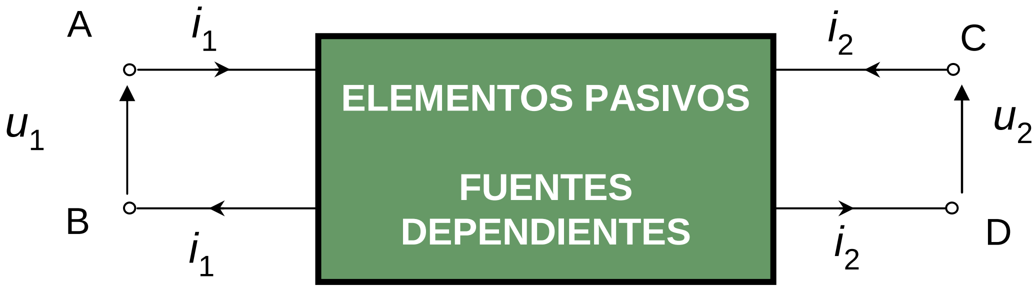
Tema 9: BIPUERTAS

NOTA: A lo largo de todo el tema se han tratado las variables como números complejos y se ha utilizado la notación vectorial. Sin embargo hay que recalcar que las mismas expresiones son válidas para cuando los circuitos sean alimentados por funciones distintas a las sinusoidales. Sin más que emplear valores instantáneos para definir las variables, e impedancias o admitancias operacionales para definir los elementos pasivos. Así en la primera diapositiva se han utilizado valores instantáneos para tensiones y corrientes.

- Diferenciar entre cuadripolos y bipuertas.
- Conocer las distintas formas de definir un bipuerta.
- Comentar que tipo de parámetros utiliza cada disciplina y el porqué de ello.
- Indicar las condiciones necesarias y o suficientes para que el bipuerta sea reciproco y simétrico.
- Saber obtener los equivalentes en “T” y “∏” del bipuerta.
- Conocer asociaciones más importantes de bipuertas.
- Asumir que todos los bipuertas no pueden definirse en cualquier tipo de parámetros.

Es aquel circuito con cuatro bornes accesibles en el que cumple, que la corriente que entra por el borne A (i_1) es la que sale por B y la que entra por C (i_2) sale por D. De modo que cada puerta es independiente.



La unión con el resto del circuito se hace a través de las puertas.

Las cuatro variables: $\boldsymbol{i_1}$, $\boldsymbol{i_2}$, $\boldsymbol{u_1}$, y $\boldsymbol{u_2}$ se relacionan entre si por medio de dos ecuaciones: las **ecuaciones características del cuadripolo**.

Los bipuertas sin fuentes en su interior son pasivos, los que tienen fuentes dependientes en su interior, son activos.

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{\underline{Z}}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{\underline{Z}}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{\underline{Z}}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{\underline{Z}}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

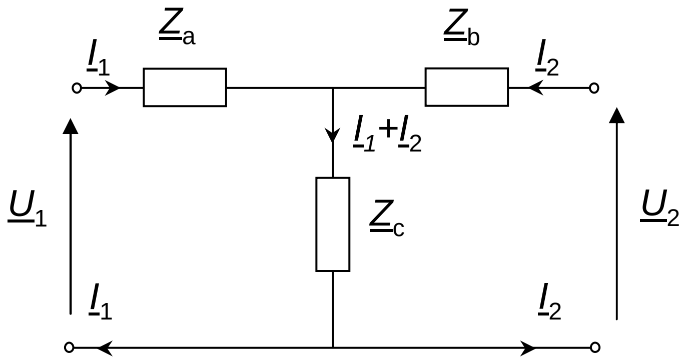
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{Z}}_{11} & \underline{\underline{Z}}_{12} \\ \underline{\underline{Z}}_{21} & \underline{\underline{Z}}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

Donde los elementos $\underline{\underline{Z}}_{ij}$ tienen unidad de impedancia, y se denominan ***parámetros Z*** o ***parámetros en circuito abierto***, ya que se pueden medir desde una de las puertas estando la otra a circuito abierto:

$$\underline{\underline{Z}}_{22} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} \qquad \underline{\underline{Z}}_{21} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{I}_2=0} \qquad \underline{\underline{Z}}_{12} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} \qquad \underline{\underline{Z}}_{11} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{I}_2=0}$$

El cuadripolo será recíproco si $\underline{\underline{Z}}_{12}=\underline{\underline{Z}}_{21}$ (los pasivos lo son siempre)
Si es simétrico, cumple que: $\underline{\underline{Z}}_{11}=\underline{\underline{Z}}_{22}$

Equivalente en T de bipuertas recíprocos.



