

Integrazioa. Winplot-ekin egiteko ariketak

Winplot programa erabiliz egiteko ariketak

1 batezbestekoteorema.wp2 fitxategia erabiliz

1.1 Erabilera

Sartu:

- Integrazio tartearen mugak A eta B aldagaietan sartzen dira.
- Erabiliko duzuen funtzioa $H(x)$. Funtzioa sartzeko bide honi jarraitu:
 - Menuan Ecuacion->Definir Función aukeratuko dugu,
 - funtzio hauek azalduko dira: $F(X)$ eta $G(X)$ eta $H(x)$ d $H(X)=F(x)$ edo $H(X)=G(x)$ definitzen dugu.
 - C aldagaian $[A, B]$ tartean $H(x)$ funtzioaren batezbesteko balioa sartzen dugu
Batezbesteko balioa lortzeko pausu hauek egin behar dira:
 1. Una-> Integracion -> Integrar aukeratzen dugu edo <F7> sakatzen dugu
 2. Integracion leihoan $H(x)$ funtzioa, integrazio-mugak eta integrazio metodoa aukeratzen ditugu
 3. definida botoia klikatzen dugu
 4. Lotzen dugun balioa $(B - A)$ balioaz zatitzen dugu eta C aldagaian gordetzen dugu
 5. Batezbesteko balioaren altueran zuzenki horizontala azalduko da.
 6. $H(x)$ kurba eta zuzenkiaren ebakidura lortzeko Dos->Intersección aukeratzen dugu eta siguiente klikatuz ebakidura puntuen abzisak lortzen ditugu. Balio hauek gordetzeko aldagaia aukera dezakegu, edo inventario leihoan utzi.

1.2 Egin beharrekoak

1. Batezbesteko teorema $h(x)$ funtzioak $z \in [a, b]$ punturen baten bere batezbesteko balioa hartzen duela ziurtatzen du. $F(x)$ funtzioarekin lan egin ezazu. Egiaztatu

teorema aplika daitekeela eta z balio horiek aurkitu. $[a, b]$ tartea aldatu z puntua bakarria izan dadin eta z puntu hori aurkitu.

2. $G(x)$ funtzioarekin eta $[-1, 2.5]$ tartea hartu. Batezbesteko teoremak aipatzen duen punturik ba al dago? Eta $[-1, 1.5]$ tartean?.

2 Batezbestekobaliofuntzioa.wp2 fitxategia erabiliz

2.1 Erabilera

Aurreko kasuan bezala, sartu:

- Integrazio tartearen mugak A eta B aldagaietan sartzen dira.
- Erabiliko duzun funtzioa $H(x)$. eta
- $[A, x]$ tartean $H(x)$ funtzioaren batezbesteko balioa adierazten duen funtzioa. Hau da

$$\bar{H}(x) = \frac{1}{x-a} \int_a^x y(z) dz$$

2.2 Egin beharrekoak

1. $H(x)$ eta $\bar{H}(x)$ funtzioek ebakitzen diren ala ez aztertzea. $H(x)$ eta $\bar{H}(x)$ funtzio bikoteak aldatu. **inventario** deitzen den leihoan funtzio hauek aurkituko dituzu:

$$H(x) = x^2, \bar{H}(x) = \frac{1}{3(x-a)}(x^3 - a^3), [-1, 2] \text{ tartean}$$

$$H(x) = x \sin x, \bar{H}(x) = \frac{1}{(x-a)}(\sin x - x \cos x + a \cos a - \sin a, [1.2, 7] \text{ tartean}$$

$$H(x) = \frac{x}{x^2+1}, \bar{H}(x) = \frac{0.5}{(x-a)}(\ln(x^2+1) - \ln(a^2+1)), [-0.2, 2.5] \text{ tartean}$$

2. Ebakidura aztertu kasu bakoitzean. Ebakiduraren portaeraren arrazoiak eman ditza-kezu?
3. $\bar{H}(x)$ a puntuan definitzeke dago. Puntu horren inguruan nola portatzen da funtzioa? Zergatik?

3 oinarritzoteorema.wp2 fitxategia erabiliz

3.1 Erabilpena

Bi funtzio grafikoki adierazten ditu. Bata jarraitua baina deribagarria ez eta bestea jarraitua ez dena.

3.2 Egin beharrekoak

Adibide baten bidez integrazio eragiketak

$$G(x) = \int_a^x y(z)dz,$$

bi baldintza hauek betetzen duela aztertzea nahi dugu.

- $y(x)$ jarraitua denean funtzio deribagarria definitzen duela
 - $y(x)$ jautsi infinituko etengunea duenean funtzio jarraitua definitzen duela
1. $[-1, 1]$ tartean jarraitua eta $x = 0$ puntuan deribagarria ez den $y(x)$ funtzio bat hartu. Funtzio horren balioa lortu $x = 0$ puntuaren ingurunean, adibidez $x = -0.04, -0.03, -0.02, -0.01, 0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04$ puntuetan. Puntu horiek grafikoki adierazi, eta horretarako
 - Winplot- eko menuan Misc->cuaderno aukeratu.
 - $x, G(x)$ balioak bi zutabetan idatzi, adibidez
 - 0.01 0.61495
 - 0.02 0.6048
 - 0.03 0.59455
 - Idatzitako datuak portapapeles-era kopiaitu. Ecu->Punto->Lista aukeratu, itsatsi pegar gelaxka aukeratu eta dibujar klikatu. inventario leihoan puntuen zerrenda azalduko da eta adierazpen grafikoa ikus dezakegu.
 $G(x)$ funtzioaren puntu batzuk besterik adierazi ez ditugun arren, $x = 0$ -n jarraitua dirudi? Deribagarria?
 2. Azterketa berdina egin baina $[-1, 1]$ tartean definitua eta $x = 0$ etengunea duen $y(x)$ funtzioa hartuz.

4 arkuaetabiraketagorputza.wp2 eta biraketagorputzaikusi.wp3 fixategiak erabiliz

4.1 Erabilpena

arkuaetabiraketagorputza.wp2

$F(x)$ funtzioa grafikoki adierazten du, arkuen luzera eta OX ardatzarekiko grafika biratzen denean lortzen diren biraketa gainazalaren azalera eta biraketa gorputzaren bumenen kalkulatzeko dituen

biraketagorputzaikusi.wp3

Funtzio baten adierazpen grafikoa OX ardatzarekiko birezten duenean lortzen den biraketa gaiazala adierazten du. **inventario** lehioan x aldagaiaren balioen tartea u parametroaren bidez finkatzen da u **inf** eta u **sup** aldatuz.

4.2 Egin beharrekoak

1. Zenbakiko metodoz arkuaren luzera lortu, $[0 \leq x \leq 1/3]$ denean, **Una->Integración->Longitud del arco** erabiliz.
2. Zenbakizko metodoz arkua OX ardatzarekiko biraten denean sortzen den biraketa gaianzalaren azalera lortu **Una->Integración->Superficie de rev** erabiliz.
3. Zenbakizko metodoz arkua OX ardatzarekiko birezten denean sortzen den biraketa gorputzaren bolumena lortu **Una->Integración->Volumen de revolución** erabiliz.
4. Toroide gorputz batzuen azalera eta bolumena lortu zenbakizko metodoak erabiliz. Integrazioaren bidez balio zehatzak lortu eta aukeratutako zenbakizko metodoekin lortutako emaitzekin konparatu eta errorea aztertu, metodoa eta azpitarteen kopuraren arabera.