Tema 10: RÉGIMEN TRANSITORIO

10.0 OBJETIVOS

- Saber que es el orden de un circuito lineal y de que factores depende.
- Comprender la importancia de la constante de tiempo en los circuitos lineales de primer orden.
- Aprender a calcular la constante de tiempo.
- Indicar casos reales de circuitos de primer orden.
- Diferencias en un circuito de primer orden las respuestas a entrada 0 y estado 0.
- Diferenciar entre respuesta natural y forzada de un circuito.
- Conocer la respuesta completa de un circuito de primer orden.

- **Régimen Transitorio:** Cuando se produce un cambio en las magnitudes de un circuito, tensión o corriente, decimos que el circuito está en régimen transitorio. Al cambiar las condiciones de un elemento de un circuito se pierde el régimen permanente, y tras sucederse los cambios de tensión/ corriente se vuelve de nuevo al equilibrio en otro régimen permanente. Al intervalo entre los dos regimenes permanentes se le denomina régimen transitorio.

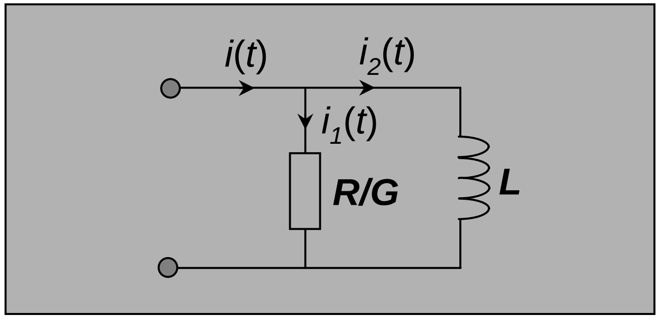
- **Circuitos de primer orden:** Los cambios en las magnitudes que se dan durante el régimen transitorio se pueden representar mediante una ecuación diferencial. Cuando en el circuito solo existen elementos almacenadores de una sola naturaleza, la ecuación será de primer orden, y decimos que el circuito es de primer orden.

$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau} \cdot f(t) = g(t)$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\tau}\cdot f(t)=g(t)}$$

Circuitos RC: $\tau = R\cdot C$

Circuitos RL $\tau=\frac{L}{R}$



$$i(t)=i_R(t)+i_L(t)=\frac{u(t)}{R}+\frac{1}{L}\int u(t)dt \Rightarrow$$

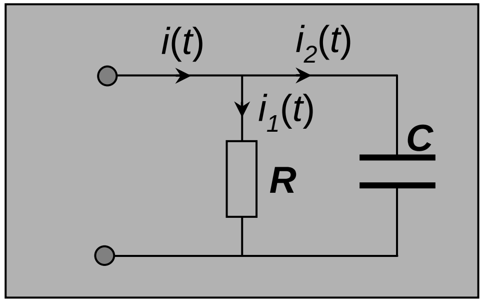
$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{L}\cdot u(t)\Rightarrow R\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{R}{L}\cdot u(t)$$

$$g(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{R}{L}\cdot u(t)$$

$$i(t)=i_R(t)+i_C(t)=\frac{u(t)}{R}+C\frac{\mathrm{d}u(t)}{dt}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{C}\cdot i(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{R\cdot C}\cdot u(t)$$

$$g'(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{R\cdot C}\cdot u(t)$$



Estos son ejemplos de ecuaciones diferenciales de primer orden por tener dos variables

La respuesta obtenida al resolver la ecuación diferencial tiene 2 componentes:

SOLUCION DE LA HOMOGENEA ($f_h(t)$) Y SOLUCIÓN PARTICULAR($f_p(t)$)

$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\tau}\cdot f(t)=g(t) \qquad \rightarrow \qquad f(t)=f_h(t)+f_p(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\tau}\cdot f(t)=0 \qquad \rightarrow \qquad f(t)=\mathrm{k}\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

Respuesta en el periodo transitorio

$$f_p(t)=f_\infty(t)$$

Respuesta en el nuevo régimen permanente

$$f(t)=f_h(t)+f_p(t)=\mathrm{k}\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}+f_\infty(t)$$