$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_a \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_C \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) = (\underline{Z}_a + \underline{Z}_C) \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_C \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + \underline{Z}_b \cdot \underline{I}_2 = \underline{Z}_C \cdot \underline{I}_1 + (\underline{Z}_b + \underline{Z}_C) \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

Ecuaciones características del bipuerta:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

Comparando los coeficientes:

$$\begin{cases} \underline{Z}_a + \underline{Z}_C = \underline{Z}_{11} \\ \underline{Z}_C = \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_C = \underline{Z}_{21} \\ \underline{Z}_b + \underline{Z}_C = \underline{Z}_{22} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \underline{Z}_C = \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} \\ \underline{Z}_a = \underline{Z}_{11} - \underline{Z}_{21} \\ \underline{Z}_b = \underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{21} \end{cases}$$

Si además de ser recíproco es simétrico entre los parámetros del equivalente en T se cumple la siguiente relación: $\underline{Z}_a=\underline{Z}_b$

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

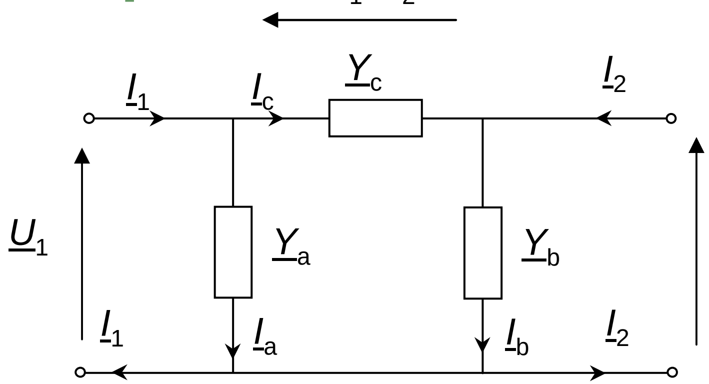
Los coeficientes $\underline{Y}$ij tienen unidad de admitancia y se denominan ***parámetros Y o parámetros de admitancia en cortocircuito***. Ya que se podrán medir desde una de las puertas cuando la otra está en cortocircuito. Así:

$$\underline{Y}_{11} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} \qquad \underline{Y}_{12} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} \qquad \underline{Y}_{21} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} \qquad \underline{Y}_{22} = \left.\frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0}$$

En bipuertas recíprocos: $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$

En bipuertas simétricos: $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{22}$

Equivalente en Π de bipuertas recíprocos.



$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_a \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_c \cdot (\underline{U}_1 - \underline{U}_2) = (\underline{Y}_a + \underline{Y}_c) \cdot \underline{U}_1 - \underline{Y}_c \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_b \cdot \underline{U}_2 + \underline{Y}_c \cdot (\underline{U}_2 - \underline{U}_1) = -\underline{Y}_c \cdot \underline{U}_1 + (\underline{Y}_b + \underline{Y}_c) \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$$

Ecuaciones características del bipuerta: $\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$

Comparando coeficientes: $\begin{cases} \underline{Y}_a + \underline{Y}_c = \underline{Y}_{11} \\ -\underline{Y}_c = \underline{Y}_{12} \\ -\underline{Y}_c = \underline{Y}_{21} \\ \underline{Y}_b + \underline{Y}_c = \underline{Y}_{22} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \underline{Y}_a = \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{21} \\ \underline{Y}_b = \underline{Y}_{22} + \underline{Y}_{21} \\ \underline{Y}_c = -\underline{Y}_{12} = -\underline{Y}_{21} \end{cases}$

Cuando el bipuerta es simétrico,entre los parámetros del equivalente en Π se da la siguiente relación: $\underline{Y}_a = \underline{Y}_b$

9.4 PARÁMETROS H O PARÁMETROS HÍBRIDOS.

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{h}_{11}\cdot\underline{I}_1 + \underline{h}_{12}\cdot\underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{h}_{21}\cdot\underline{I}_1 + \underline{h}_{22}\cdot\underline{U}_2 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{h}_{11} & \underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{21} & \underline{h}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

$\underline{h}_{11} = \left.\dfrac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_2=0}$ Impedancia de entrada, cuando la salida esta cortocircuitada.

