3. Kapitulua

Aldagai errealeko funtzio errealak

Oharra: ikurrarekin markatutako ariketak ebazteko komenigarria izango da funtzioen adierazpen grafiko eta zenbakizko kalkulurako programa informatiko bat erabiltzea, Winplot adibidez.

3.1 Funtzioak: kontzeptua.

3.1. Ariketa Hurrengo egoeratan aldagai independente bat (AI) eta horri menpekoa den (menpeko) aldagai bat (MA) definitzen dira. Kasu bakoitzean:

- Aukeratu bi aldagaientzako notazio egokia.
- Aurkitu AI-ren eremua eta MA-ren heina.
- Bi aldagaien arteko menpekotasuna modu ezberdinetan adierazi: analitikoki, grafikoki, taularen bidez eta $\mathbb{R}^2$-ko multzoa bezala.

1. **AI:** Hipotenusa konstantea duen hiruki angeluzuzen baten angelu zorrotza.

   MA: Hirukiaren azalera.

2. **AI:** Hiruki angeluzuzen baten aldea (beste aldeak 2 neurtzen du).

   MA: Hipotenusa.

3. **AI:** Hiruki angeluzuzen baten hipotenusa.

   MA: Alde baten luzera (beste aldeak 5 neurtzen du).

4. **AI:** Tenperatura gradutan.

   MA: Tenperatura Fahrenheit gradutan.

5. **AI:** x zenbaki erreal bat.

   MA: x eta $1 - x$-en artetik maximoa.

6. **AI:** Erradio konstantedun sektore zirkular baten angelua.

   MA1: sektorearen azalera.

   MA2: sektorearen arku luzera.

3.2. Ariketa Demagun $f(x)$ 3 periodoko funtzio periodiko eta jarraituta dela, lineala -2 eta -1.5 artean eta lineala -1.5 eta 1 artean, eta $f(-2) = 0$, $f(-1.5) = 1$ betetzen dituena.

1. Marraztu $f(x)$-ek izan ditzakeen forma ezberdinak.
2. x-en zein balioetarako betetzen da $f(x) = 1$?
3. x-en zein balioetarako betetzen da $f(x) = 0.5$?

3.3. Ariketa Demagun R aldagaia t denboraren menpe dagoela. Pentsatu hurrengo egoeratan:

1. $R(t)$ eginkizun batean lortutako trebezia adierazten duen kurba bat da. Hau da, t momentu bakoitzerako, $R(t)$-k zera adierazten du: ordura arte eginkizun batean jaso dugun trebezia-maila. Demagun eginkizun hori oso mekanikoa dela, "janari azkarra"banatzen duten leku batean hanburgesak prestatzea, adibidez; edo posta banatzea.
2. $R(t)$ trebezia adierazten duen kurba bat da, baina orain eginkizuna burutzeko gaitasun handiagoa behar da. Adibidez, testu-prozesadore bat erabiltzen ikastea, edo gidatzen ikastea.
3. $R(t)$ biztanleriaren zati bat da, komunikabideek emandako notizi baten berri izan dutenak.
4. $R(t)$ notizi baten berri izan duten biztanleriaren zati bat da, baina orain zurrumurru baten bidez jakin dutena, ez komunikabideek esanda.

(3.1) irudian A eta B bi funtzioren grafikoak agertzen dira. Aurreko 4 kasuetako funtzioak identifikatu al daitezke bi hauetariko batekin?

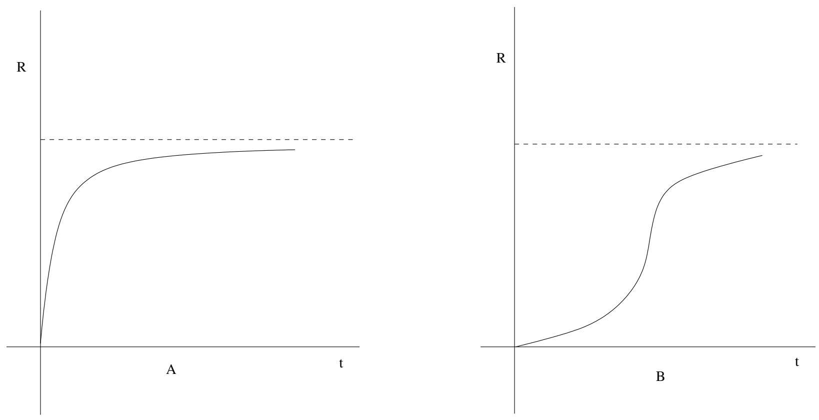
3.4. Ariketa (3.2) irudiko grafikoek bi enpresek lortu dituzten irabaziak adierazten dituzte. Sortu funtzio bakoitzaren jokaera esplikatuko duen istorio bana, irabazi horiek enpresak fabrikatzen duen produktu batenak direla suposatuz.

