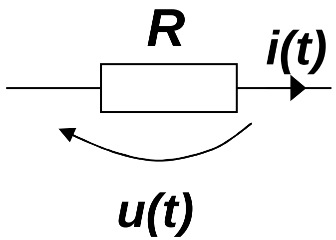
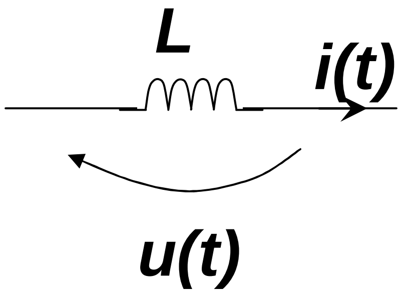
Tema 3: TOPOLOGIA Y DUALIDAD

3.0 OBJETIVOS

- Observar que el operador D=d/dt es lineal pero no conmutativo, así como las implicaciones que ello conlleva.
- Razonar sobre la importancia de la Topología de redes en la obtención de un sistema lineal de ecuaciones independientes.
- Conocer la diferencia entre circuito espacial y circuito plano.
- Entender el porqué solo existen mallas en circuitos planos.
- Definir de forma univoca los distintos conceptos topológicos de una red, así como la norma que los regula.
- Distinguir entre circuitos análogos, duales e inversos.
- Saber construir el circuito dual y el inverso de uno dado.



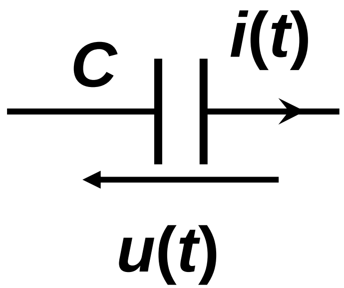
$$u(t) = R \cdot i(t) \qquad u(t) = R \cdot i(t)$$



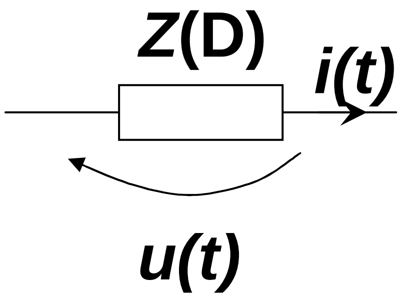
$$u(t) = L \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$$

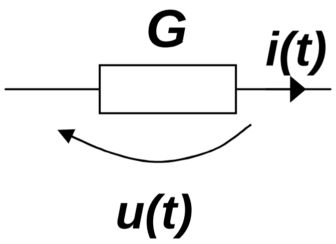
$$u(t) = L\mathrm{D} \cdot i(t)$$



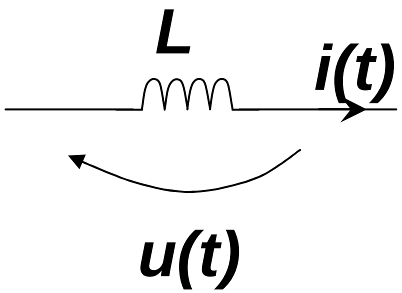
$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_{-\infty}^{t} i(t) \cdot \mathrm{d}t \qquad u(t) = \frac{1}{C\mathrm{D}} \cdot i(t)$$



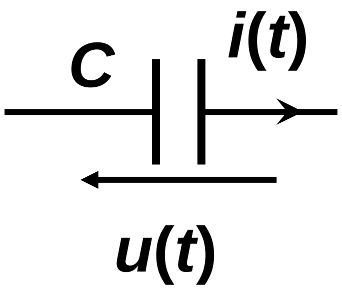
$$u(t) = Z(\mathrm{D}) \cdot i(t) \Rightarrow Z(\mathrm{D}) = \begin{matrix} R \\ L\mathrm{D} \\ \dfrac{1}{C\mathrm{D}} \end{matrix}$$



$$i(t) = G \cdot u(t)$$



$$i(t) = \frac{1}{L} \cdot \int_{-\infty}^{t} u(t) \cdot \mathrm{d}t$$



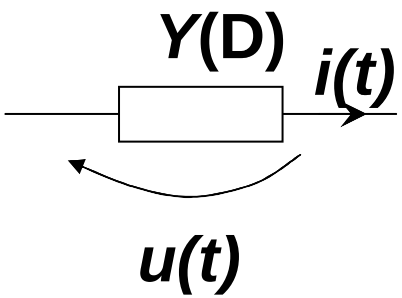
$$i(t) = C \cdot \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathrm{D} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$$

$$i(t) = G \cdot u(t)$$

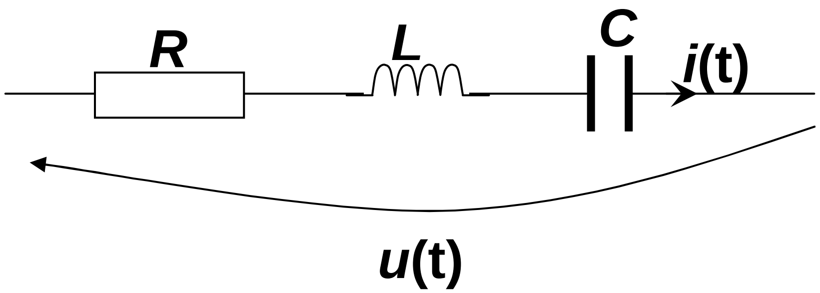
$$i(t) = \frac{1}{L\mathrm{D}} \cdot u(t)$$

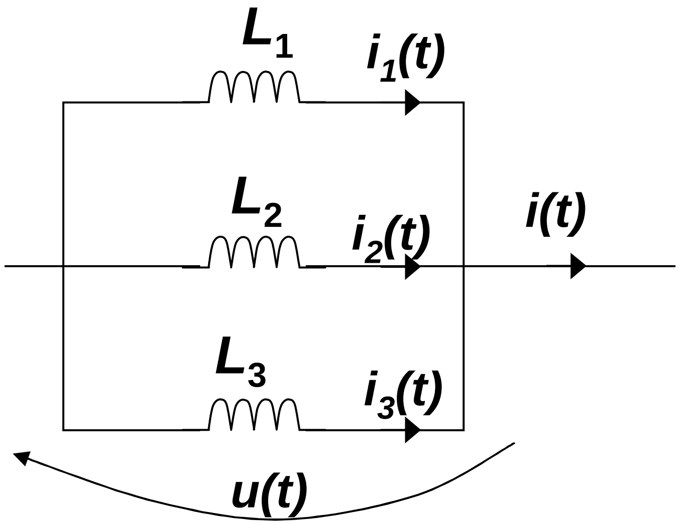
$$i(t) = C\mathrm{D} \cdot u(t)$$

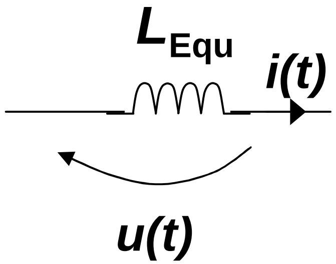


$$i(t) = Y(\mathrm{D}) \cdot u(t) \Rightarrow Y(\mathrm{D}) = \begin{matrix} G \\ C\mathrm{D} \\ \dfrac{1}{L\mathrm{D}} \end{matrix}$$