$\underline{h}_{12} = \left.\dfrac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_1=0}$ Ganancia de tensión, cuando se alimenta desde la puerta 2.

$\underline{h}_{21} = \left.\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{U}_2=0}$ Ganancia de Corriente, cuando se alimenta desde la puerta 1.

$\underline{h}_{22} = \left.\dfrac{\underline{I}_2}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_1=0}$ Admitancia vista desde la puerta 2.

En bipuertas recíprocos: $\underline{h}_{12}=-\underline{h}_{21}$
En bipuertas simétricos: $\Delta h=1$; $(\underline{h}_{11}\cdot\underline{h}_{22}-\underline{h}_{12}\cdot\underline{h}_{21}=1)$.

9.4 PARÁMETROS G O PARÁMETROS HÍBRIDOS INVERSOS.

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{g}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{g}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{g}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{g}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{g}_{11} & \underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{g}_{11} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{I}_2=0}$$

Admitancia de entrada, cuando la salida está en circuito abierto.

$$\underline{g}_{12} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_1=0}$$

Ganancia de corriente cuando se alimenta por la puerta 2.

$$\underline{g}_{21} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{I}_2=0}$$

Ganancia de tensión cuando se alimenta por la puerta 1.

$$\underline{g}_{22} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_1=0}$$

Impedancia vista desde la puerta 2.

Cuando es recíproco: $\underline{g}_{12}=-\underline{g}_{21}$

Cuando es simétrico: $\Delta g=1$; $(\underline{g}_{11}\cdot\underline{g}_{22}-\underline{g}_{12}\cdot\underline{g}_{21}=1)$.

Los parámetros de transmisión $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, y $\underline{D}$, relacionan las variables del lado del generador $\underline{I}_1$ y $\underline{U}_1$ con las variables del lado de la carga $\underline{I}_2$ y $\underline{U}_2$.

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 - \underline{B} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{C} \cdot \underline{U}_2 - \underline{D} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix}}_{\text{Generador}} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{bmatrix}}_{\text{Receptor}} \qquad \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & -\underline{B} \\ \underline{C} & -\underline{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

Donde los parámetros $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, y $\underline{D}$ son como sigue:

$$\underline{A} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_2=0} \qquad \underline{B} = -\left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_2=0} \qquad \underline{C} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{I}_2=0} \qquad \underline{D} = -\left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_2=0}$$

Adimensional $\qquad \Omega \qquad \Omega^{-1} \qquad$ Adimensional

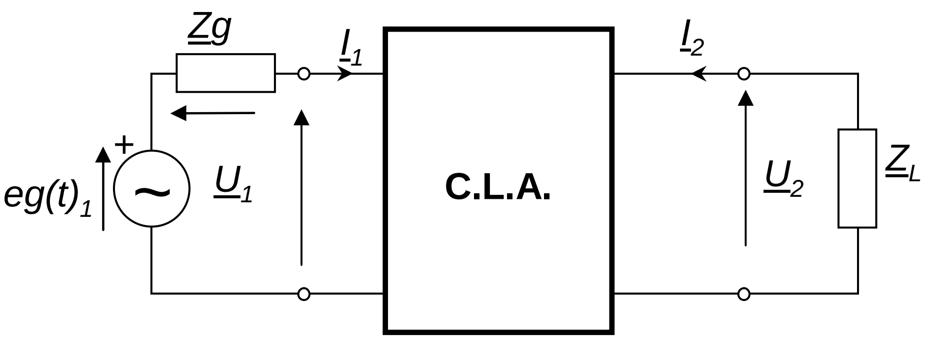
Si el bipuerta es recíproco cumple que: $\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1$

El bipuerta será simétrico si cumple que: $\underline{A} = \underline{D}$

Para definir el bipuerta debemos despejar cuatro incógnitas.
Disponemos de dos ecuaciones características del bipuerta:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases} \qquad \text{O} \qquad \begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$$

Las otras dos ecuaciones las obtendremos del circuito exterior:



$$\begin{cases} eg(t)_1 = \underline{Z}_g \cdot \underline{I}_1 + \underline{U}_1 \\ \\ 0 = \underline{U}_2 + \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

Ya tenemos cuatro ecuaciones para determinar las cuatro incógnitas y definir el bipuerta.