3.5. Ariketa Erabili $y = \sqrt{x}$ funtzioaren grafikoa hurrengo funtzioen grafikoak marrazteko:

1. $y = \sqrt{x} + 2$
2. $y = -\sqrt{x}$
3. $y = \sqrt{x - 2}$

3.6. Ariketa Izan bedi $f(x)$ funtzio bat. Hurrengo funtzioak $f(x)$ funtziotik abiatuz definitu dira. Funtzio bakoitzerako:

1. Idatzi funtzioen konposaketa erabiliz.



3.1 Irudia: (3.3) ariketari dagokion adierazpena

2. Grafikoki adierazi, f(x)-en funtzioaren grafikotik abiatuz.

   a) $f(-x)$

   b) $-f(-x)$

   c) $f(x-k)$

   d) $f(k-x)$

   e) $f(ax+b)$

   f) $f(kx)$

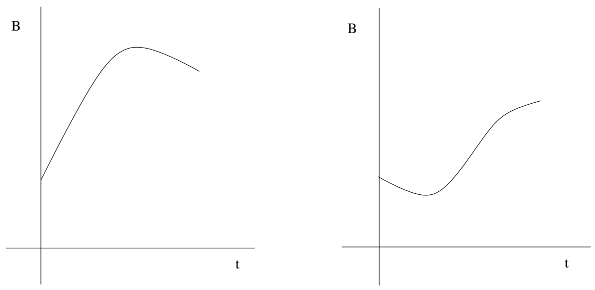
   g) $-f(x)+k$

   h) $|f(x)|$

   i) $f^2(x), f^3(x)$

   j) $\mathrm{e}^{f(x)}$

   k) $\ln f(x), \ln(\ln(f(x)))$



3.2 Irudia: (3.4) ariketari dagokion adierazpena

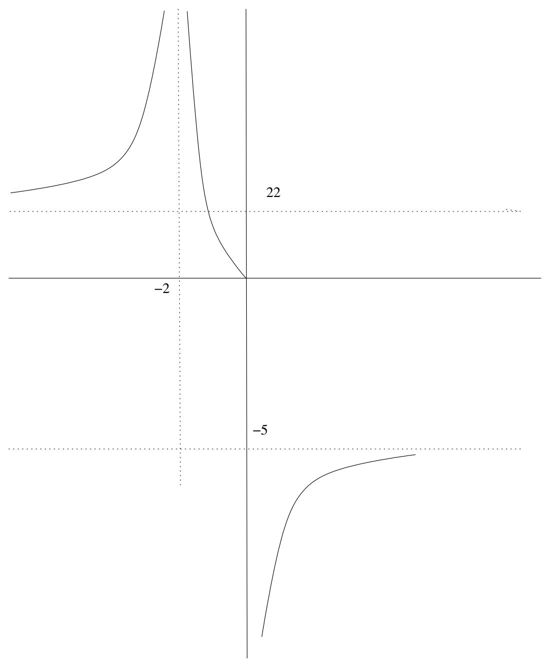
3.7. Ariketa Aukeratu $f(x)$ funtzio bat eta grafikoki adierazi aurreko ariketan definitutako funtzioak, adierazpena, agertzen diren parametroen arabera, nola aldatzen doan aztertuz. LAGUNTZA: adibidez, $f(x) = x^2$ funtzioa aukeratzen badugu, $g(x) = f(x) + k$ funtzioa grafikoki adieraz dezakegu, eta $g(x)$-en grafikoa k-ren arabera nola aldatzen doan ere azter dezakegu.

3.8. Ariketa (3.3) irudiak $y(x)$-en grafikoa erakusten du. Erantzun hurrengo galderei:

1. Zein da $y(x)$-en definizio eremua?
2. Zein da $y(x)$-en heina?
3. $y(x)$-ek alderantzizkoa al du $\{x \mid x < -2\}$ puntuetan? Baiezkoan, zein da alderantzizkoaren definizio-eremua eta heina?
4. $y(x)$-ek alderantzizkoa al du $\{x \mid x < 0\}$ puntuetan? Baiezkoan, zein da alderantzizkoaren definizio-eremua eta heina?
5. $y(x)$-ek alderantzizkoa al du $\{x \mid x > -2\}$ puntuetan? Baiezkoan, zein da alderantzizkoaren definizio-eremua eta heina?
6. $y(x)$-ek alderantzizkoa al du $\{x \mid x > 0\}$ puntuetan? Baiezkoan, zein da alderantzizkoaren definizio-eremua eta heina?

3.9. Ariketa Hurrengo funtzio bakoitzerako:

1. Eman adierazpen grafikoa.



3.3 Irudia: (3.7) ariketari dagokion adierazpena

2. Aukeratu alderantzizko funtzioa existituko den definizio-eremu egokia.
3. Kalkulatu eta grafikoki adierazi alderantzizko funtzioa.
4. Konprobatu, ardatz beretan adierazten badira, funtzio baten grafikoa eta bere alderantzizkoarena y = x zuzenarekiko simetrikoak direla.

   a) $y = e^x$

   b) $y = \sin x$

   c) $y = \tan x$

   d) $y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

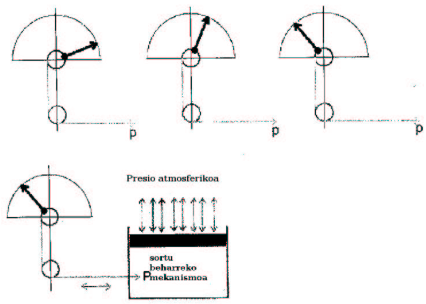
   e) $y = \ cosx$

   f) $y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

3.10. Ariketa Barometro baten mekanismoaren eredu bat eraiki (ikusi irudiak). P-tik hari batetik tiratuz, orratza posizioz aldatzen da. P-ren ibilbide horizontalak zirkunferentzia erdia ibilarazi behar du.

