Aldagai anitzeko funtzio errealak. Winplot-ekin egiteko ariketak

1 `limite.wp3` fitxategia erabiliz

1.1 Erabilera

`M` parametroan, `Anim->Individual` erabiliz, `H(x)=Mx` kurba sortaren M-ren balioa sartzen dugu. `F(x,y)`, eta `G(x,y)` funtzioen adierazpenetan, `H(x)` eta bere irudia adierazten da gainazaletan, hau da, `(t,H(t), F(t,H(t)))` eta `(t,H(t), G(t,H(t)))` kurben adierazpenak.

1.2 Egin beharrekoak

1. Aztertu `M`-ren balioa aldatzerakoan kurbak nola aldatzen diren.
2. `H(x)` funtzioa aldatu, $(0,0)$ puntutik pasatzen den familia sorta berri bat definituz.
3. `F(x,y)` eta `G(x,y)` funtzioen, `(0,0)`-n puntuan limitearen existentziari buruzko ondoriorik lor dezakezu?

2 `konposaketa1.wp3` eta `konposaketa2.wp3` fitxategiak erabiliz

2.1 Erabilera

`konposaketa1.wp3` fitxategian $F(x,y) = 8 + 3x^2 - y^2$ funtzioa definitzen da, $x \in [1,3]$, $y \in [0,3]$, eta aldagai aldaketa hau:

$$\begin{cases} x = u - 3 \\ y = 3(v-1) \end{cases} \quad u \in [4,6], \quad v \in [1,2]$$

`konposaketa2.wp3` fitxategian bigarren aldagai aldaketa hau definitzen da:

$$\begin{cases} u = 2 + 2C/3.5 \\ v = C/3.5 \end{cases} \quad C \in [3.5,7]$$

2.2 Egin beharrekoak

1. Egiaztatu, $x(u), y(v)$ funtzioen adierazpen grafikoa eginaz, (x, y) puntu bakoitzari (u, v) puntu bakarra elkartzen zaiola.
2. z-ren aldatze-abiadura lortu (u, v)-rekiko, et u eta v-ren menpe adierazi.
3. z-ren aldatze-abiadura lortu C-rekiko, C-ren menpe. Zer nolako C-rentzat lortzen dugu Abiadura maximoa?.

3 `gradientea1.wp2` eta `gainazala1.wp3` fitxategiak erabiliz

3.1 Erabilera

`gradientea1.wp2` fitxategian $F(x, y)$ funtzioaren norabide-deribatuaren adierazpena dugu `A` angeluaren arabera. Gradiente-bektorea ere adierazita dugu (U, V) puntutan. `gainazala1.wp3` fitxategian `z=F(x,y)` funtzioaren adierazpen grafikoa, eremuko `P` puntua eta `A` angeluak definitzen duen norabidea ditugu.

3.2 Egin beharrekoak

1. `gradientea1.wp2` fitxategia erabiliz, `U` eta `V` aldagaiei balioak emanez puntu bat aukeratu. Norabide-deribatu maximoa/minimoa lortzeko norabideak bilatu. Grafikoaren azterketa egin.
2. `gainazala1.wp3` fitxategia erabiliz, aurreko galderan erabilitako `(U,V)` puntua eta lortutako norabidea, `A` angelua, sartu. $F(x, y)$ funtzioaren adierazpen grafikoaren bidez emaitzak aztertu.

4 `gradientea2.wp2` fitxategia erabiliz

4.1 Erabilera

$F(x, y) = x^2+y^2$ erabiltzaile-funtzioa da eta `Ecua->Definir FunciÃşn` lehoian alda daiteke.. `F(x,y)` funtzioa erabiliz,`gradientea2.wp2` fitxategiaren bidez honako hauek lortzen ditugu:

1. `(U,V)` puntuko gradiente-bektorea eta bere modulua.
2. `z=F(x,y)` funtzioaren maila-kurbak. Hau da, `F(x,y)=A` kurba-sortako kurba batzuk. `inventario` lehian funtzioa aukeratuz, `familia` sakatuz kurba-sortako kurba kopurua aukera dezakegu, eta `A`-ren balioentzat mugak.