Para obtener el valor de la constante k, emplearemos las condiciones iniciales:

$$t=t_0 \quad \rightarrow \quad f(t_0)=f_h(t_0)+f_p(t_0)=\mathrm{k}\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot 0}+f_\infty(t_0)=\mathrm{k}+f_\infty(t_0) \qquad \text{y} \qquad \mathrm{k}=f(t_0)-f_\infty(t_0)$$

Solución: $$f(t)=\left(f(t_0)-f_\infty(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}+f_\infty(t)$$

Expresión más habitual de la solución: $$f(t)=f_\infty(t)-\left(f_\infty(t_0)-f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

Para obtener la respuesta transitoria del circuitos de primer orden:

1. Se calcula el valor inicial: $f(t_0)$.
2. Se obtiene la respuesta en régimen permanente final: $f_\infty(t)$.
3. Se determina la respuesta en régimen permanente en el instante inicial: $f_\infty(t_0)$
4. Se define la constante de tiempo: τ.

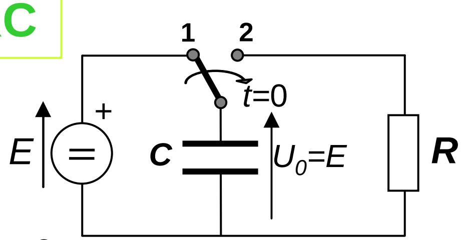
Para determinar los valores iniciales de la tensión y la corriente se tendrá en cuenta las características propias de la bobina y el condensador

-El condensador no permite cambios bruscos de tensión: $u_c(t_0^+) = u_c(t_0^-)$

-La bobina no permite cambios bruscos de corriente: $i_L(t_0^+) = i_L(t_0^-)$

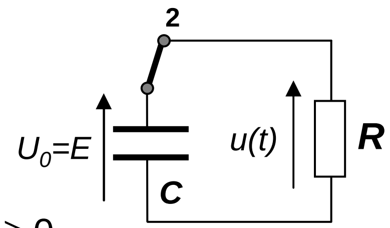
10.2 DESCARGA DE ELEMENTOS CARGADOS SOBRE UNA RESISTENCIA. RESPUESTA DE UN CIRCUITO A ENTRADA CERO. (1)

RC



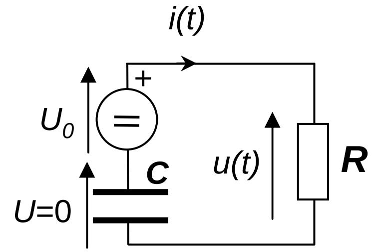
$\forall t < 0$

REGIMEN ESTACIONARIO: El condensador está cargado, en sus bornes tiene una tensión de valor $U_0=E$ V



$\forall t \geq 0$

REGIMEN TRANSITORIO: El condensador comienza a descargarse sobre la resistencia. Se establece una circulación de corriente y una tensión en *R* igual a la tensión en *C*.



En el circuito del régimen transitorio se puede sustituir el condensador cargado por una fuente de tensión con el valor de la tensión del condensador en el instante *t*=0, en serie con un condensador descargado para obtener la ecuación que define el reg. transitorio.

La corriente en el condensador

La ecuación que define el circuito en régimen transitorio se obtiene del circuito para t≥0:

$$u(t) = R \cdot i(t) = U_0 - \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\mathrm{d}t$$

derivando :

$$R\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t} = 0 - \frac{1}{C}i(t) \quad \text{ó}: \boxed{0 = \frac{1}{RC}i(t) + \frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t}}$$

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

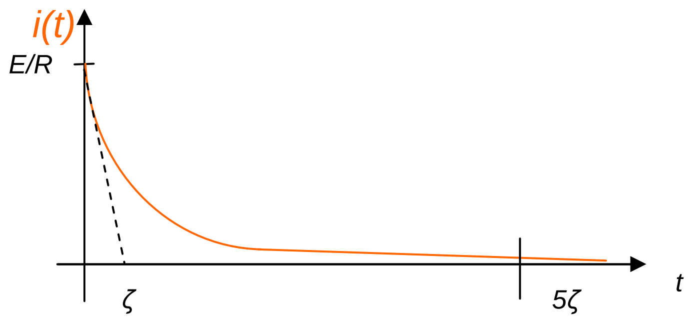
La ecuación se resuelve según la respuesta tipo.