Ondoren, sortu mekanismo bat presio atmosferikoak eragindako desplazamendu bertikala P-ren mugimendu horizontalean bilakatzeko.

3.11. Ariketa Barometro baten mekanismoaren eredu bat eraiki (ikusi (3.4 irudiak). P-tik hari batetik tiratuz, orratza posizioz aldatzen da. P-ren ibilbide horizontalak zirkunferentzia erdia ibilarazi behar du.



3.4 Irudia: (3.11) ariketari dagokion adierazpena

Ondoren, sortu mekanismo bat presio atmosferikoak eragindako desplazamendu bertikala P-ren mugimendu horizontalean bilakatzeko.

3.2 Limiteak.

3.12. Ariketa Frogatu ondorengo baieztapena: "$y(x)$-en limitea $x = a$ puntuan, L, 0 ez bada, orduan existitzen da a-ren ingurune bat non $f(x)$-ek L-ren zeinu bera duen". Zer gertatzen da limitea 0 bada? Emaitza hauek grafikoki adierazi.

3.13. Ariketa Demagun $\{a_n\}$ L-rantz doala. $\{y(a_n)\}$ segidaren konbergentzia aztertu hurrengo $y(x)$ funtzioetarako:

a) $L = \pi/2, \qquad y = x^3 \mathrm{e}^x \sin x$

b) $L = 3, \qquad y = \begin{cases} 1 & x < 3 \\ 2 & x > 3 \end{cases}$

c) $L = 0, \qquad y = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x > 0 \end{cases}$

3.14. Ariketa Hurrengo funtzioetarako aztertu $\epsilon - \delta$ baldintza modu honetan:

1. Aukeratu $x = a$ puntu bat.

2. Aztertu $\epsilon - \delta$ baldintza modu esperimentalean. Baldintza hori betetzen ez bada, kalkulatu ϵ-en balio bat δ existituko ez dena.

3. Kalkulatu δ-ren balioa (existitzekotan) ϵ-en balio batzuetarako. Eraiki bi zutabeko taula (ϵ eta δ).

4. Aukeratu $x = b$ beste puntu bat. Aurreko taula begiratuz, ϵ-en balio berdinerako, balio al digu δ-ren balio berak? Zein ondorio atera daiteke?

a) $y = \sin x$

b) $y = \begin{cases} x^3 - 5 & x < 3 \\ x^2 + 13 & x > 3 \end{cases}$

c) $u(r) = \begin{cases} x^3 - 5 & x < 3 \\ x^2 + 12.5 & x > 3 \end{cases}$

3.3 Jarraitasuna

3.15. Ariketa Adierazi grafikoki hurrengo funtzioak eta aztertu beraien jarraitasuna a eta b parametroen arabera.

1. $z(y) = \begin{cases} y^3 & y \leq 2 \\ ay^2 & y > 2 \end{cases}$

2. $u(r) = \begin{cases} 2 & r \leq -1 \\ ar + b & r > 1 \end{cases}$

3. $v(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - a^2}{x - a} & x \leq a \\ 8 & x > a \end{cases}$

3.16. Ariketa Demagun Barne Departamentuak urtero konfiskatzen duen droga ilegal portzentaia, p, eta horrek dakarren kostea milioitan, K, hurrengo moduan erlazionatzen direla:

$$p = \frac{100K}{K+500}$$

1. Adierazi grafikoki $p(K)$ eta $K(p)$.
2. Aztertu K-ren jokaera p 100-era hurbiltzen doan heinean.
3. Posible al da edozein p droga portzentaia konfiskatzea?
4. Demagun Departamentuak urtean %60 eta %65 arteko droga konfiskatzeko helburua jartzen duela. Frogatu, aurreko erlazioa erabiliz, helburua bete daitekeela.

3.17. Ariketa Frogatu 1 edo 5 cm arteko erradioa duten esfera guztien artetik existitzen dela 275 cm^3-tako bolumena duena.

3.18. Ariketa Frogatu $y(x) = \cos x - \sin x$ funtzioa $[0,1]$ tartean dagoen z puntuan anulatzen dela. Aurkitu z-ren balioaren hurbilpena.

3.19. Ariketa Hozkailuan eta labean plater bana dauzkagu. Minutu batzuen ondoren, plateren kokapena elkartrukatzen ditugu. Momenturen batean izango al dute biek tenperatura bera?

3.20. Ariketa Izan bedi $p(t) = t^5 - 4t^2 + 1$ funtzioa. R altuera batean zuzen horizontal bat marraztu, R -1.5 eta 16 arteko zenbaki bat izanik. Frogatu zuzen horrek $p(t)$-ren grafikoa ebakitzen duela.