3. Maila-kurben ukitzaileen-eremu. Ukitzaileen-eremua lortzeko `Ecua->Ecua Dif->dy/dx` eta $dy/dx = Fy/Fx$ erabiliko ditugu.

4.2 Egin beharrekoak

1. `U` eta `V` parametroak aldatu. Gradiente-bektorea, maila-kurbak eta ukitzaileen eremuarekin erlazionatu.

2. Gradientearen modulua maila-kurbaren arabera nola aldatzen den adierazi.

3. `Winplot 3D` fitxategi berri baten $F(x, y)$ funtzioaren adierazpen grafikoa lortu. Gainazala aztertuz, aurreko galderen erantzunak aztertu.

5 `trazatzailea.wp3` fitxategia erabiliz

5.1 Erabilera

$F(x, y) = 40 - 4x^2 - y^2$ funtzioa erabiliz, honako hauek lortzen dira:

1. $z = F(x, y)$ funtzioak definitzen duen gainazalaren adierazpen grafikoa.

2. Maila-kurbak, hau da, $K = F(x, y)$ kurbak. Maila-kurbak adierazpen parametroko hau dute:

$$K = 40 - 4x^2 - y^2$$

$$\frac{4x^2}{40 - K} + \frac{y^2}{40 - K} = 1$$

bigarren ekuazioa $\sqrt{(40 - K)/4}$, $\sqrt{40 - K}$ ardatzerdiak dituen elipse da, beraz:

$$x(t) = \sqrt{\frac{40 - K}{4}} \cos(t)$$

$$y(t) = \sqrt{40 - K} \sin(t)$$

maila-kurben adierazpena lortzeko, `inventario` leihoan funtzioa aukeratu, eta `familia` botoia sakatu. Irekitzen den leihoan `K` parametroaren mugak aukera ditzakegu eta kurben kopurua.

3. Gainazalean marraztutako beste maila-lerro hau:

$$x(t) = \sqrt{\frac{40 - D}{4}} \cos(t) y(t) = \sqrt{40 - D} \sin(t)$$

hau da, `(x(t), y(t), F(x(t), y(t)))` `3D` adierazpen grafikoa

4. Aurreko kasuko kurbari dagokion $z = D$ planoa

5. `(A,B)` puntua eta puntu horretan lortutako gradientea eta gradientearen modulua.

6. `(A,B)` puntutik pasatuz, puntu bakoitzeko ukitzailearen norabidea gradientearen norabidea duen kurba. Hau da baldintza hau betetzen duen kurba:

$$y = Fy/Fx = y/4x \to y = B(x/A)^{1/4}.$$

Aldatu behar ditugun aldagaiak: `(A,B)` puntuaren koordenatuak eta `D` parametroa maila-kurbaren z balioa adierazten dute

5.2 Egin beharrekoak

1. `(A,B)` puntuaren arabera aztertutako magnitudeak erlazionatu.

2. Demagun gainazalak 1:50 eskalan mendi baten hegala adierazten duela. z balioak `P(A,B)` puntuari dagokion altitudea adierazten du. Zaurituta dagoen mendizale batek telefonoz deitzen du esanaz bere altimetroaren arabera 1894,7m ko altitudean dagoela, eska aldatuz $z = 37.894$ (puntuak hamartarren bereizlea da)

   (a) Posible al da kokapen zehatza finkatzea?

   (b) Zaurituaren bila joango direnak mendi hegaleko zer lerrotan begiratu behar dute? Aurkitu baino lehen, gehienez zer nolako distantzia ibili behar dute? (Oharra: `3D` kurba baten luzera `Una->Longitud de arco` aukerarekin lor daiteke).

   (c) Salbamenduko taldeak (18,63, 1894,7) puntuan dagoela ikusi dute (eskala aldatuz (0.36, 1.26, 37.894) puntuan) eta malda handieneko ibilbidetik jaisteko asmoa dute. Mendiaren oineraino zenbateko distantzia dute? Anbulantzia non egon behar da zaurituaren zain?

3. Demagun mendi horren hegalean eski-pista bat muturretik oineraino jartzea nahi dugula. Egokiena deritzozun trazadura aukeratu.

4. Ideia berdinak erabiliz ebatz dezakegun beste egoera erreal bat pentsatu.