$$i(t) = i_\infty(t) - \left(i_\infty(0) - i(0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}\cdot(t-0)}$$

$$i(t) = 0 - \left(0 - \frac{E}{R}\right)e^{-\frac{1}{RC}\cdot t}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}\cdot t}}$$

Exponencial decreciente

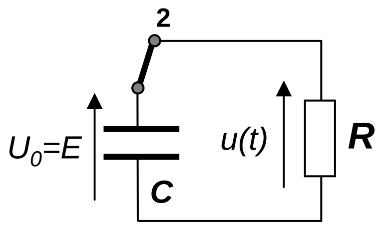


10.2 DESCARGA DE ELEMENTOS CARGADOS SOBRE UNA RESISTENCIA. RESPUESTA DE UN CIRCUITO A ENTRADA CERO. (2)

RC

La Tensión en el condensador

La ecuación que define el circuito en régimen transitorio donde aparece como variable la tensión es la siguiente, obtenida a partir del circuito en régimen transitorio:



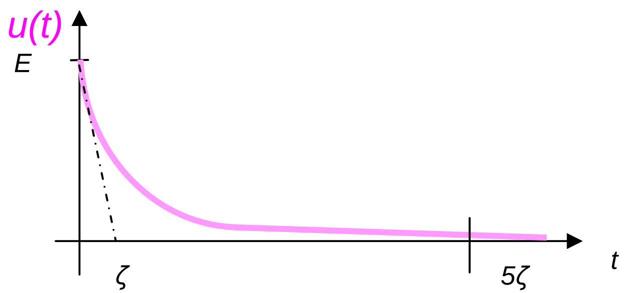
$$\left.\begin{aligned} i(t) &= \frac{u(t)}{R} \\ i(t) &= -C\frac{du(t)}{dt} \end{aligned}\right\} \frac{u(t)}{R} = -C\frac{du(t)}{dt};$$

$$\boxed{u(t) + RC\frac{du(t)}{dt} = 0}$$

$$u(t) = u_\infty(t) - \left(u_\infty(0) - u(0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}\cdot(t-0)}$$

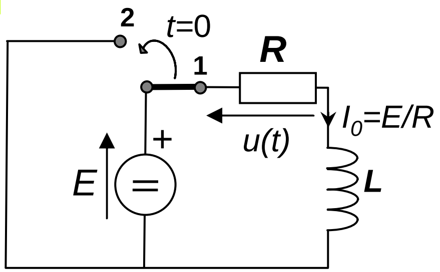
$$u(t) = 0 - \left(0 - E\right)e^{-\frac{1}{RC}\cdot t}$$

$$\boxed{u(t) = Ee^{-\frac{1}{RC}\cdot t}}$$



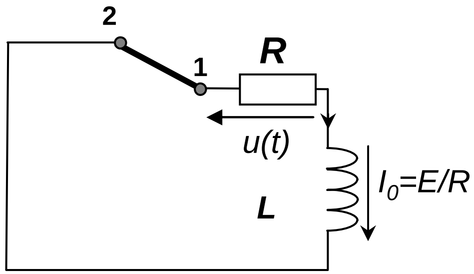
$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

RL



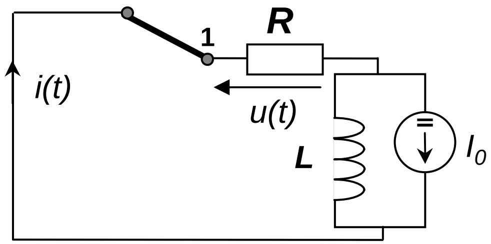
$\forall t < 0$

REGIMEN PERMANENTE: La bobina está cargada, la corriente que circula por ella en el instante *t*=0 vale: $I_0=E/R$. La tensión es nula en bornes de la bobina.



$\forall t \geq 0$

REGIMEN TRANSITORIO: La bobina comienza a descargarse sobre la resistencia. Aparece tensión en bornes de la bobina.



En el circuito del régimen transitorio se puede sustituir la bobina cargada por una fuente de corriente con el valor de la corriente de la bobina en el instante *t*=0, en paralelo con una bobina descargada a fin de obtener la ecuación que define el reg. transitorio.