3.21. Ariketa Demagun ur depositu bat daukagula eta iturri ireki batetik husten ari garela. Iritsiko al da momenturik depositruan hasieran zegoen uraren erdia egongo dena? Demagun orain ura depositruan izoztu egin dela eta izotza zatitan moztuz husten ari garela. Erantzun aurreko galdera bera. Eraiki egoera bakoitzaren eredu grafiko bana.

3.4 Deribagarritasuna

3.22. Ariketa Estimatu $y'(x)$-en balioak hurrengo puntuetan, $y(x)$-en ondoko grafikoa erabiliz.

a) $x = -2$

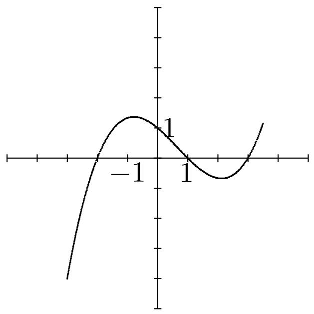
b) $x = -1$

c) $x = 0$

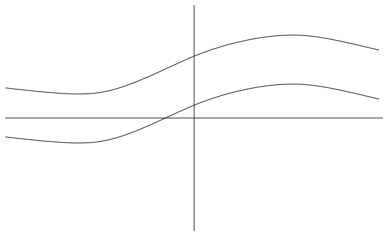
d) $x = 1.5$

e) $x = 2$

f) $x = 3$



3.23. Ariketa (3.5) irudian $z(r)$eta $u(r)$ funtzioen grafikoak ageri dira. Adierazi grafikoki $v(r) = z(r) - u(r)$ funtzioa. Zein da $v(r)$-ren aldaketa erritmoa?



3.5 Irudia: (3.23) ariketari dagokion adierazpena

3.24. Ariketa $s(z)$ funtzioaren grafikoa emanda, (3.6) irudia, marraztu hurrengo baldintzak betetzen dituen $u(z)$funtzioaren grafikoa:

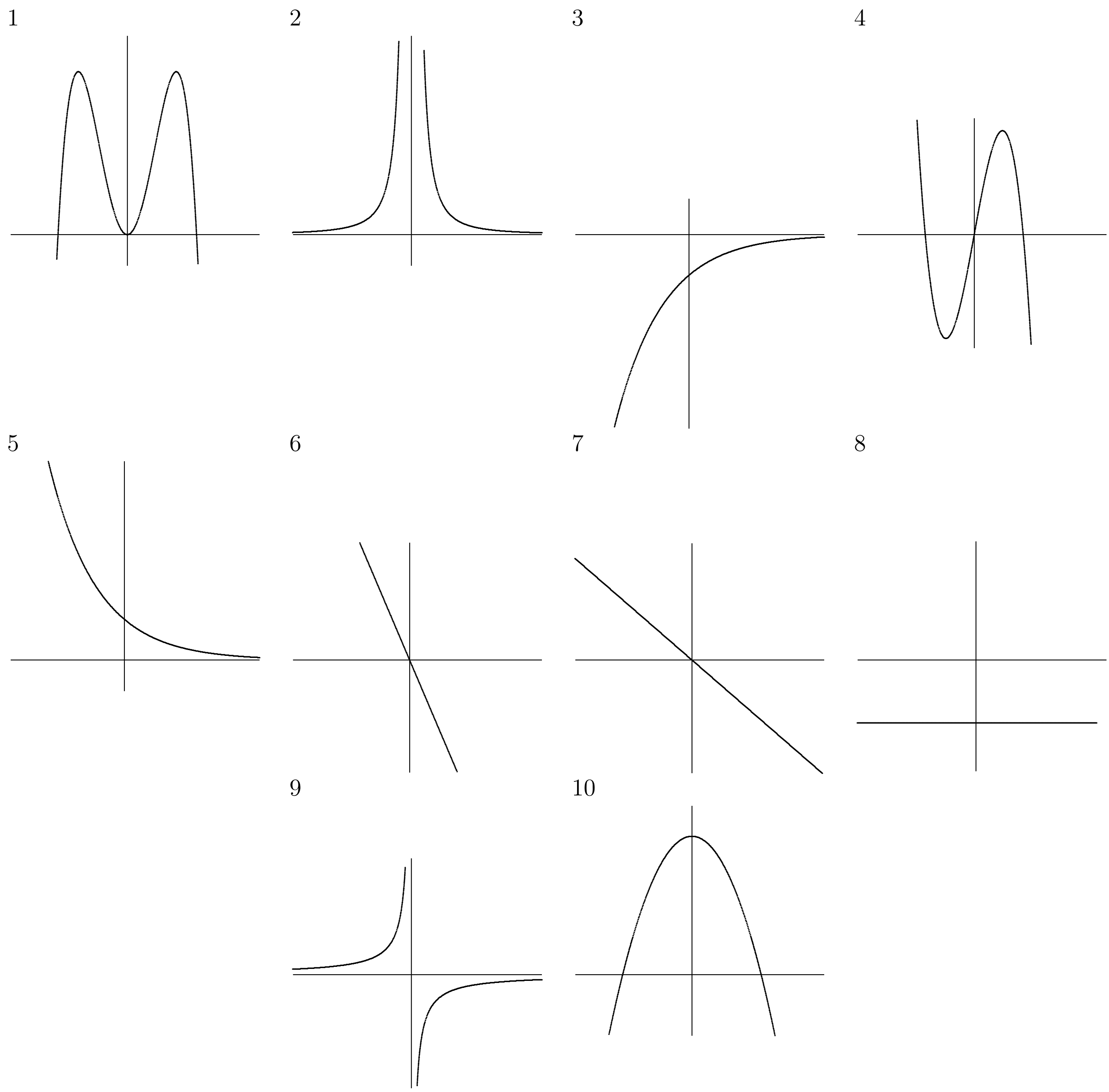
a) $s'(z) = u'(z)$, edozein z-rako.