Se pueden obtener los parámetros Z a partir de los Y.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

Si aplicamos Cramer en el sistema anterior:

$$\underline{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \underline{U}_1 & \underline{Z}_{12} \\ \underline{U}_2 & \underline{Z}_{22} \end{vmatrix}}{\Delta \underline{Z}_Z} = \frac{\underline{Z}_{22}}{\Delta \underline{Z}_Z} \underline{U}_1 - \frac{\underline{Z}_{12}}{\Delta \underline{Z}_Z} \underline{U}_2 \qquad \underline{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{U}_1 \\ \underline{Z}_{21} & \underline{U}_2 \end{vmatrix}}{\Delta \underline{Z}_Z} = \frac{\underline{Z}_{11}}{\Delta \underline{Z}_Z} \underline{U}_2 - \frac{\underline{Z}_{21}}{\Delta \underline{Z}_Z} \underline{U}_1$$

Comparamos los valores de $\underline{I}_1$ e $\underline{I}_2$ obtenidas por Cramer con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$$

Podremos dar los valores de las admitancias $\underline{Y}$ en función de las $\underline{Z}$:

$$\underline{Y}_{11} = \frac{\underline{Z}_{22}}{\Delta \underline{Z}_Z} \qquad \underline{Y}_{12} = -\frac{\underline{Z}_{12}}{\Delta \underline{Z}_Z} \qquad \underline{Y}_{21} = -\frac{\underline{Z}_{21}}{\Delta \underline{Z}_Z} \qquad \underline{Y}_{22} = \frac{\underline{Z}_{11}}{\Delta \underline{Z}_Z}$$

Podremos obtener los parámetros Z a partir de los Y:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 = \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2 \end{cases}$$

Aplicamos Cramer al sistema anterior:

$$\underline{U}_1 = \frac{\begin{vmatrix} \underline{I}_1 & \underline{Y}_{12} \\ \underline{I}_2 & \underline{Y}_{22} \end{vmatrix}}{\Delta \underline{Y}_y} = \frac{\underline{Y}_{22}}{\Delta \underline{Y}_y} \underline{I}_1 - \frac{\underline{Y}_{12}}{\Delta \underline{Y}_y} \underline{I}_2 \qquad \underline{U}_2 = \frac{\begin{vmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{I}_1 \\ \underline{Y}_{21} & \underline{I}_2 \end{vmatrix}}{\Delta \underline{Y}_y} = \frac{\underline{Y}_{11}}{\Delta \underline{Y}_y} \underline{I}_2 - \frac{\underline{Y}_{21}}{\Delta \underline{Y}_y} \underline{I}_1$$

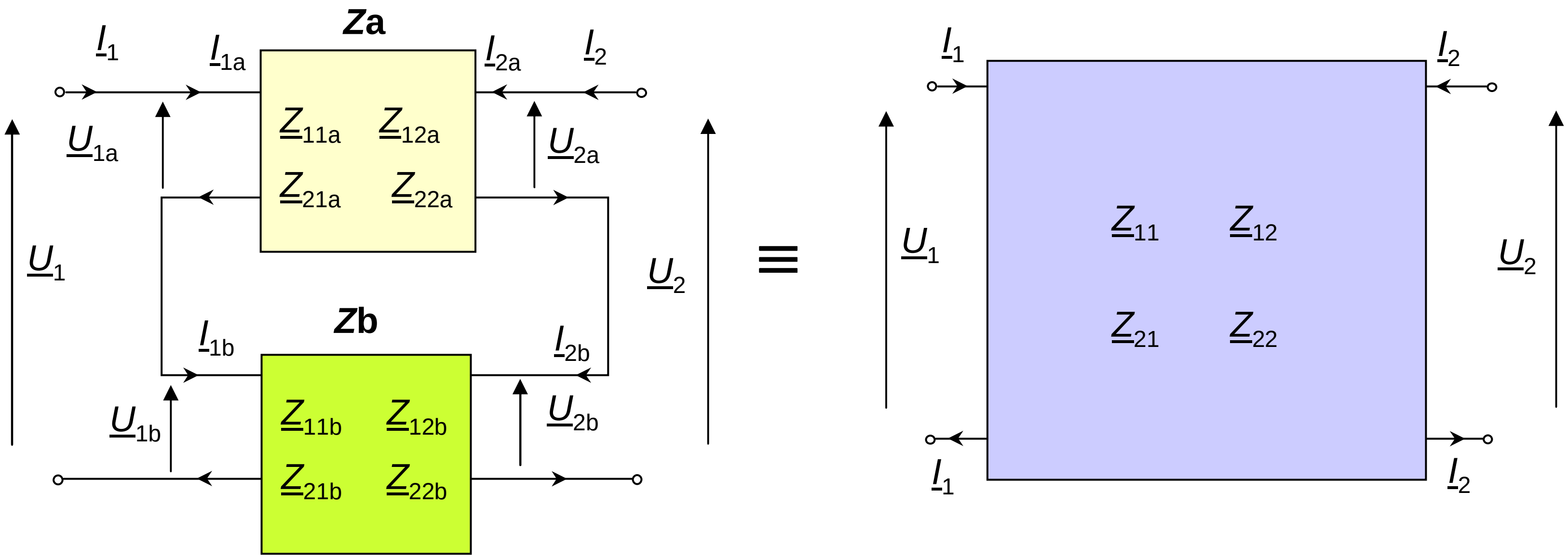
Comparamos los valores de $\underline{U}_1$ y $\underline{U}_2$ obtenidos por Cramer con las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = \underline{Z}_{21} \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{22} \cdot \underline{I}_2 \end{cases}$$