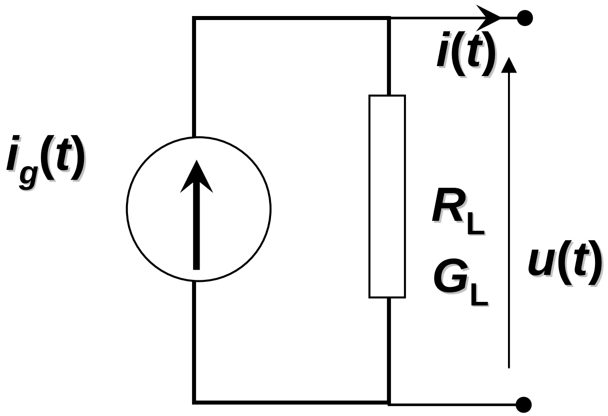
RAMA r_i



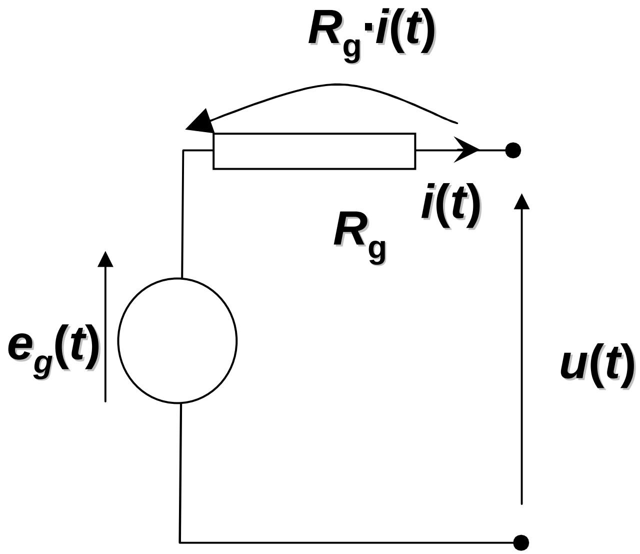




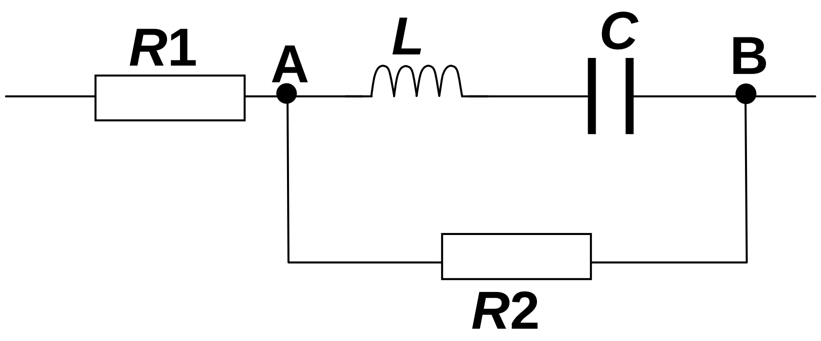
RAMAS PASIVAS



RAMAS ACTIVAS

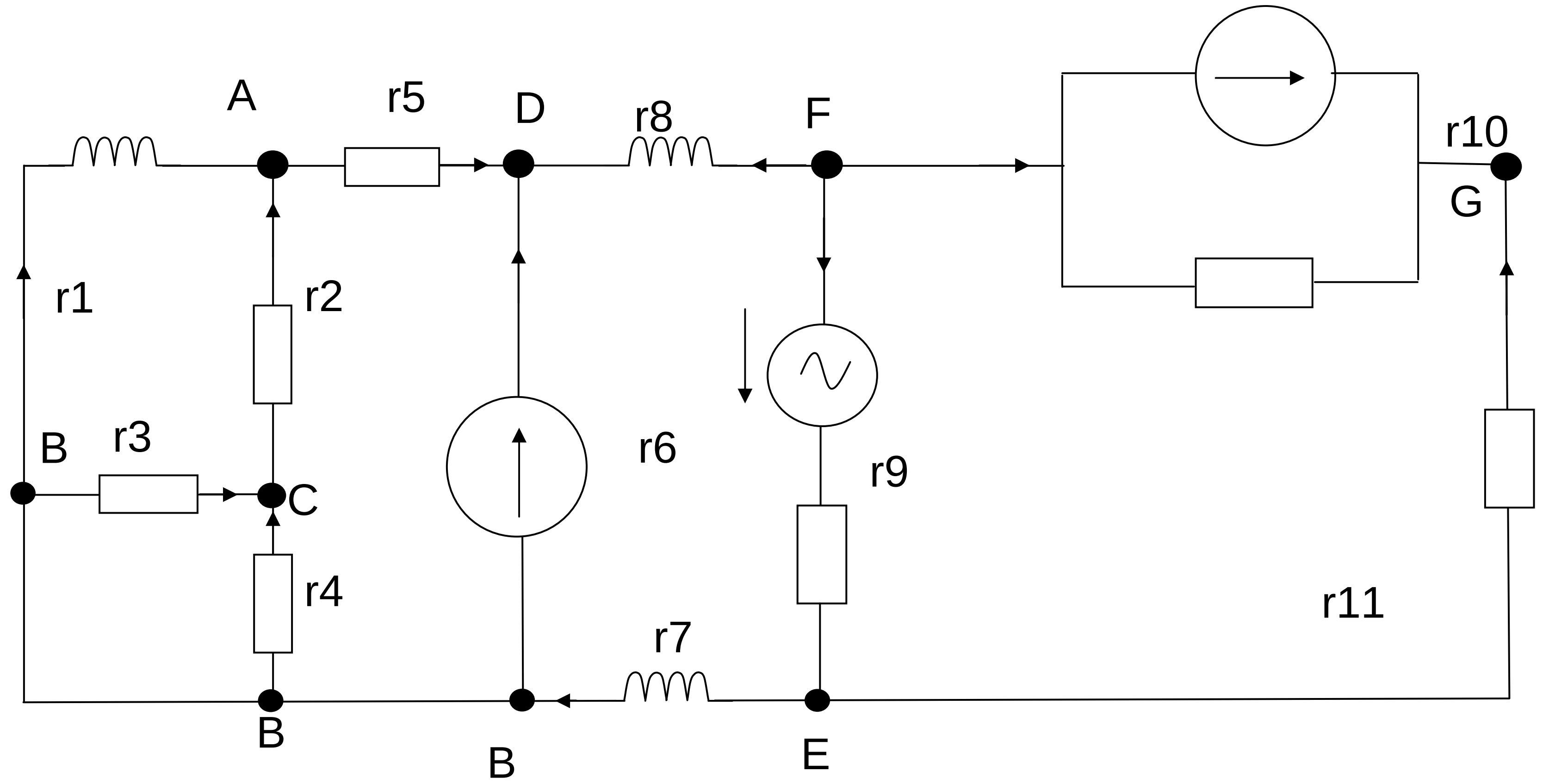


NUDO

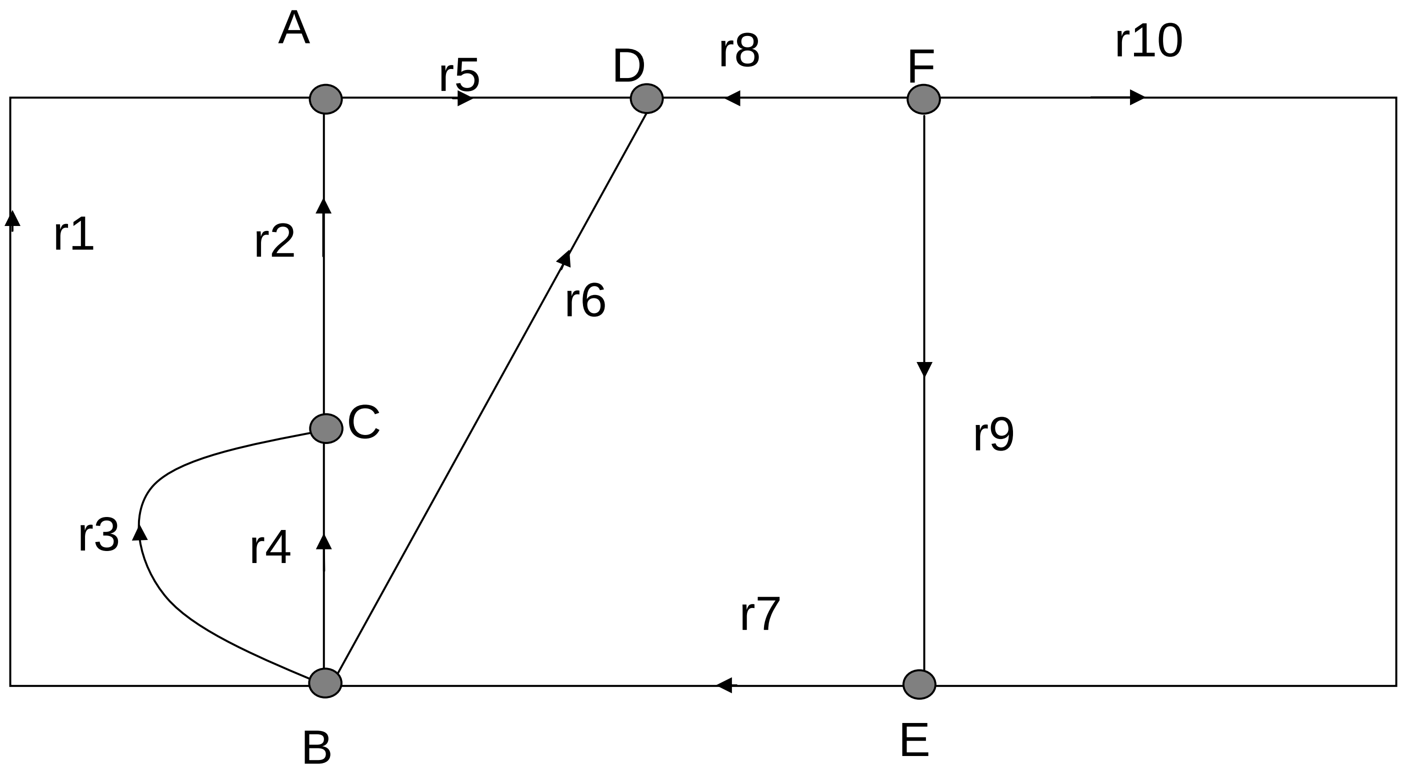


3.3.1 GRAFICO RETICULAR

EL GRÁFICO RETICULAR DE UN CIRCUITO ES UNA REPRESENTACIÓN DEL CIRCUITO EN LA QUE SE SUSTITUYEN LAS RAMAS DEL CIRCUITO POR SEGMENTOS ORIENTADOS CON LA DIRECCIÓN DE LA CORRIENTE DE LA RAMA DEL CIRCUITO ORIGINAL.