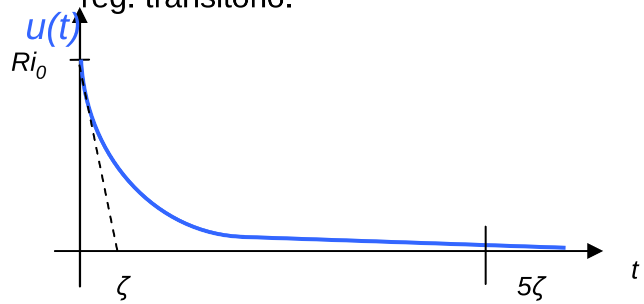
La Tensión en bornes de la bobina

La ecuación que define el circuito en régimen transitorio se obtiene del circuito para t$\geq$0:

$$i(t) = -\frac{u(t)}{R} = i_0 + \frac{1}{L}\int_0^t u(t)\mathrm{d}t$$

derivando :

$$-\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t} = 0 + \frac{1}{L}u(t) \quad \text{ó} \quad \boxed{0 = \frac{R}{L}u(t) + \frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t}}$$



$$u(t) = u_\infty(t) - (u_\infty(0) - u(0)) \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot(t-0)}$$

$$u(t) = 0 - (0 - R \cdot I_0)e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$$

$$\boxed{u(t) = R \cdot I_0 e^{-\frac{R}{L}\cdot t}}$$

10.2 DESCARGA DE ELEMENTOS CARGADOS SOBRE UNA RESISTENCIA. RESPUESTA DE UN CIRCUITO A ENTRADA CERO. (4)

RL

La corriente por la bobina

La ecuación que define el circuito en régimen transitorio se obtiene del circuito para t≥0:

$$\left.\begin{aligned} u(t) &= -R\cdot i(t) \\ u(t) &= L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\} -R\cdot i(t) = L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t};$$

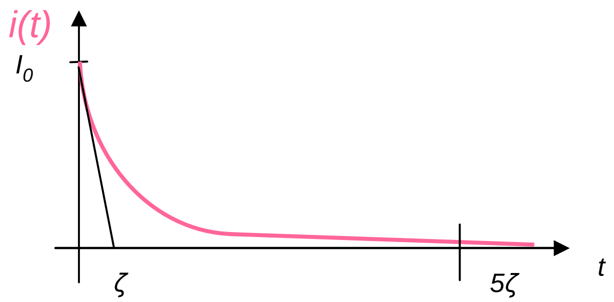
$$\boxed{\frac{R}{L}i(t)+\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t}=0}$$

$$i(t) = i_\infty(t) - \left(i_\infty(0) - i(0)\right)\cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot(t-0)}$$

$$i(t) = 0 - \left(0 - I_0\right)e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$$

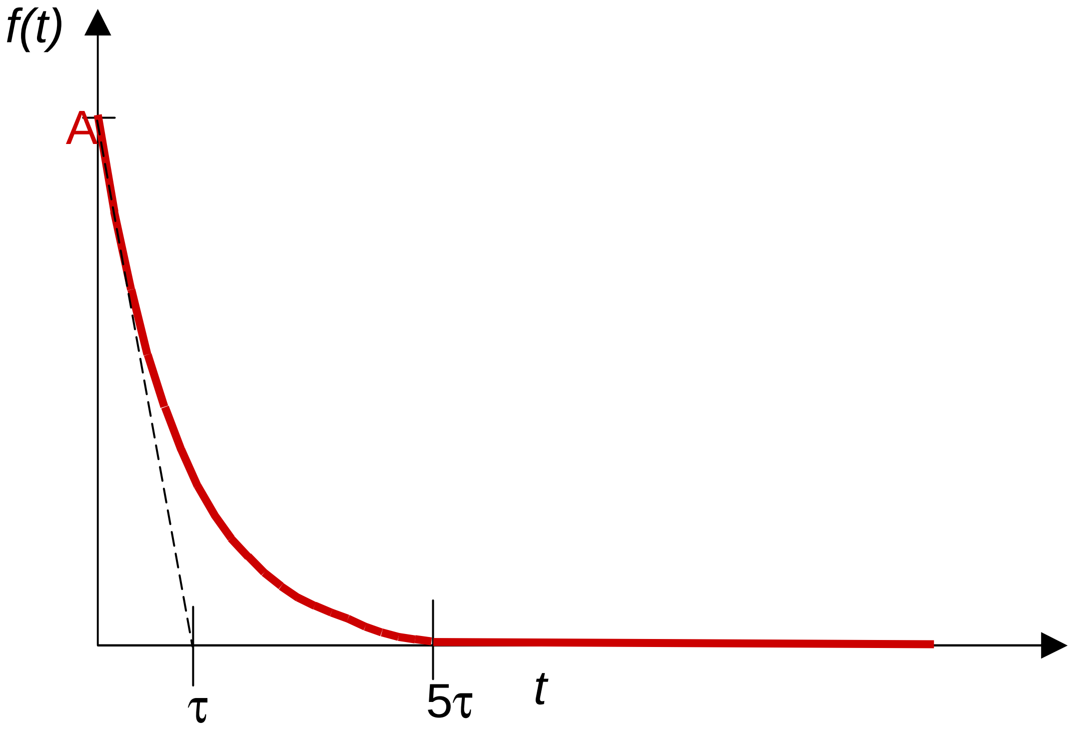
$$\boxed{i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}\cdot t}}$$