Se pueden dar los valore de las impedancias $\underline{Z}$ en función de las $\underline{Y}$:

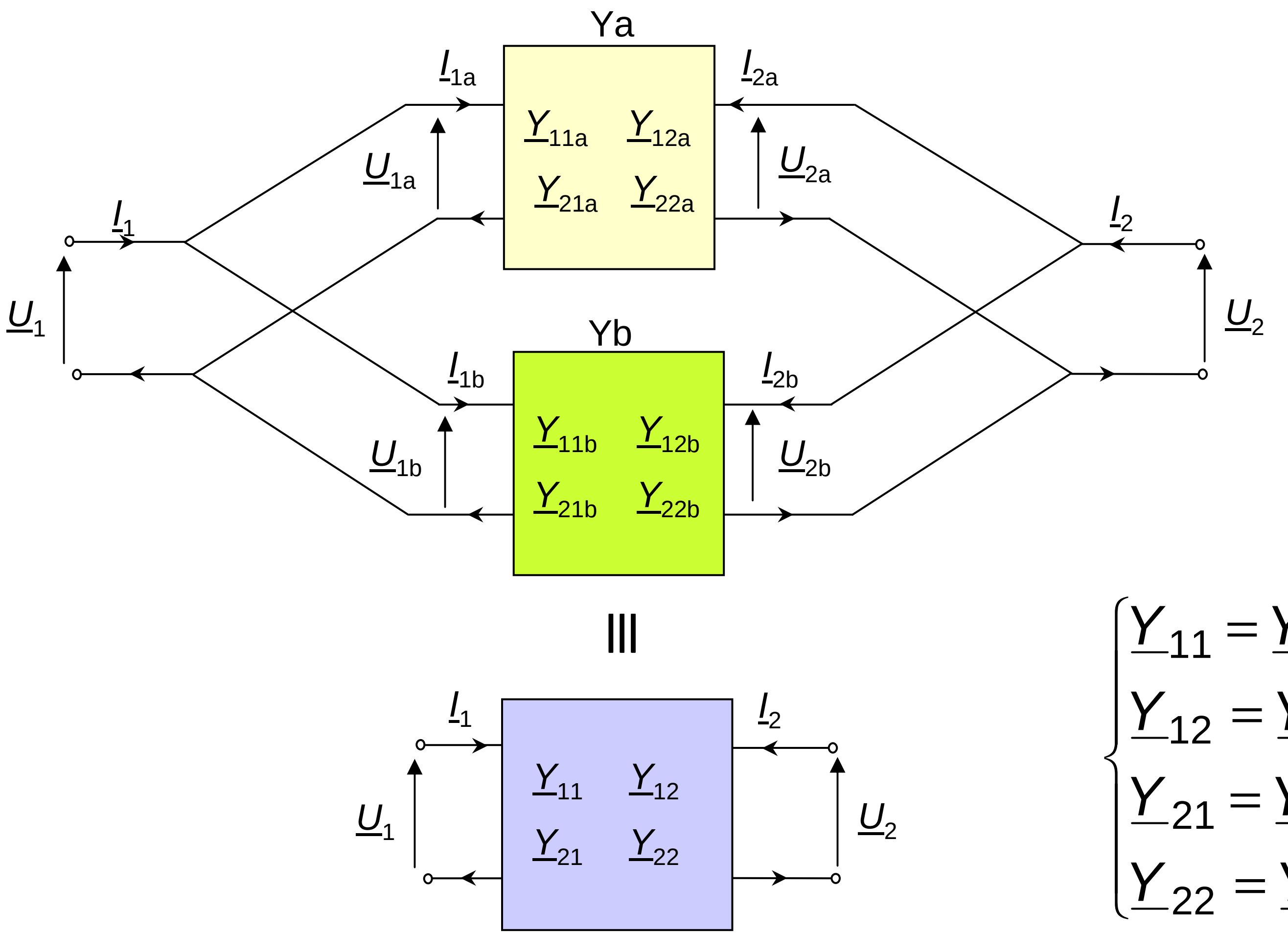
$$\underline{Z}_{11} = \frac{\underline{Y}_{22}}{\Delta \underline{Y}_Y} \qquad \underline{Z}_{12} = -\frac{\underline{Y}_{12}}{\Delta \underline{Y}_Y} \qquad \underline{Z}_{21} = -\frac{\underline{Y}_{21}}{\Delta \underline{Y}_Y} \qquad \underline{Z}_{22} = \frac{\underline{Y}_{11}}{\Delta \underline{Y}_Y}$$