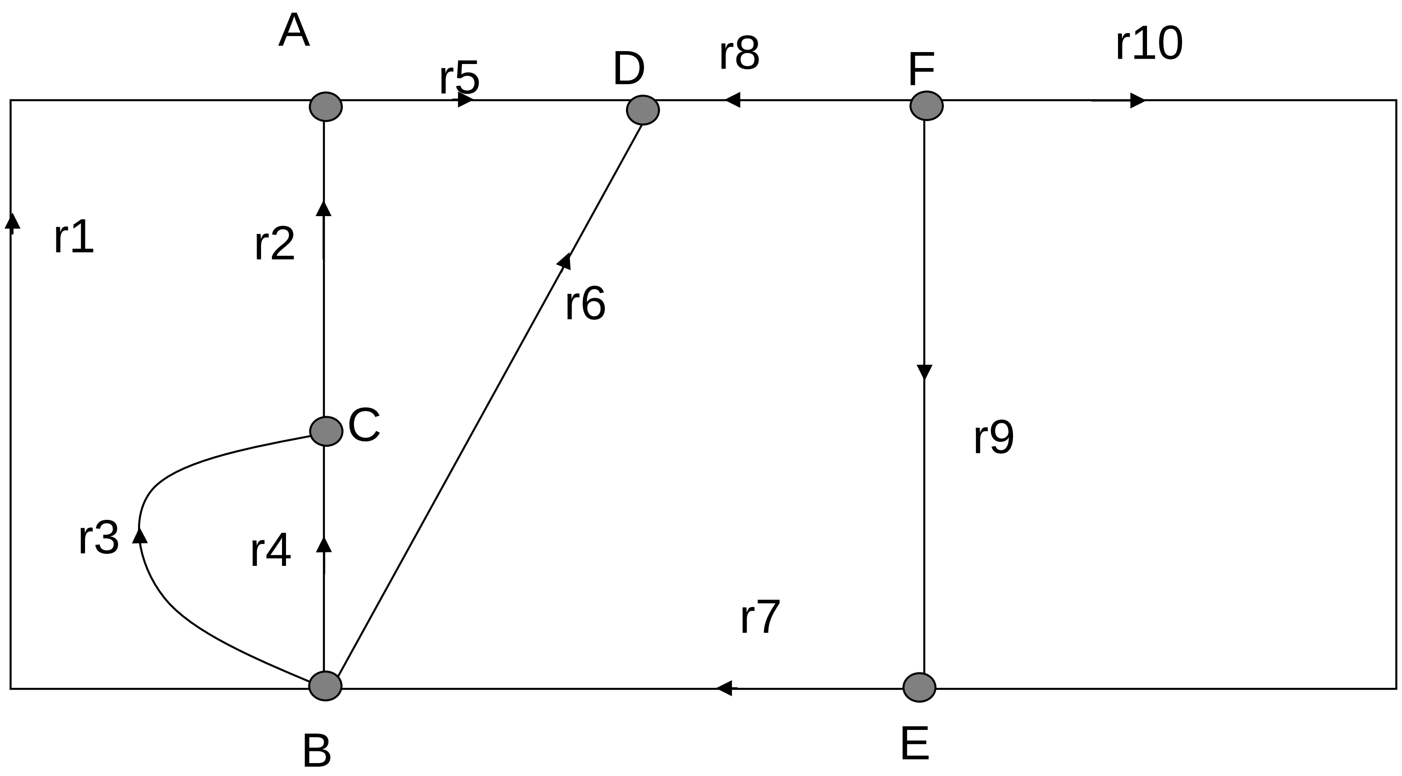


3.3 TOPOLOGIA DE UN CIRCUITO (2)
3.3.1 GRAFICO RETICULAR

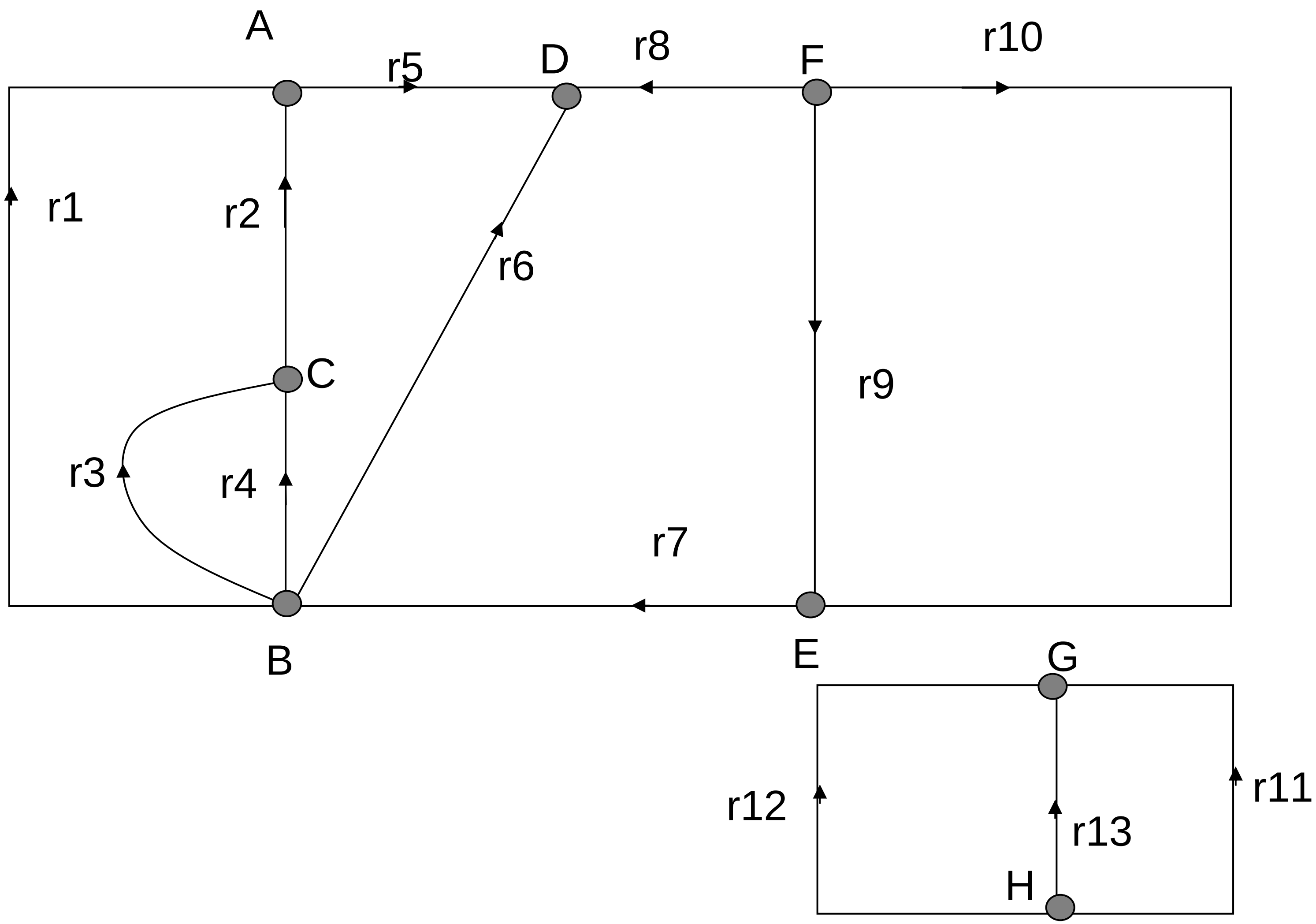


3.3.2 CIRCUITO CONEXO

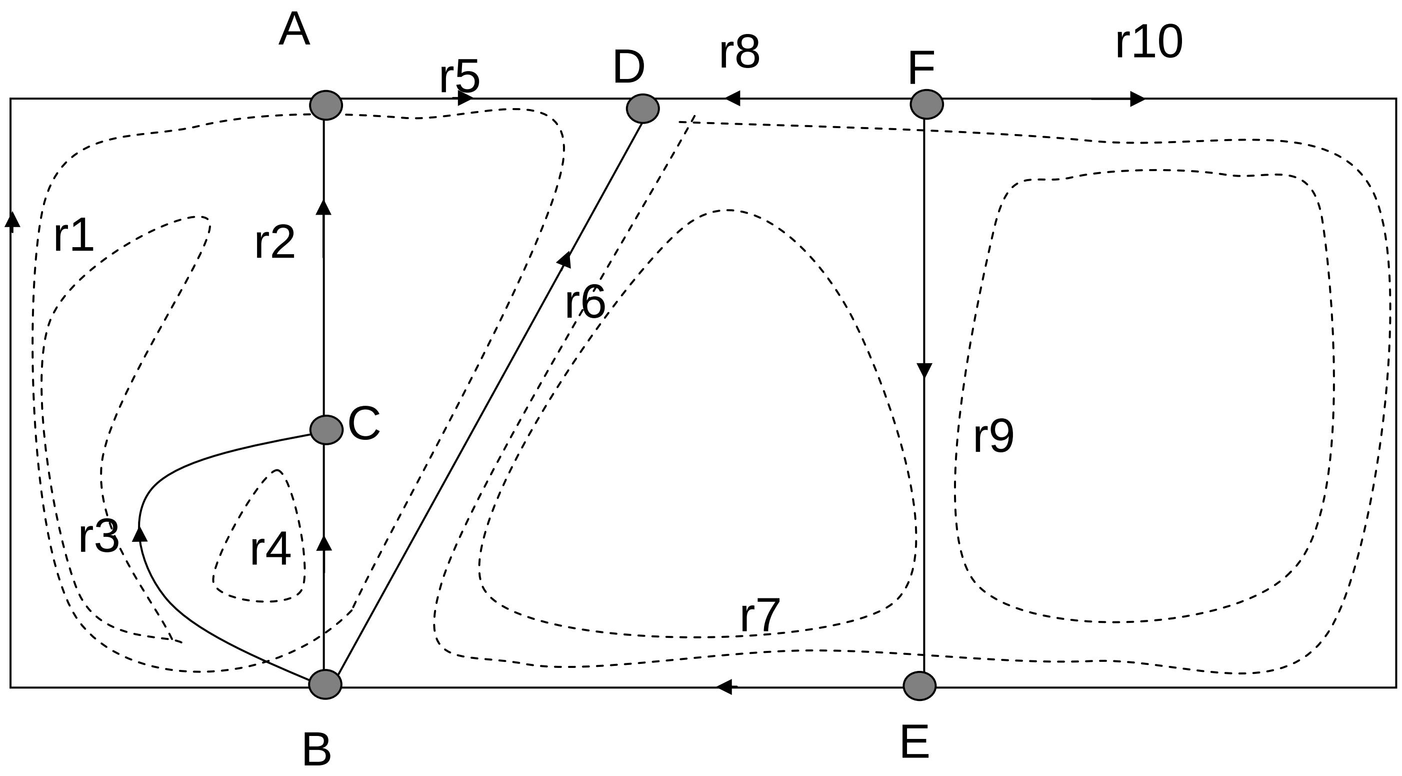
DECIMOS QUE UN CIRCUITO ES CONEXO CUANDO PODEMOS LLEGAR DESDE UNO DE SUS NUDOS, A CUALQUIER OTRO DE LOS NUDOS DEL CIRCUITO A TRAVES DE RAMAS DEL PROPIO ARBOL