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$



$$f(t) = A\, e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}$$

Todas las funciones que se han obtenido en las descargas del condensador y de la bobina tanto para tensiones como para corrientes son funciones ***exponenciales decrecientes***. Veamos como es su representación gráfica.

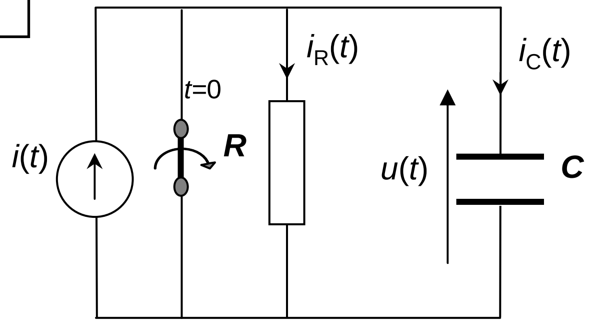


f(t)	***t***
A	0
$A\cdot e^{-1}=0{,}36A$	τ
$A\cdot e^{-5}=0{,}006A$	5τ

Para valores mayores de 5τ se supone alcanzado régimen permanente pues el valor que toma la función es insignificante.

El estado inicial cero significa que los elementos almacenadores no tienen energía almacenada en el instante inicial.

circuito R-C



$$u(0) = 0$$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} + C\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t} \rightarrow u(t) = u_h(t) + u_p(t)$$

$$0 = \frac{u(t)}{R} + C\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t} = \frac{1}{RC}u(t) + \frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t}$$

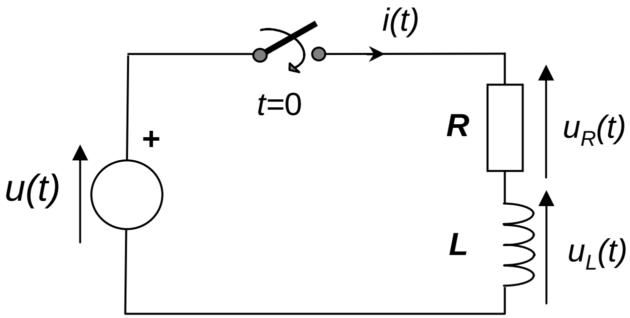
Respuesta = Homogénea: donde la solución de la homogénea : $u_h(t) = k_1 e^{-\frac{1}{RC}t}$

\+

Solución particular: $u_p(t)$ la solución permanente dependerá de la naturaleza de la fuente de alimentación.

$$\frac{\mathrm{d}\,f(t)}{\mathrm{d}\,t} + \frac{1}{\tau}\cdot f(t) = g(t) \rightarrow f(t) = f_h(t) + f_p(t)$$

Circuito R-L



$$i(0) = 0$$

$$u(t) = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t} \rightarrow i(t) = i_h(t) + i_p(t)$$