9.1 CONEXIÓN SERIE:



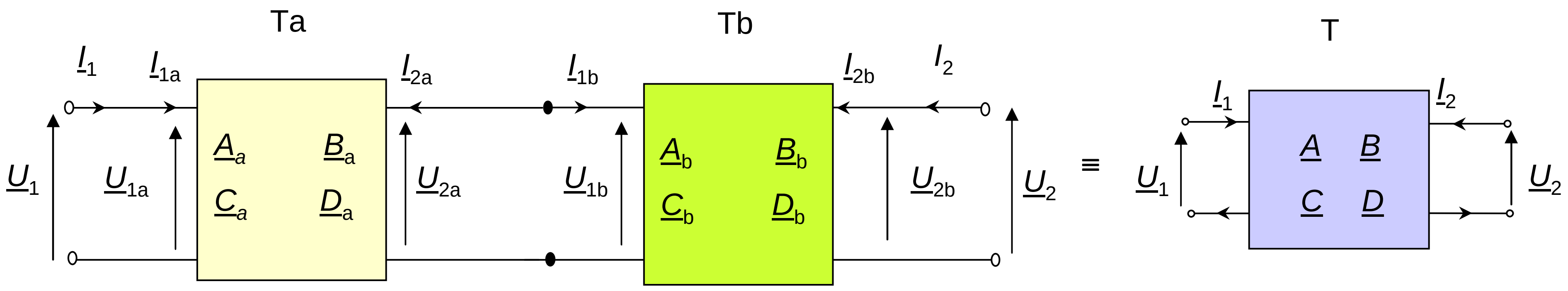
$$
\begin{cases}
\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{11a} + \underline{Z}_{11b} \\
\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{12a} + \underline{Z}_{12b} \\
\underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{21a} + \underline{Z}_{21b} \\
\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{22a} + \underline{Z}_{22b}
\end{cases}
$$

9.2 CONEXIÓN EN PARALELO:



$$
\begin{cases}
\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_{11a} + \underline{Y}_{11b} \\
\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{12a} + \underline{Y}_{12b} \\
\underline{Y}_{21} = \underline{Y}_{21a} + \underline{Y}_{21b} \\
\underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{22a} + \underline{Y}_{22b}
\end{cases}
$$

9.3 CONEXIÓN EN CASCADA:



$$\begin{cases} \underline{A} = \underline{A}_a \cdot \underline{A}_b + \underline{B}_a \cdot \underline{C}_b \\ \underline{B} = \underline{A}_a \cdot \underline{B}_b + \underline{B}_a \cdot \underline{D}_b \\ \underline{C} = \underline{C}_a \cdot \underline{A}_b + \underline{D}_a \cdot \underline{C}_b \\ \underline{D} = \underline{C}_a \cdot \underline{B}_b + \underline{D}_a \cdot \underline{D}_b \end{cases}$$

$$[\mathrm{T}] = [\mathrm{T}_a] \cdot [\mathrm{T}_b] = \begin{bmatrix} \underline{A}_a & \underline{B}_a \\ \underline{C}_a & \underline{D}_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{A}_b & \underline{B}_b \\ \underline{C}_b & \underline{D}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix}$$

