$ kurbaren arkua denean.

$$\int_L 6x^2 y dx + 10xy^2 dy$$

8.5. Ariketa Kalkulatu lerro integral hau, $N(\pi/2, \pi/2)$, eta $M(\pi/4, \pi/4)$ direnean.

$$\int_N^M (2x \cos y - y^2 \sin x) dx + (2y \cos x - x^2 \sin y) dy$$

8.6. Ariketa Green-en formula erabiliz, kalkulatu lerro integral hau, L $x^2 + y^2 = a^2$ kurba denean.


$$\int_L xy^2 dy - x^2 y dx$$

8.7. Ariketa Kalkulatu lerro integral hau, $f(x)$ eta $g(y)$. funtzio jarraituak direla jakinik.

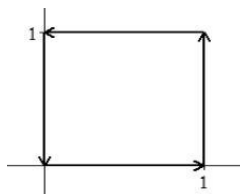
$$\int_{(a,b)}^{(c,d)} f(x) dx + g(y) dy$$

8.8. Ariketa $f(u)$ funtzio jarraitua eta L lerro itxia dira. Frogatu berdinketa hau betetzen dela.


$$\oint_L f(x^2 + y^2)(x dx + y dy) = 0$$

8.9. Ariketa  Kalkulatu lerro integral hau, L (8.2 irudian azaltzen den kurba denean.

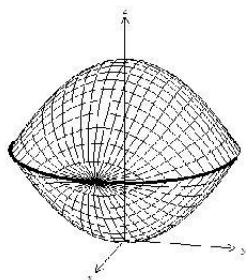
$$\oint_L \sqrt{x^2 + y^2} dx + y(xy + \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})) dy$$



8.2 Irudia: L lerroaren adierazpena

8.10. Ariketa  L $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z$ eta $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2c^2 - z$ gainazalen ebakidura denean (ikus (8.3) irudia)

1. Koordenatu zilindrikoak erabiliz L -ren adierazpen parametrokoa lortu.
2. Lortu lerro integral hau



8.3 Irudia: Gainazalen ebakidura


$$\int_L \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) dx + \left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} xz \right) dy + 2xyz dz$$

8.11. Ariketa Lortu lerro integral hau

$$\int_L (6xy^2 - y^3) dx + (6x^2y - 3xy^2) dy$$

L honako hauek direnean:

1. L , $A(1, 2)$ eta $B(3, 4)$ puntuak elkartzen dituen zuzenkia.
2. L , zentroa $(2, 3)$ puntuan duen zirkunferentziaren arku, muturrak $A(1, 2)$ eta $B(3, 4)$ izanik.
3. L aurreko kasuko zirkunferentzia.

8.12. Ariketa  Har dezagun $(0, 0)$ eta $(1, 0)$ puntutik pasatzen diren $y = kx(x - 1)$ parabola sorta. Izan bedi L parabola horietako bat eta $\vec{F}(x, y) = (2xy, x^2)$ edozein (x, y) puntuan aplikatutako indarra.

1. L -ren adierazpen parametrikoa lortu, eta frogatu lanaren balioa k -ren menpe ez dagoela.
2. Aurreko emaitzaren arrazoiak adierazi.