Respuesta

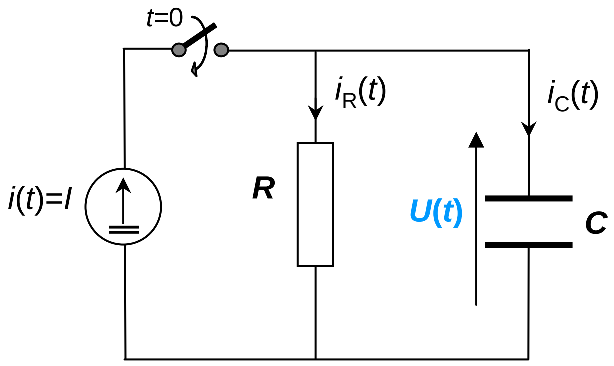
Homogénea: $0 = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t} = i(t) + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t}$

donde la solución de la homogénea : $i_h(t) = k_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

+

Solución particular: $i_p(t)$ la solución permanente dependerá de la naturaleza de la fuente de alimentación.

Circuito R-C



$$u(t) = u_h(t) + u_p(t) \begin{cases} u_h(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} \\ u_p(t) \equiv \text{En función del régimen permanante.} \end{cases}$$

En régimen permanente y c.c. el condensador es un interruptor abierto, así: $u_p(t)=R \cdot I$

$$u(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} + R \cdot I$$

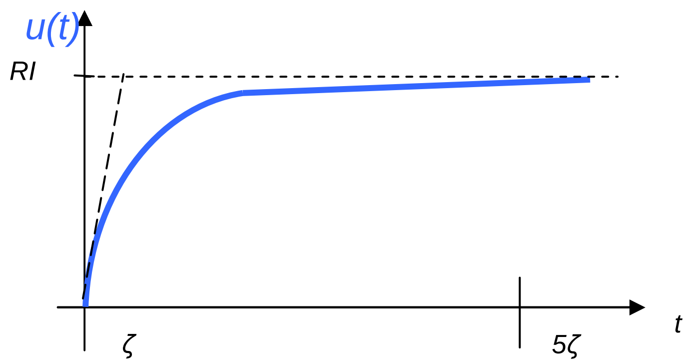
Sabemos que $u(0)=0$, lo utilizamos para determinar k_1 el condensador no permite cambios bruscos de tensión.

$$u(0) = 0 = k_1 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot 0} + R \cdot I$$

$$k_1 = R \cdot I$$

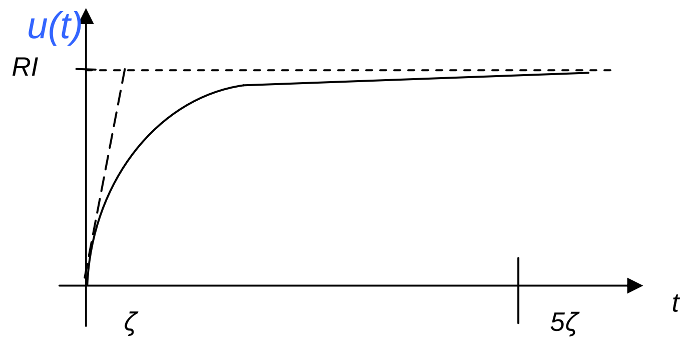
Así la expresión de la tensión:

$$\boxed{u(t) = R \cdot I \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} \right)}$$

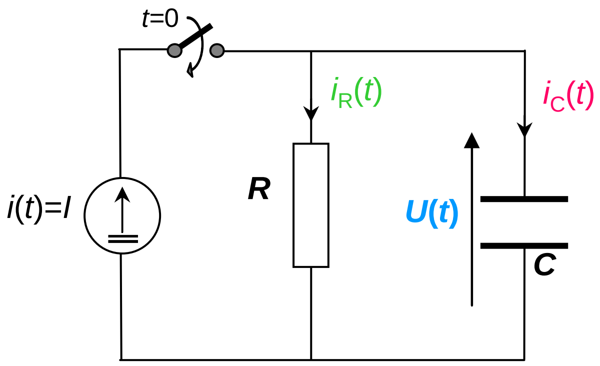


Circuito R-C

$$u(t) = R \cdot I \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}\right)$$