b) $u(-1) = 0$

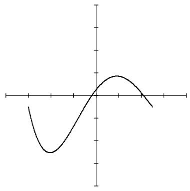
Bakarra al da $u(z)$ funtzioa?

3.25. Ariketa (3.1) taulan dauden hamar irudietan 5 funtzioren eta beraien deribatuen grafikoak daude. Zein da funtzio bakoitzaren deribatuaren grafikoa? Lor al dezakezu funtzio bakoitzaren adierazpen analitikoaren hurbilpenen bat?

3.26. Ariketa Hurrengo deskribapen bakoitzerako:1) Agertzen diren aldagaia esanahia adierazi; 2) marraztu deskribapena betetzen duen funtzioaren grafikoa; 3) esplikatu deskribapenak deribatuari buruz dioena.



3.1 Taula: (3.25) ariketari dagozkion adierazpenak



3.6 Irudia: (3.24) ariketari dagokion adierazpena

a) Zenbat eta produktu gehiago fabrikatu orduan eta prezio txikiagoa izango du produktuak.

b) Azken hiru orduetan gaixo baten tenperatura igotzen joan da, baina azken ordubetean mantsoago, antibiotiko bat eman zaiolako.

c) Mediku aseguruaren kostea erritmo konstantean igotzen da.

d) Autoa balaztatzen joan da, gelditu arte.

3.27. Ariketa Tanke esferiko bat urez betetzen ari gara, erritmo konstantean. Izan bedi $V(t)$ t une bakoitzeko uraren bolumena eta $H(t)$ lortzen duen altuera.

1. Interpretatu dV/dt eta dH/dt.
2. dH/dt-ren balioa handitzen doa ala txikitzen?

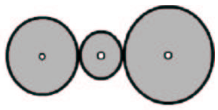
3.28. Ariketa Frogatu funtzio bat deribagarria bada $x = a$ puntuan, jarraitua dela puntu horretan, baina alderantzizkoa ez dela betetzen orokorrean. LAGUNTZA: Existitzen bada

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

orduan zenbakitzailea 0-runtz doa.

3.29. Ariketa Boyle-ren legea: gas baten tenperatura konstante mantentzen bada, bere presioa alderantziz proportzionala da bolumenarekiko. Frogatu presioaren abiadura-aldaketa alderantziz proportzionala dela bolumenaren karratuarekiko.

3.30. Ariketa Hiru gurpil ditugu, (3.7) irudian agertzen diren bezala elkartuta. Bat biratzen denean, beste biak bírarazten ditu. Kalkulatu gurpil bakoitzaren biraketa abiadura, beste bienaren arabera. Demagun erdiko gurpilak 12 bira segundoko ematen dituela. Kalkulatu biraketa abiadura beste bi gurpilen denboraren arabera.

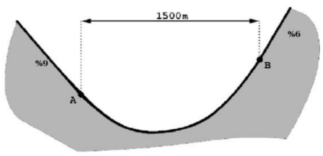


3.7 Irudia: (3.30) ariketari dagokion adierazpena

3.31. Ariketa Odolaren abiadura, S, arteriaren zentrorainoko r distantziaren menpean (cm/s), hurrengo funtzioaren bidez adieraz daiteke: $S(r) = K(R^2 - r^2)$, K konstante bat izanik eta R arteriaren erradioa. Botika bat hartzean R erritmo konstantean (denboraren arabera) dilatatzen da. Kalkulatu S-ren erritmo aldaketa denboraren arabera. Hurrengo datuekin aplikatu: $K = 1.76x10^{-5}$, $R = 1.2x10^{-2}$, dilatazio erritmoa $R = 10^{-5}$.

3.32. Ariketa Globo baten barruan airea loratzen da, 4.5 litro minutuko. Zein abiaduratan aldatzen da globoaren erradioa, erradioak 20 cm neurtzen duen momentuan?

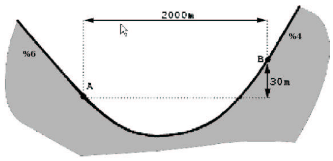
3.33. Ariketa Autopistako hiru zati eraiki nahi dira; horietako bi zuzenak dira, %9 eta %6ko maldekin, hurrenez hurren, eta erdiko zatia parabolikoa da (ikus (3.8) irudia). Kalkulatu hiru zatien ekuazioak.