DECIMOS QUE UN CIRCUITO ES NO CONEXO CUANDO PARA LLEGAR DESDE UNO DE SUS NUDOS, A ALGUN OTRO DE LOS NUDOS DEL CIRCUITO NO SE PUEDE HACER A TRAVES DE RAMAS DEL PROPIO ARBOL

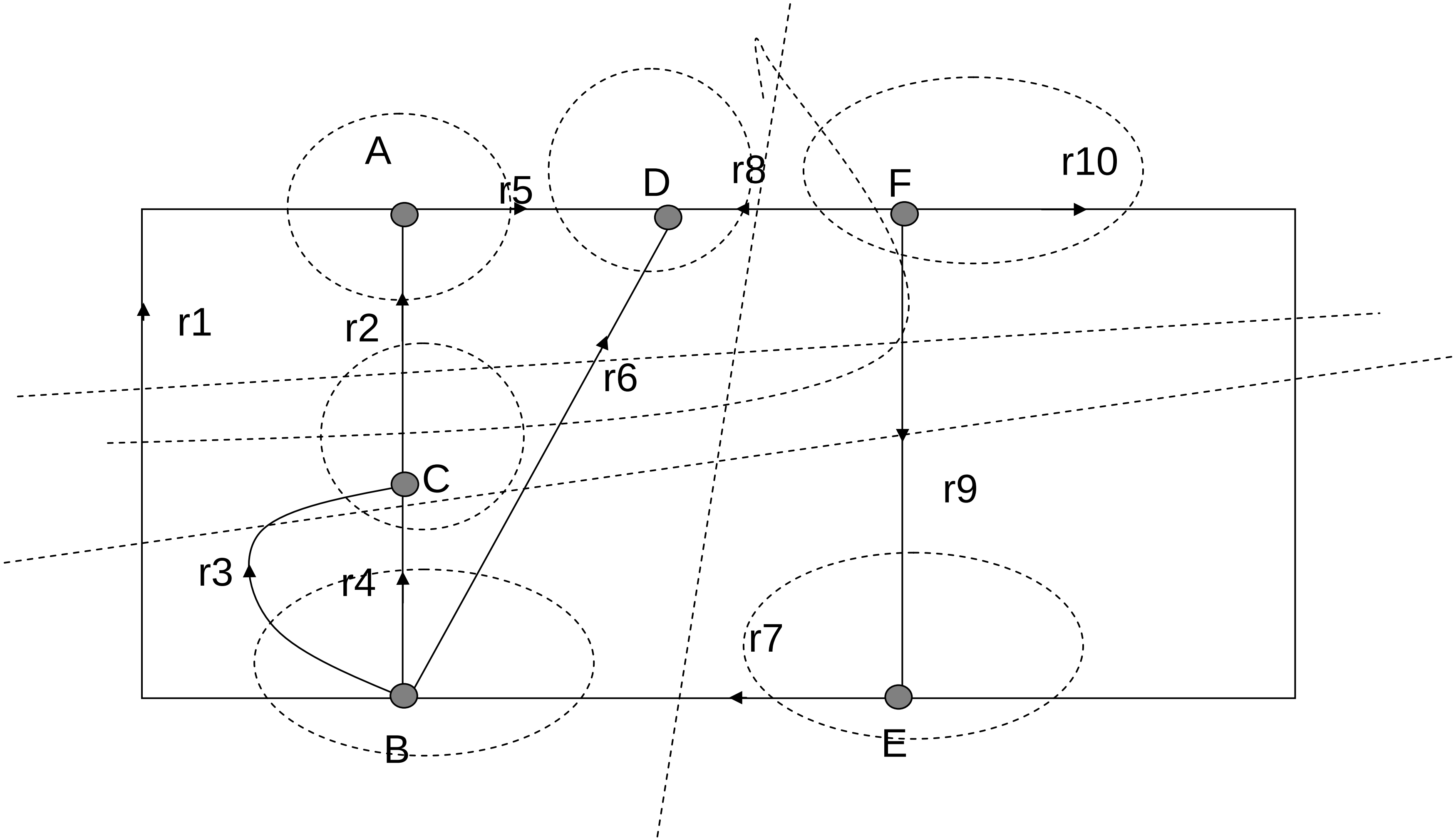


DEFINIMOS UN LAZO COMO UN CONJUNTO DE RAMAS QUE PRESENTAN UNA LÍNEA CERRADA A LAS QUE SE PUEDE APLICAR LA 2ª LEY DE KIRCHHOFF