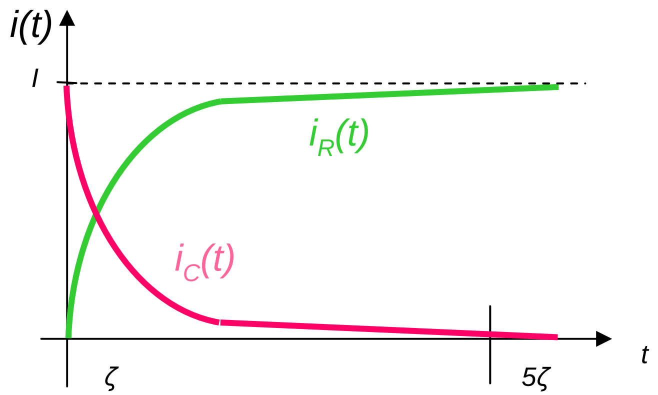


A partir de la expresión de la tensión se pueden obtener las corrientes:



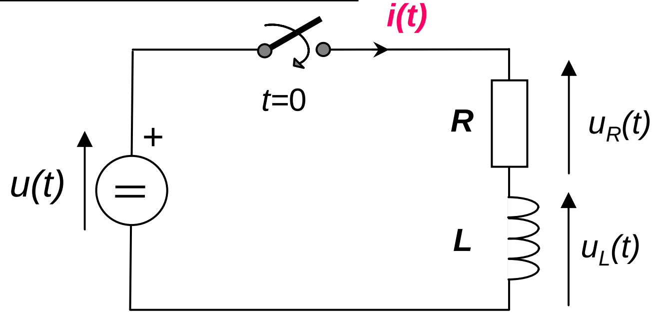
$$i_C(t) = C \cdot \frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,(t)} = I \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$$

$$i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = I \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}\right)$$



$$i_R(t) + i_C(t) = I$$

Circuito R-L



$$i(t) = i_h(t) + i_p(t) \begin{cases} i_h(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} \\ i_p(t) \equiv \text{Según régimen permanente.} \end{cases}$$

En c.c. y régimen permanente la bobina es un interruptor cerrado:$i_p(t)=U/R$

$$i(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot t} + \frac{U}{R}$$

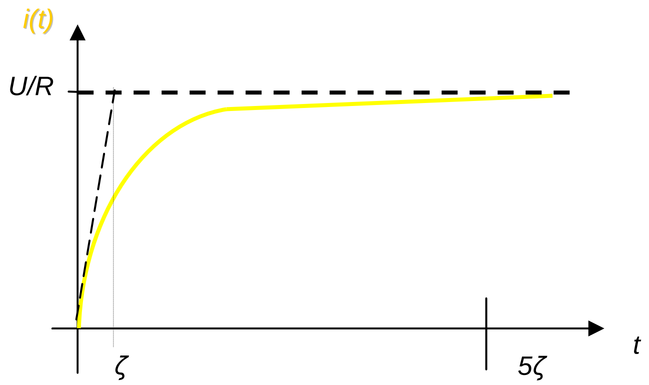
$i(0)=0$ con esta condición obtendremos k_1 (la bobina no admite cambios bruscos de i)

$$i(0) = 0 = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot 0} + \frac{U}{R}$$

$$k_1 = -\frac{U}{R}$$

Así la expresión de la corriente:

$$\boxed{i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot t}\right)}$$

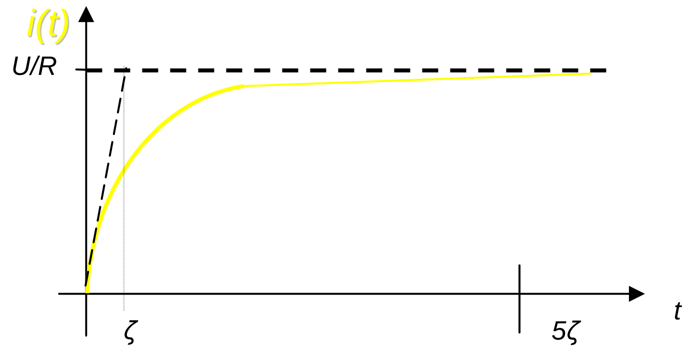


10.3 RESPUESTA DE ELEMENTOS A ESTADO INICIAL CERO EXCITADOS POR FUENTES. (6)

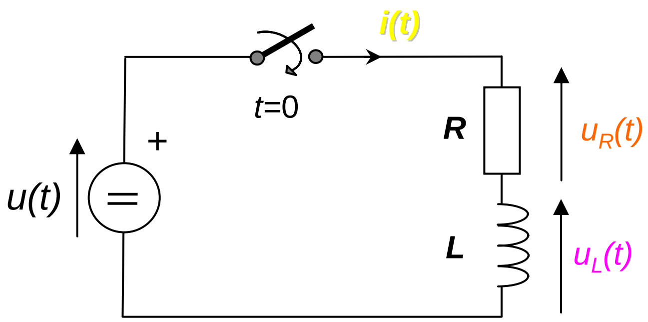
10.3.1 FUENTE DE ALIMENTACIÓN DE C.C. Y CONDICIONES INICIALES NULAS.(4)