3.8 Irudia: (3.33) ariketari dagokion adierazpena

3.34. Ariketa Demagun autopista bat eraikitzeko haran bat salbatu behar dela. Haranaren hegalak zati zuzenak dira %6 eta %4ko maldak dituztenak (ikus(3.9) irudia). Hasera batean A eta B puntuak elkartzen dituen zatia ibilbide parabolikoarekin eraikitzea pentsatu zen, aurreko ariketan bezala, baina azkenean ideia hori baztertu zuten. Zergatik? Beraz, zein ezberdintasun dago aurreko ariketa eta honen artean? Azkenean ibilbide kubiko bat egin zuten. Kalkulatu bere ekuazioa.

3.35. Ariketa Azter dezagun$v(t)$ abiaduran erortzen den objektuaren bi eredu. Hurrengoak dira:



3.9 Irudia: (3.34) ariketari dagokion adierazpena

1. $v(t) = gt$
2. $v(t) = \frac{g}{k}(1 - \mathrm{e}^{-kt}, \quad k > 0$, objektua erortzen den ingurune fisikoaren dentsitatearen araberakoa den konstantea izanik.
   (a) Bi ereduen adierazpen grafikoa egin (2. ereduan k balio zehatz batzuetarako adierazpena eman).
   (b) Aztertu k parametroaren esanahia 2. ereduan. Noiz esan daiteke bi ereduak antzekoak direla? Noiz uste duzu erabili ahal izango dela 1.go eredua? k oso handi baterako zein izango da 2. ereduko iragarpena? Erantzun hori logikoa al da?
   (c) 2. eredua ez dago definituta $k = 0$puntuan, baina jakin daiteke eredua zein baliora hurbiltzen den k 0runtz doanean. Egin kalkulu hori eta aztertu erantzuna.
   (d) Ikus dezagun orain zein ezberdintasun dagoen bi ereduen konbergentzien artean. Horretarako e^x funtzioaren serie bidezko garapena erabili:
   $$^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad -\infty < x < \infty (\text{ordezkatu} - ktx\text{-en lekuane}^{-kt} \text{ lortzeko})$$
   Zein ezberdintasun dago eredu bakoitzaren iragarpenen artean? Nola interpretatu daiteke diferentzia hori? Ohartu geroz eta eredu zehatzagoak eraiki daitezkeela, seriean batugai gehiago hartzen diren heinean.
   (e) Bi ereduetatik zein iruditzen zaizu osoena? Uste al duzu bi ereduetako batek objektu baten erorketaren fenomeno erreal zehatza adierazten duela? Zergatik? Orokorrean, edozein fenomeno fisiko emanda, objektuak mugimenduan, indarrak, gasak, likidoak etab., uste duzu eraiki daitekeela eredu matematiko bat, fenomeno baten garapena (modu zehatz batean) iragarriko duena?
   (f) Aztertu k-ren zein balio dagokion baliabide fisiko ezberdinei (ura, airea edo gas ezberdinak). Konparatu bi ereduak iragartzen dituzten abiadurak.

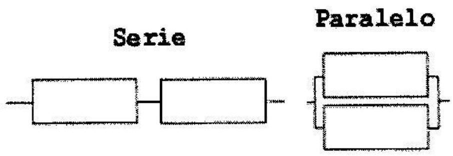
(g) Demagun objektua erortzen ari denean ingurune batetik beste dentsoago batera pasatzen dela. Adibidez, harri bat uretara erortzen uzten dugu. Uste duzu bere abiadura-funtzioa jarraitua izango dela? Deribagarria? Idatzi horri buru dituzun irudipenak eta, gero, egin analisia eta adierazpen grafikoa.

3.36. Ariketa Bi erresistentzia, R_1eta R_2, paraleloan konektatzen badira, erresistentzia erresultantearen R balioa hurrengo erlazioaren bidez adieraz daiteke:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Seriean konektatzen badira, berriz, erlazioa ondorengoa da: (3.10 irudia)

$$R = R_2 + R_1$$



3.10 Irudia: (3.36) ariketari dagokion adierazpena

Konexio mota bakoitzerako egin hurrengo analisia: Demagun R_1-ek eta R_2-k 50 eta 75 Ω/s balio dutela, hurrenez hurren. Zein da R-ren erritmo aldaketa? Demagun R_1 eta R_2 abiadura berdinean aldatzen direla. Aztertu R-ren erritmo aldaketa. Azken hipotesia mantenduz, demagun V tentsio senoidal bat aplikatzen dela 220V eta 50Hz-koa ($V(t) = 220 sin(100\pi t)$). Kalkulatu I intentsitatearen erritmo aldaketa (gogoratu $V = IR$ dela).

3.37. Ariketa $y(x)$ funtzioa emanik:

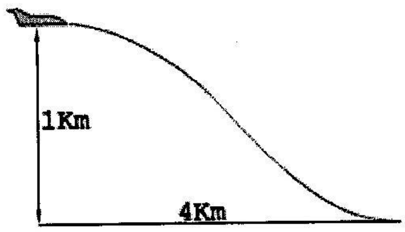
$$y(x) = \begin{cases} \ln(x) & 0 < x \leq 1 \\ ax^2 + bx - a - b & x > 1 \end{cases}$$

1. Frogatu y jarraitua dela x=1 puntuan, a eta b parametroen edozein baliotarako.

2. Saiatu a eta b-ri balio batzuk ematen, y funtzioa $x = 1$ puntuan deribagarria izan dadin.

3. Zehaztu a eta b-k bete behar duten baldintza funtzioa $x = 1$ puntua deribagarria izateko.

3.38. Ariketa Hegazkin bat lurreratzen hasten da, (3.11) irudian agertzen diren distantzietan. Hegazkinarentzat ibilbide kubiko bat diseinatzea erabaki da, $y(x) = ax3 + bx2 + dx + e$, edo bestela, ibilbide paraboliko bat, $y(x) = ax2 + bx + d$, orain dagoen posiziotik lur hartu arte.