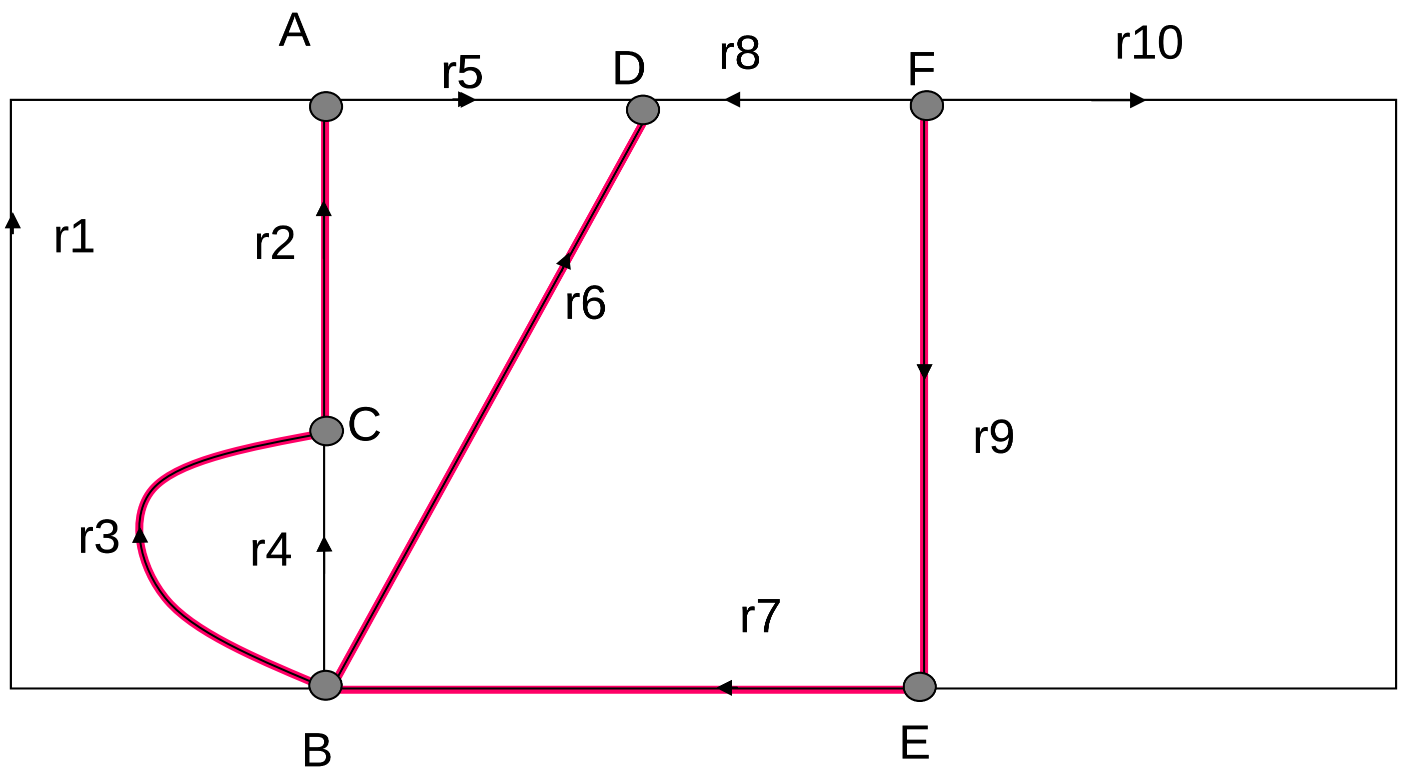
3.3.4 GRUPO DE CORTE

SE DEFINE UN GRUPO DE CORTE COMO TODO CONJUNTO DE RAMAS AL QUE SE PUEDE APLICAR LA 1ª LEY DE KIRCHHOFF GENERALIZADA



3.3.5 ARBOL DE UN CIRCUITO

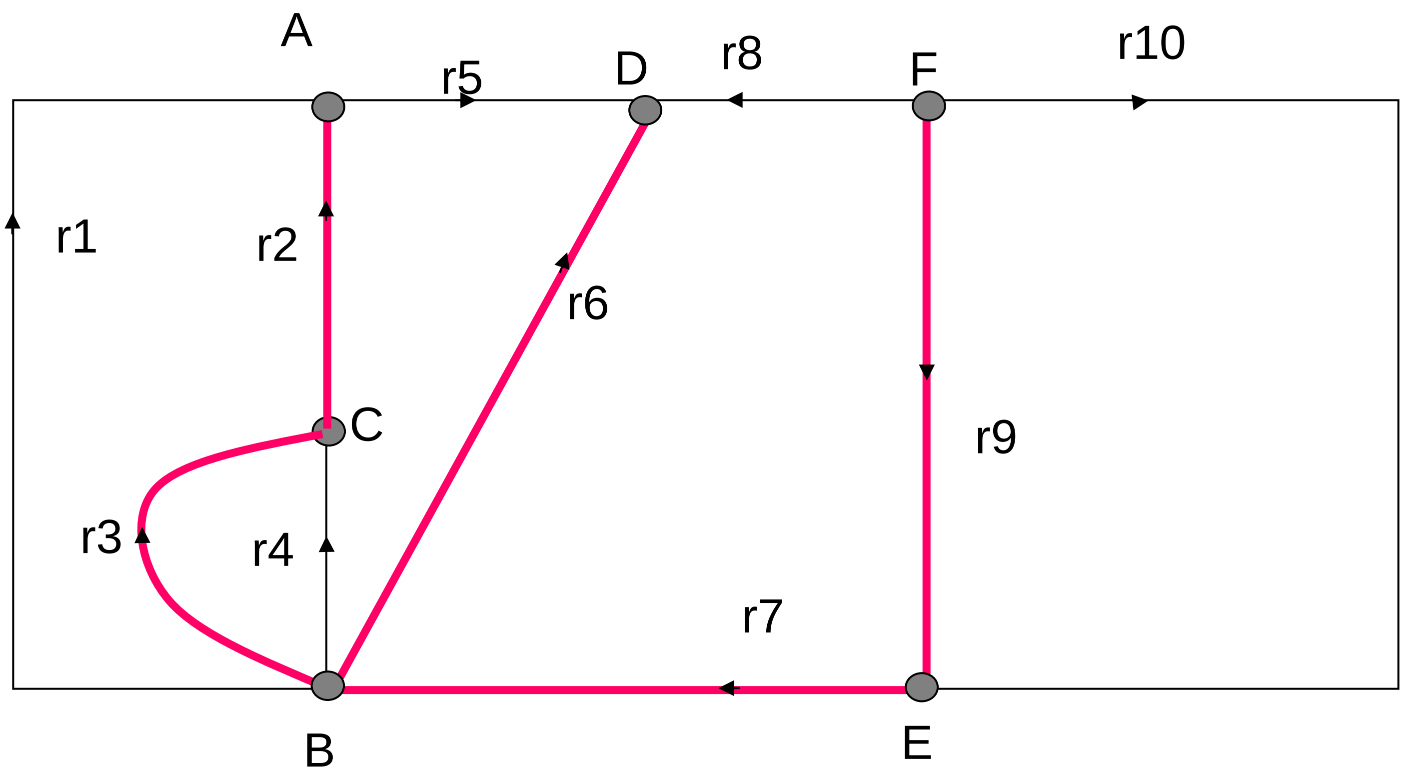
EL ARBOL DE UN CIRCUITO SE DEFINE PARA UN CIRCUITO CONEXO, Y SE DICE QUE ES UN CONJUNTO DE RAMAS CONEXO Y ABIERTO QUE CONTIENE A TODOS LOS NUDOS DEL CIRCUITO. SI EL CIRCUITO TIENE n NUDOS EL NUMERO DE RAMAS QUE CONFORMAN EL ARBOL SERA DE n-1