9.10 RELACIÓN ENTRE LOS DISTINTOS TIPOS DE PARÁMETROS.

	Z		Y		h		g		T	
Z	$\underline{Z}_{11}$	$\underline{Z}_{21}$	$\frac{\underline{Y}_{22}}{\Delta Y}$	$\frac{-\underline{Y}_{21}}{\Delta Y}$	$\frac{\Delta h}{\underline{h}_{22}}$	$\frac{-\underline{h}_{21}}{\underline{h}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{g}_{11}}$	$\frac{\underline{g}_{21}}{\underline{g}_{11}}$	$\frac{\underline{A}}{\underline{C}}$	$\frac{1}{\underline{C}}$
	$\underline{Z}_{12}$	$\underline{Z}_{22}$	$\frac{-\underline{Y}_{12}}{\Delta Y}$	$\frac{\underline{Y}_{11}}{\Delta Y}$	$\frac{\underline{h}_{12}}{\underline{h}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{h}_{22}}$	$\frac{-\underline{g}_{12}}{\underline{g}_{11}}$	$\frac{\Delta g}{\underline{g}_{11}}$	$\frac{\Delta T}{\underline{C}}$	$\frac{\underline{D}}{\underline{C}}$
Y	$\frac{\underline{Z}_{22}}{\Delta Z}$	$\frac{-\underline{Z}_{21}}{\Delta Z}$	$\underline{Y}_{11}$	$\underline{Y}_{21}$	$\frac{1}{\underline{h}_{11}}$	$\frac{\underline{h}_{21}}{\underline{h}_{11}}$	$\frac{\Delta g}{\underline{g}_{22}}$	$\frac{-\underline{g}_{21}}{\underline{g}_{22}}$	$\frac{\underline{D}}{\underline{B}}$	$\frac{-1}{\underline{B}}$
	$\frac{-\underline{Z}_{12}}{\Delta Z}$	$\frac{\underline{Z}_{11}}{\Delta Z}$	$\underline{Y}_{12}$	$\underline{Y}_{22}$	$\frac{-\underline{h}_{12}}{\underline{h}_{11}}$	$\frac{-\Delta h}{\underline{h}_{11}}$	$\frac{\underline{g}_{12}}{\underline{g}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{g}_{22}}$	$\frac{-\Delta T}{\underline{B}}$	$\frac{\underline{A}}{\underline{B}}$
h	$\frac{\Delta Z}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{-\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{Y}_{11}}$	$\frac{\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{11}}$	$\underline{h}_{11}$	$\underline{h}_{21}$	$\frac{\underline{g}_{22}}{\Delta g}$	$\frac{\underline{g}_{21}}{\Delta g}$	$\frac{\underline{B}}{\underline{D}}$	$\frac{-1}{\underline{D}}$
	$\frac{\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{Z}_{22}}$	$\frac{-\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{11}}$	$\frac{\Delta Y}{\underline{Y}_{11}}$	$\underline{h}_{12}$	$\underline{h}_{22}$	$\frac{\underline{g}_{12}}{\Delta g}$	$\frac{1}{\Delta g}$	$\frac{\Delta T}{\underline{D}}$	$\frac{\underline{C}}{\underline{D}}$
g	$\frac{1}{\underline{Z}_{11}}$	$\frac{\underline{Z}_{21}}{\underline{Z}_{11}}$	$\frac{\Delta Y}{\underline{Y}_{22}}$	$\frac{-\underline{Y}_{21}}{\underline{Y}_{22}}$	$\frac{\underline{h}_{22}}{\Delta h}$	$\frac{-\underline{h}_{21}}{\Delta h}$	$\underline{g}_{11}$	$\underline{g}_{21}$	$\frac{\underline{C}}{\underline{A}}$	$\frac{1}{\underline{A}}$
	$\frac{-\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{11}}$	$\frac{\Delta Z}{\underline{Z}_{11}}$	$\frac{\underline{Y}_{12}}{\underline{Y}_{22}}$	$\frac{1}{\underline{Y}_{22}}$	$\frac{-\underline{h}_{12}}{\Delta h}$	$\frac{\underline{h}_{11}}{\Delta h}$	$\underline{g}_{12}$	$\underline{g}_{22}$	$\frac{-\Delta T}{\underline{A}}$	$\frac{\underline{B}}{\underline{A}}$
T	$\frac{\underline{Z}_{11}}{\underline{Z}_{21}}$	$\frac{1}{\underline{Z}_{21}}$	$\frac{-\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}}$	$\frac{-\Delta Y}{\underline{Y}_{21}}$	$\frac{-\Delta h}{\underline{h}_{21}}$	$\frac{-\underline{h}_{22}}{\underline{h}_{21}}$	$\frac{1}{\underline{g}_{21}}$	$\frac{\underline{g}_{11}}{\underline{g}_{21}}$	$\underline{A}$	$\underline{C}$
	$\frac{\Delta Z}{\underline{Z}_{21}}$	$\frac{\underline{Z}_{22}}{\underline{Z}_{21}}$	$\frac{-1}{\underline{Y}_{21}}$	$\frac{-\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{21}}$	$\frac{-\underline{h}_{11}}{\underline{h}_{21}}$	$\frac{-1}{\underline{h}_{21}}$	$\frac{\underline{g}_{22}}{\underline{g}_{21}}$	$\frac{\Delta g}{\underline{g}_{21}}$	$\underline{B}$	$\underline{D}$