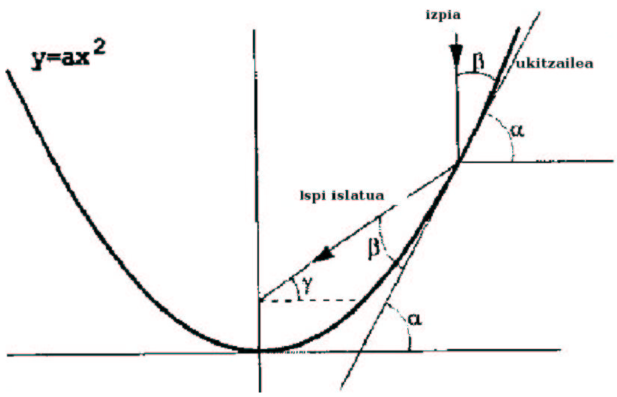


3.11 Irudia: (3.38) ariketari dagokion adierazpena

1. Aukeratu bi kurba motetatik egokiena iruditzen zaizuna eta kalkulatu bere koefizienteak.
2. Esplikatu dy/dx, dy/dt, dx/dt deribatuen esanahiak.
3. Grafiko bakarrean irudikatu $y(x)$ eta dy/dx funtzioak. Esplikatu $y(x)$ funtzioaren garapena dy/dx-ek ematen dizun informazioaren arabera.
4. Zein puntutan jaisten da azkarrago y x-en arabera? Demagun puntu horretan hegazkinaren abiadura horizontala 650 Km/h dela. Kalkulatu puntu horretako jaitsieraren abiadura bertikala denboraren menpean.

3.39. Ariketa Zergatik deitzen zaie satelite hartzaileak diren antenei "parabolikoak"? Hauxe da gertatzen dena: ardatz bertikalari paraleloa den izpi batek parabola ukitzen duen puntuko zuzen ukitzailearekin sortzen duen angelua, β, izpiak islatzean sortzen duen angeluaren berdina da (ikus (3.12) irudia). e)

1. Parabolaren ekuazioa $y = ax^2$ da. Kalkulatu (p, ap^2) puntuko zuzen ukitzailearen malda. Malda hori $m = tan\alpha$ da.
2. $\alpha + \beta = \pi/2$dela jakinik, badaukagu β-ren balioa.



3.12 Irudia: (3.39) ariketari dagokion adierazpena

3. α eta β ezagututa, kalkulatu γ. Frogatu $\tan\gamma = \tan(2\alpha - \pi/2)$ betetzen dela.

4. Beraz, izpi islatuaren malda $\tan\gamma = \tan(2\alpha - \pi/2)$ izango da.

5. Frogatu: $\tan\gamma = -tan(2\alpha) = 0.5(m - 1/m)$.

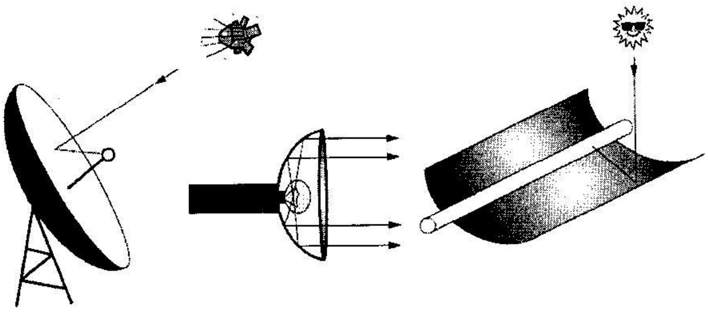
6. Kalkulatu izpi islatuaren ekuazioa.

7. Frogatu izpi horren eta OY ardatzaren arteko ebakidura $y = 0.24/a$dela. Beraz, ebakidura puntu horren posizioa beti berdina da, soilik parabolaren a parametroaren menpekoa da. Puntu horri parabolaren FOKOA deitzen zaio.

8. Orain demagun gure antena parabolikora iristen den izpia satelitearen seinale bat dela. Antena zuzendu da, datorren izpia ardatzari paraleloa izan dadin. Antenaren zein lekutan jarriko zenuke hartzailea?