6 NUDOS, LUEGO 6-1=5 RAMAS DEL ARBOL

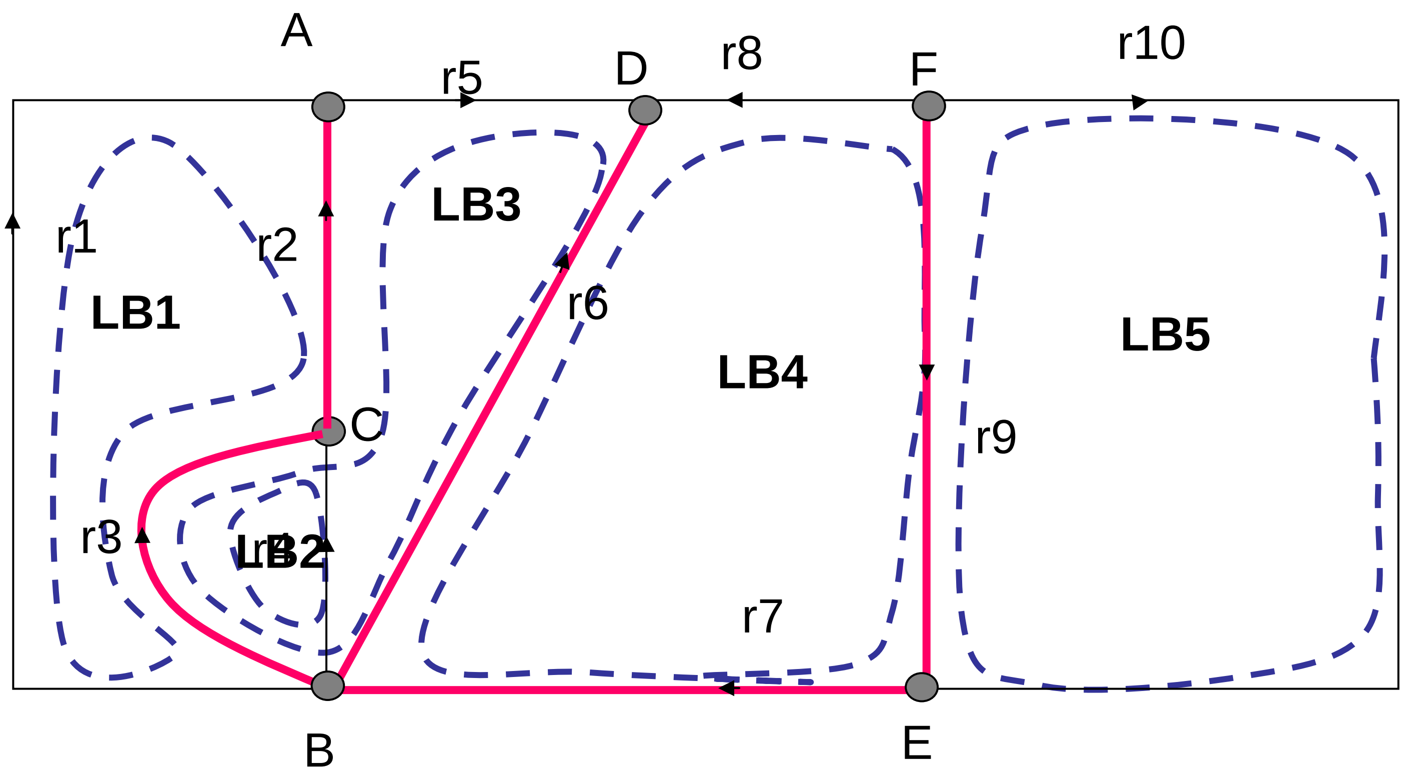
3.3.6 ESLABÓN

DEFINIMOS EL ESLABÓN EN UN CIRCUITO, PARA ELLO EL ESLABÓN SE DEFINE RESPECTO A UN ARBOL Y SE DICE QUE SON ESLABONES TODAS LAS RAMAS DEL CIRCUITO QUE NO PERTENECEN AL ARBOL, EL NUMERO DE ESLABONES POR TANTO SERA: Nº DE ESLABONES= Nº DE RAMAS – Nº DE RAMAS DEL ARBOL= r – (n-1)



PARA UN CIRCUITO EL LAZO BÁSICO SE DEFINE RESPECTO DE UN ARBOL Y SON TODOS AQUELLOS LAZOS QUE CONTIENEN UN UNICO ESLABÓN. POR TANTO EL Nº DE L. B. COINCIDE CON EL NUMERO DE ESLABONES POR TANTO SERA:

Nº L.B.= r – (n-1)

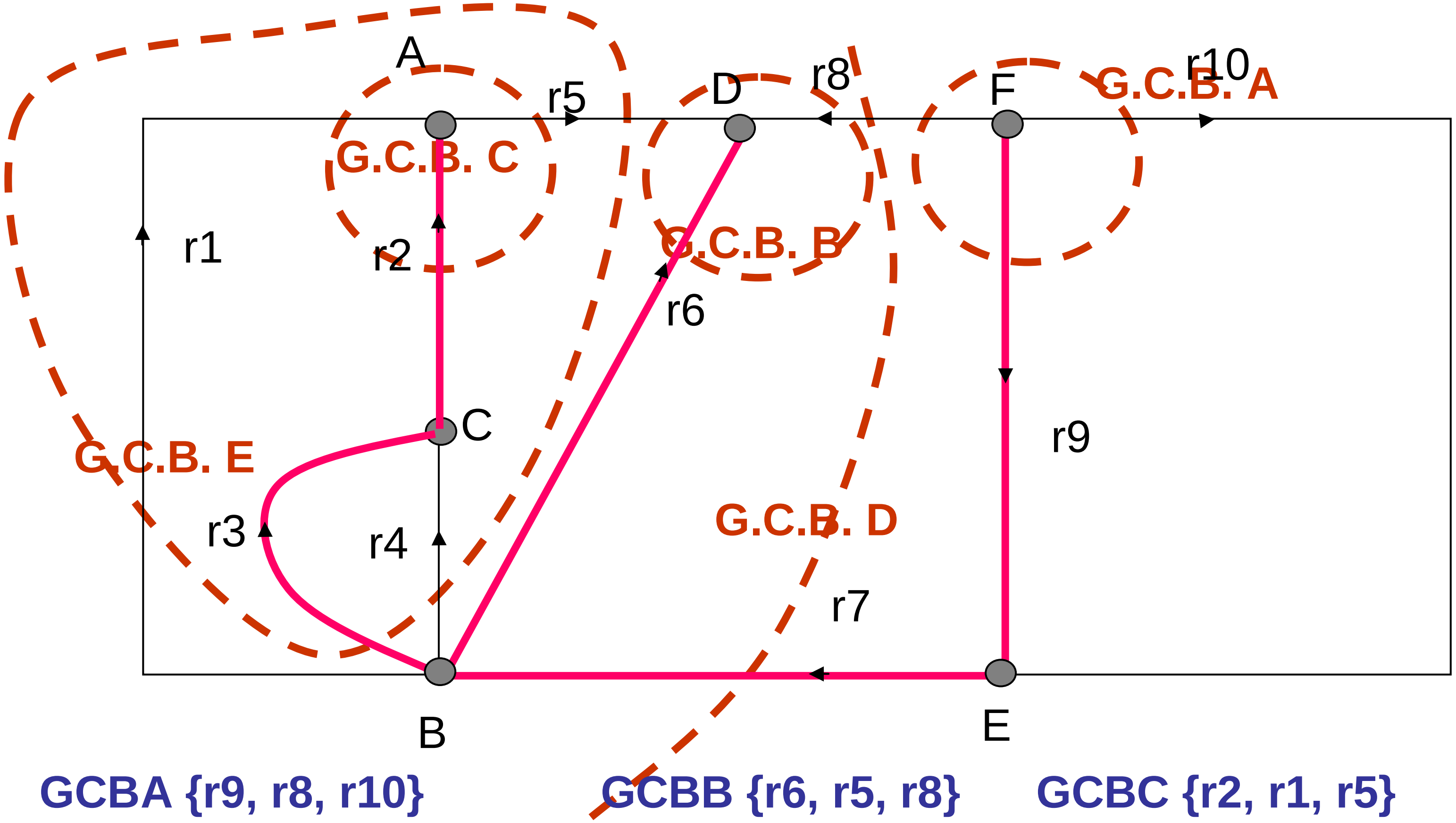


LB1 {r1, r2, r3} **LB2{r4,r3}** **LB3 {r5, r3, r6}**

LB4 {r8, r6, r7, r9} **LB5 {r10, r11}**

3.3.7 GRUPO DE CORTE BÁSICO

EL GRUPO DE CORTE BÁSICO SE DEFINE RESPECTO DE UN ARBOL Y SON TODOS AQUELLOS GRUPOS DE CORTE QUE CONTIENEN UNA UNICA RAMA DEL ARBOL. POR TANTO EL Nº DE G.C.B. COINCIDE CON EL NUMERO DE DE RAMAS DEL ARBOL POR TANTO SERA: Nº G.C.B.= (n-1)