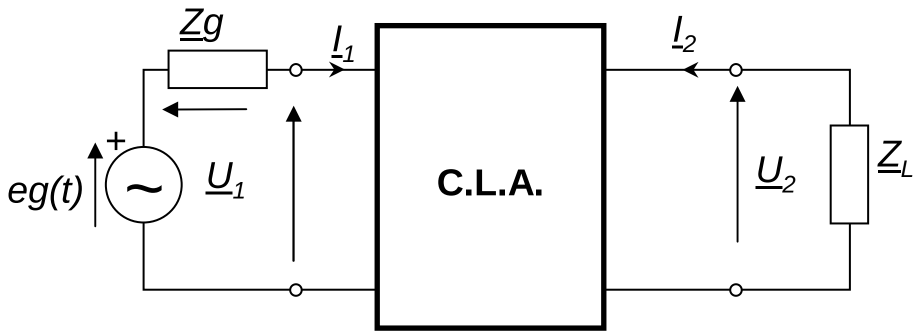
$$\Delta h = \begin{vmatrix} \underline{h}_{11} & \underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{21} & \underline{h}_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta T = \begin{vmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{vmatrix}$$

$$\Delta g = \begin{vmatrix} \underline{g}_{11} & \underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta Z = \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{vmatrix}$$



$\underline{E}$g: Tensión interna de la fuente.
$\underline{Z}$g: Impedancia interna de la fuente.
$\underline{Z}_L$: Impedancia de carga.

1. Impedancia de entrada : $\underline{Z}_{IN} = \dfrac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$ o Admitancia de entrada: $\underline{Y}_{IN} = \dfrac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}$

2. Corriente de salida: $\underline{I}_2$

3. Equivalente de Thevenin respecto de la puerta 2

4. Ganancia de Corriente. $= \dfrac{I_2}{I_1}$

5. Ganancia de Tensión. $= \dfrac{U_2}{U_1}$

6. Ganancia de Voltaje. $= \dfrac{U_2}{eg}$

9.12 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto y otros, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid 1990. Tema XXIX, XXX.
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. El autor, Madrid 1970. Capitulo XIII, lección 37.
- Hugh Hildreth Skilling, Circuitos en Ingeniería Eléctrica, Johm Wiley, New York 1966. Capítulo 18.
- W.H. Hayt y J.E. Kennerly, Análisis de Circuitos en Ingeniería, Ediciones del Castillo, Madrid 1966. Capítulo 17.
- W. Warzanskyj, Análisis de Circuitos, E.T.S. Ingenieros Telecomunicación Madrid 1977. Capítulos 12 y13.
- Z. Aginako y otros, Zirkuituen Teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2006. 7. atala.
- P. Sánchez Barrios y otros, Teoría de Circuitos, Pearson Educación, Madrid 2007. Capitulo 2.
- J.A. Edminister, M. Nahvi, Circuitos Eléctricos (Problemas resueltos) McGraw Hill, Madrid 1997. Capítulo 13.
- UNE-EN 60375: 2004. Convenios relativos a los circuitos Eléctricos y magnéticos.
- UNE 21302-131 Vocabulario electrotécnico. Parte 131: Teoría de Circuitos.