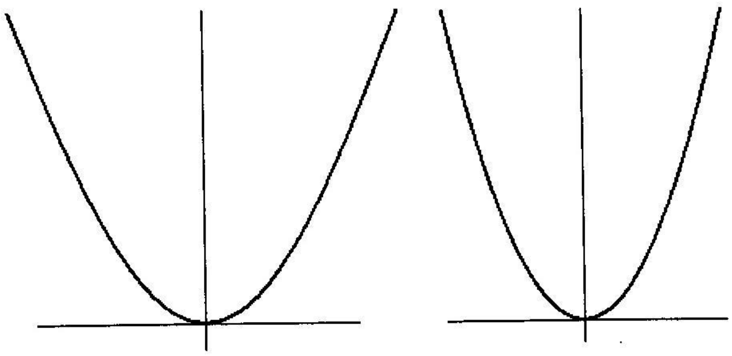
9. Parabolaren diametroa 60 cm-koa bada eta sakontasuna 12 cm-koa, kalkulatu hartzailea kokatu behar den lekua.

10. Ohartu printzipio bera linterna bat eraikitzeko erabil daitekeela, eta baita ura berotzeko sistema bat ere, sekzio parabolikoa duen txapa batekin, non txapa horrek ura doan ubide metaliko batera eguzki-izpiak islatzen dituen.



3.13 Irudia: (3.39. 10) ariketari dagokion adierazpena

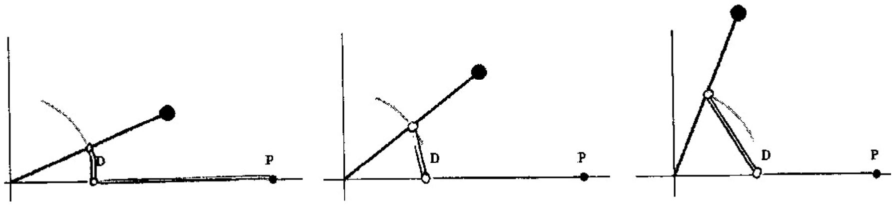
11. Azkenik, propietate berak parabola bat dena edo ez dena bereizteko balio digu. Bi kurba hauetariko bat ez da parabola bat. Eskuadra, kartaboia eta transportadorearen laguntzaz, esan zein den parabola.



3.14 Irudia: (3.39. 11) ariketari dagokion adierazpena

3.40. Ariketa Eraiki eskuko frenoaren eredu bat. Altzairuzko kable palanka bati lotuta, P puntura iristen da D orratzaren bidez (ikus3.15) irudia). Palankatik tiratzean kablea tenkatzen da eta P puntua gerturatzen da, eta suposatzen da frenoaren mekanismoa martxan jartzen duela.

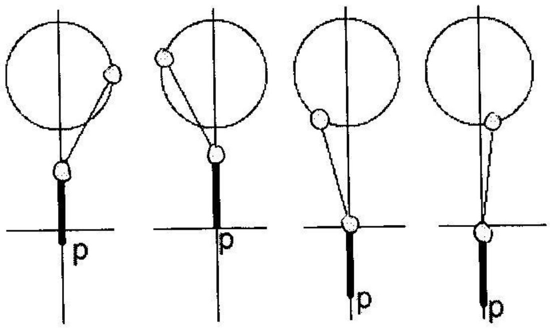
1. Kalkulatu eta adierazi P-ren posizioa palankaren θ posizioaren arabera.



3.15 Irudia: (3.40) ariketari dagokion adierazpena

2. Kalkulatu eta adierazi P-ren abiadura θ-rekiko.

3.41. Ariketa Josteko makina baten eredua eraiki. Aurkitu P orratzaren muturraren y ibilbidea, orratza uztai biratzaile batera, biela baten bidez, lotuta dagoela jakinik (ikus 3.16) irudia). Mekanismoaren parametro ezberdinei (uztaiaren erradioa, bielaren eta orratzaren luzera cm-tan) balioak eman behar zaizkie eta aurkitu $y(\theta)$, θ, zirkunferentziaren biraketa angelua izanik.



3.16 Irudia: (3.41) ariketari dagokion adierazpena

1. Irudikatu $y(\theta)$ eta $dy(\theta)/d\theta$. Azaldu $y(\theta)$ funtzioaren garapena $dy(\theta)/d\theta$-k ematen dizun informazioaren arabera.

2. Azelerazioaren adierazpen grafikoa eman $(d^2y(\theta)/d\theta^2)$. Garrantzitsua da azelerazioaren balioa ezagutzea ? bakoitzerako, josteko hariaren tentsioarekin lotura duelako.

Grafikoa ikusiz, zein da azelerazioaren balio maximoa? Zein ? puntuan lortzen da? Diseinatu makina azelerazio maximoak 1.46 cm/rad2 gainditu ez dezan.

3. Demagun uztaiak 150 r.p.s-ra biratzen duela (hau da,$\theta(t) = 300\pi Rt$). Zein da y-ren azelerazioa t-rekiko?

4. Demagun uztaiak 150 r.p.s-ra biratzen duela. Adierazi grafikoki $x(t)$ eta kalkulatu x-en abiadura tů-rekiko. Orokortu emaitza, edozein $\theta(t)$ hartuz. Aukeratu $\theta(t)$ funtzio ezberdinak (adibidez $\theta(t) = 2\pi RKt$, $\theta(t) = t^3$, $\theta(t) = \mathrm{e}^{-t}$, etab.). Aztertu nola eragiten dion aukeratutako $\theta(t)$ bakoitzak dx/dt abiadurari.