GCBA {r9, r8, r10}   GCBB {r6, r5, r8}   GCBC {r2, r1, r5}

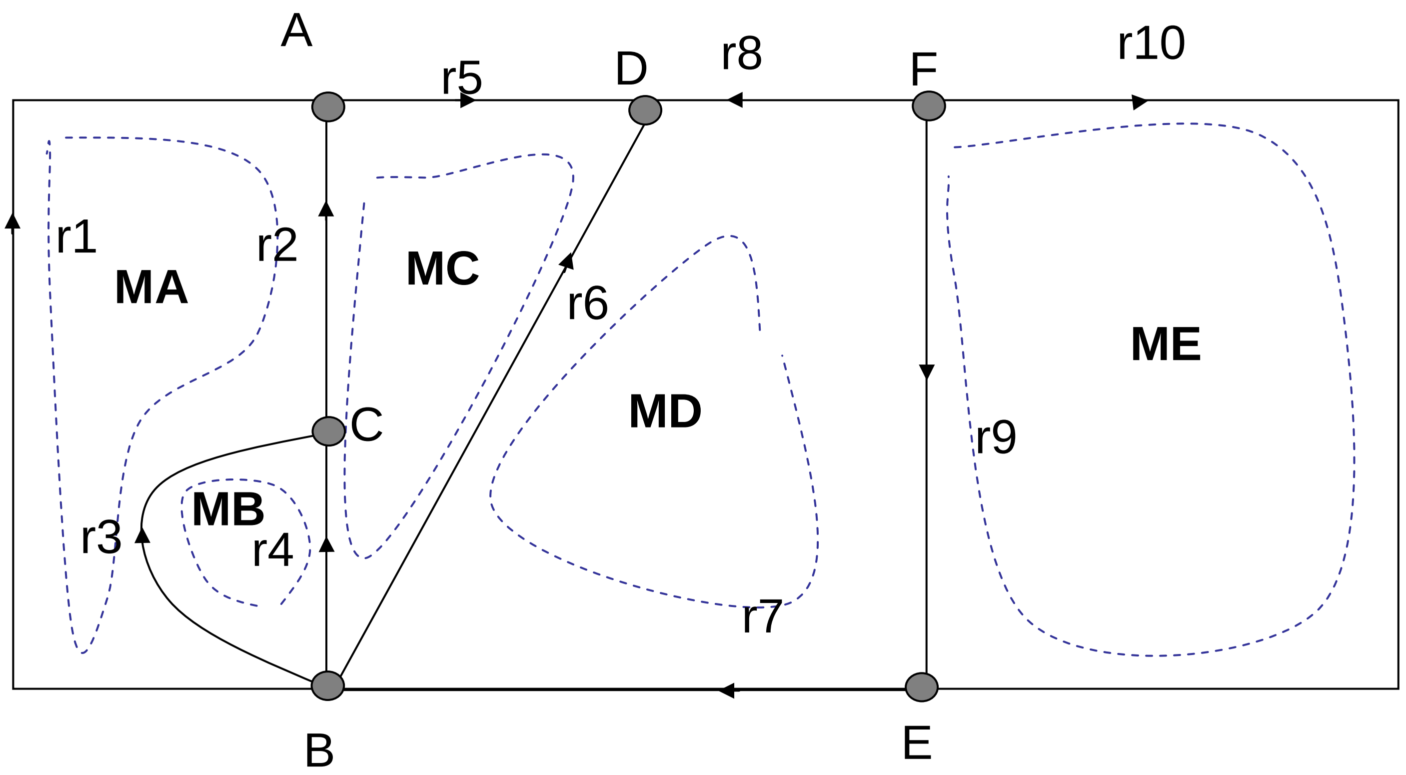
GCBD {r7,r8}   GCBE {r3, r1, r4, r5}

3.3.7 CIRCUITO PLANO

CIRCUITO PLANO, DEFINIMOS COMO TAL A TODO AQUEL CIRCUITO QUE PUEDE REPRESENTARSE EN UN PLANO SIN QUE SUS RAMAS SE CORTEN SALVO EN LOS NUDOS.

3.3.7 MALLA

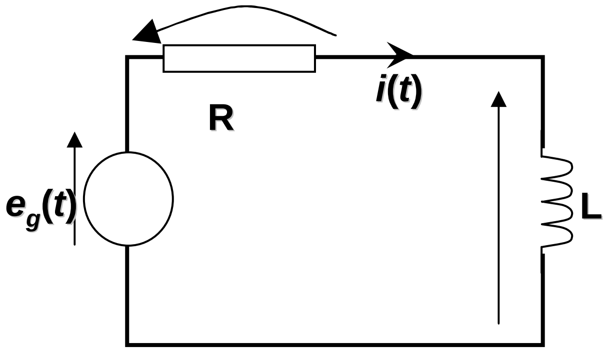
EN UN CIRCUITO LAS MALLAS SE DEFINEN SOBRE CIRCUITOS PLANOS, DEFINIENDOSE COMO MALLA A TODOS AQUELLOS LAZOS QUE NO CONTIENEN NINGUN OTRO LAZO EN SU INTERIOR. POR ELLO, EL NÚMERO DE MALLAS DE UN CIRCUITO COINCIDE CON EL DE LAZOS BÁSICOS: Nº MALLAS = r- (n-1)

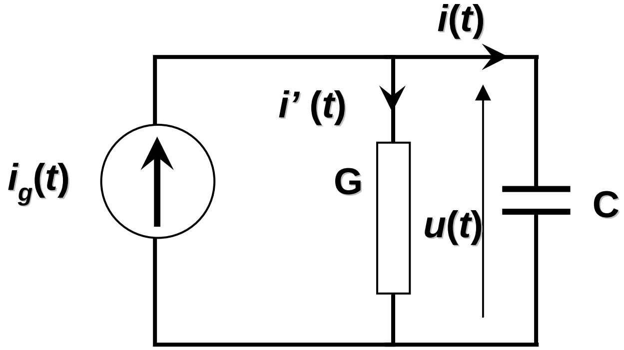


MA {r1, r2, r3} **MB {r3, r4}** **MC {r4, r2, r5, r6}**
MD {r6, r7,r8,r9} **ME {r9, r10}**

CIRCUITOS ANALOGOS

CIRCUITOS ANALOGOS: DECIMOS QUE DOS CIRCUITOS SON ANALOGOS CUANDO SUS ECUACIONES DE DEFINICIÓN RESPONDEN AL MISMO MODELO MATEMÁTICO

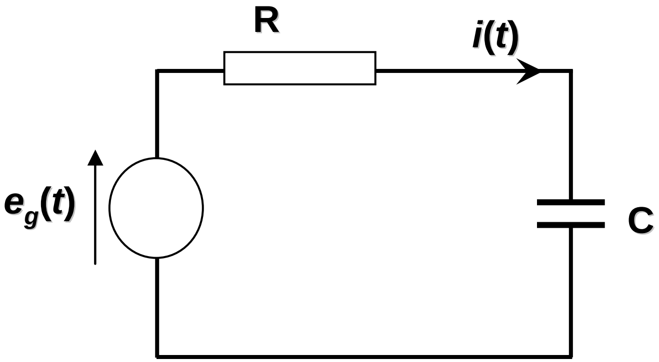




$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = G \cdot u(t) + C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$f(y) = \mathrm{a} \cdot g(y) + \mathrm{b} \cdot \frac{\mathrm{d}g(y)}{dy}$$

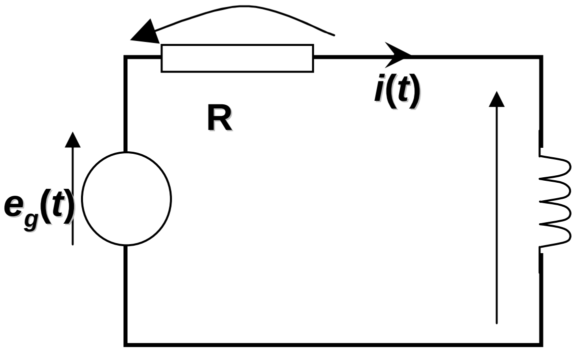


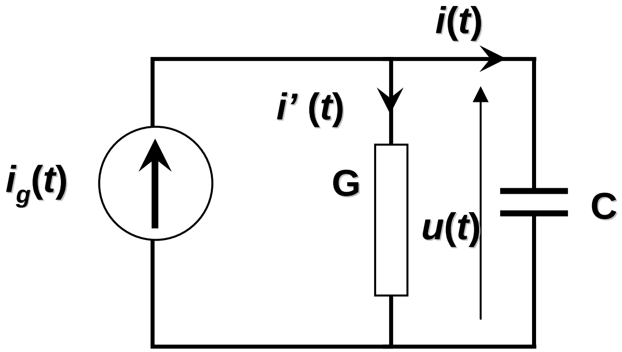
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$u(t) = R \cdot \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q(t)$$

CIRCUITOS DUALES

CIRCUITOS DUALES: SE DICE QUE DOS CIRCUITOS SON DUALES CUANDO, ADEMAS DE SER ANALOGOS, EN SUS ECUACIONES DE DEFINICIÓN SE PUEDE PASAR DE UNA A LA OTRA SIN MAS QUE INTERCAMBIAR ENTRE SI ALGUNAS PALABRAS DE LAS DEFINICIONES, SIN QUE POR ELLO LAS ECUACIONES CAMBIEN SALVO EN LAS CONSTANTES, Y EN ALGUNOS SIMBOLOS DE LAS ECUACIONES. EN TEORIA DE CIRCUITOS LAS PALABRAS QUE SE SUELEN INTERCAMBIAR EN LA DUALIDAD SON TENSIÓN Y CORRIENTE





$$e_g(t) = u(t) = \mathrm{R} \cdot i(t) + \mathrm{L} \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$i(t) = \mathrm{G} \cdot u(t) + \mathrm{C} \cdot \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$$

i(t) → *u(t)*
u(t) → *i(t)*

i(t) → *u(t)*
u(t) → *i(t)*

$$i(t) = \mathrm{R} \cdot u(t) + \mathrm{L} \cdot \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$u(t) = \mathrm{G} \cdot i(t) + \mathrm{C} \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

EN TEORIA DE CIRCUITOS LA DUALIDAD NOS VA APREMITIR QUE SI DEMOSTRAMOS UNA PROPOSICIÓN, TEOREMA O LEY, LA DUAL QUEDE DEMOSTRADA.

POR EJEMPLO EN LAS LEYES DE KIRCHHOFF:

- ✓ **1ª LEY DE KIRCHHOFF: LA SUMA DE LAS CORRIENTES CONCURREN EN UN NUDO ES NULA EN TODO INSTANTE** $\sum i_i=0$

- ✓ **2ª LEY DE KIRCHHOFF: LA SUMA DE LAS TENSIONES A LO LARGO DE UNA MALLA ES NULA EN TODO INSTANTE** $\sum u_i=0$

LUEGO PODEMOS DECIR QUE EXISTE DUALIDAD ENTRE TENSIÓN E INTENSIDAD Y MALLA Y NUDO

ELEMENTOS DUALES EN TEORÍA DE CIRCUITOS

DECIMOS QUE DOS ELEMENTOS SON DUALES ENTRE SI CUANDO SUS ECUACIONES DE DEFINICIÓN LO SON.

PARA LA RESISTENCIA CON ECUACIÓN DE DEFINICIÓN: *u(t)*= *R·i(t),* ELELEMENTO DUAL DEBERIA DE TENER COMO ECUACIÓN: *i(t)*= K·*u(t),* QUE SE CORRESPONDE CON LA ECUACIÓN DE LA CONDUCTANCIA, LUEGO LA RESISTENCIA Y LA CONDUCTANCIA SON DUALES ENTRE SI.

PARA LA BOBINA LA ECUACIÓN DE DEFINICIÓN NOS DICE QUE *u(t)*= *L·(di(t)/dt),* LUEGO EL ELEMENTO DUAL TIENEN QUE TENER UN ECUACIÓN DE DEFINICIÓN QUE SE CORRESPONDA CON: *i(t)*= *K'·(du(t)/dt),* QUE SE CORRESPONDE CON LA ECUACÍÓN DEL CONDENSADOR, LUEGO EL CONDENSADOR Y LA BOBINA SON DUALES ENTRE SI.

EN EL CASO DE LA FUENTE IDEAL DE TENSIÓN, CON ECUACIÓN DE DEFINICIÓN: $e_g(t)= u(t)$, ENTONDES EL ELEMENTO DUAL TENDRA UNA ECUACIÓN DE DEFINICIÓN: $i_g(t)= i(t)$, , QUE SE CORRESPONDE CON LA ECUACIÓN DE LA FUENTE IDEAL DE CORRIENTE LUEGO LA FUENTE IDEAL DE TENSIÓN Y LA DE CORRIENTE SON DUALES ENTRE SI.

SI CONSIDERAMOS UN CORTOCIRCUITO COMO UNA FUENTE DE TENSIÓN CON $e_g(t)= 0$, EL ELEMENTO DUAL TENDRA UNA ECUACIÓN: *ig(t)=0*, QUE SE CORRESPONDE CON EL CIRCUITO ABIERTO QUE ES EQUIVALENTE A UN AFUENTE DE CORRIENTE QUE NOS DE 0 A.

PARA LA IMPEDANCIA OPERACIONAL *Z*(D) = *u(t)/i(t),* LUEGO EL ELEMENTO DUAL TIENE QUE TENER COMO ECUACIÓN: *i(t)/u(t),* QUE SE CORRESPOND ECON LA ECUACIÓN DE LA ADMITANCIA OPERACIONAL, LUEGO IMPEDANCIA Y ADMITANCIA SON DUALES

PROPOSICIONES DUALES EN TEORIA DE CIRCUITOS

TENSIÓN *u(t)*	CORRIENTE *i(t)*
RESISTENCIA *R*	CONDUCTANCIA *G*
INDUCTANCIA *L*	CAPACIDAD *C*
CARGA ELECTRICA *q(t)*	FLUJO MAGNÉTICO *Φ(t)*
IMPEDANCIA OPERACIONAL Z(D)	ADMITANCIA OPERACIONAL *Y*(D)
1ª LEY DE KIRCHHOFF $\sum i_i=0$	2ª LEY DE KIRCHHOFF $\sum u_i=0$
CONFIGURACIÓN SERIE	CONFIGURACIÓN PARALELO
RAMAS FORMANDO UNA MALLA	RAMAS CONCURRIENDO EN UN NUDO
NÚMERO DE MALLAS	NÚMERO DE NUDOS
FUENTE IDEAL DE TENSIÓN	FUENTE IDEAL DE CORRIENTE
CIRCUITO CORTOCIRCUITADO	CIRCUITO ABIERTO
ESLABÓN	RAMA DEL ARBOL
LAZO BÁSICO	GRUPO DE CORTE BÁSICO

3.5 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto y otros, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid 1990. Tema VI.
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. El autor, Madrid 1970. Capitulo IV, lección 11.
- J.W. Nilsson, Circuitos Eléctricos, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington 1995. Capitulo 5.
- UNE-EN 60375 Convenios relativos a circuitos eléctricos magnéticos.
- UNE-EN 60027-1: 2009 Símbolos literales utilizados en Electrotecnia. Parte 1.
- UNE 21302-131 Vocabulario electrotécnico. Parte 131: Teoría de Circuitos.
- UNE 21302-151: 2004 Vocabulario Electrotécnico. Parte 151: dispositivos eléctricos y magnéticos.