Circuito R-L

$$i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot t}\right)$$

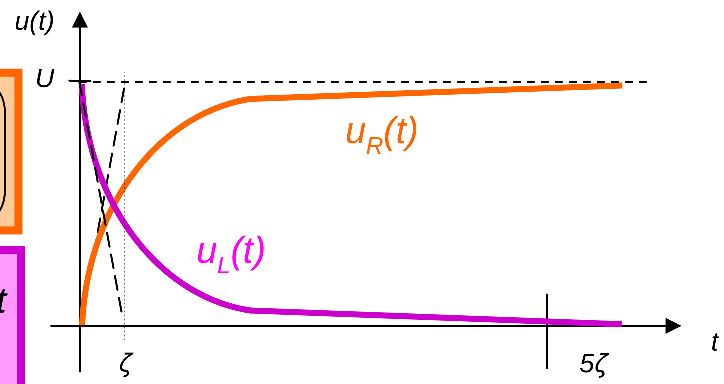


A partir de la expresión de la corriente se pueden lograr las de las tensiones:



$$u_R(t) = R\cdot i(t) = U\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot t}\right)$$

$$u_L(t) = L\cdot\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}(t)} = U\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$



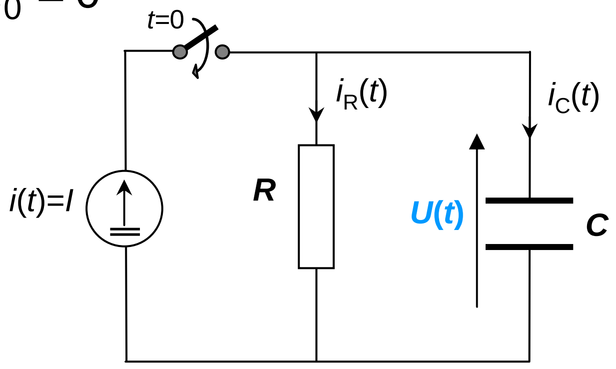
$$u_R(t) + u_L(t) = U$$

$$\boxed{f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}}$$

A partir de la ecuación de la solución se puede simplemente lograr las respuestas a los circuitos tratados. Trabajando para ello con la tensión en el caso de circuito RC ya que el valor de la tensión no experimenta cambios bruscos en el condensador y trabajando con la corriente en circuitos RL donde la bobina no experimenta cambios bruscos de corriente. De esta forma serán conocidos $u_c(0)$ e $i_L(0)$ respectivamente.

$$u_C(t) = u_{C\infty}(t) - \left(u_{C\infty}(t_0) - u_C(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

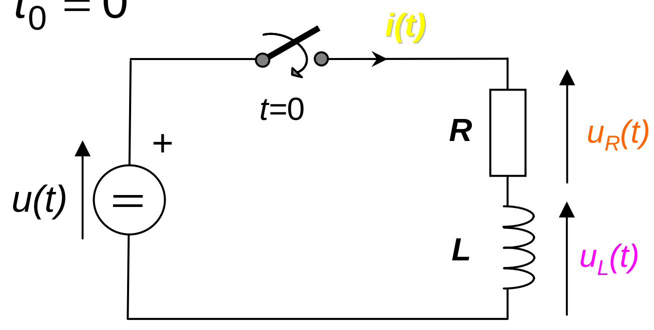
con $t_0 = 0$



$$\left.\begin{array}{l} u_{C\infty}(t) = RI \\ u_{C\infty}(0) = RI \\ u_C(0) = 0 \end{array}\right\} u_C(t) = RI - RI\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$i_L(t) = i_{L\infty}(t) - \left(i_{L\infty}(t_0) - i_L(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

con $t_0 = 0$



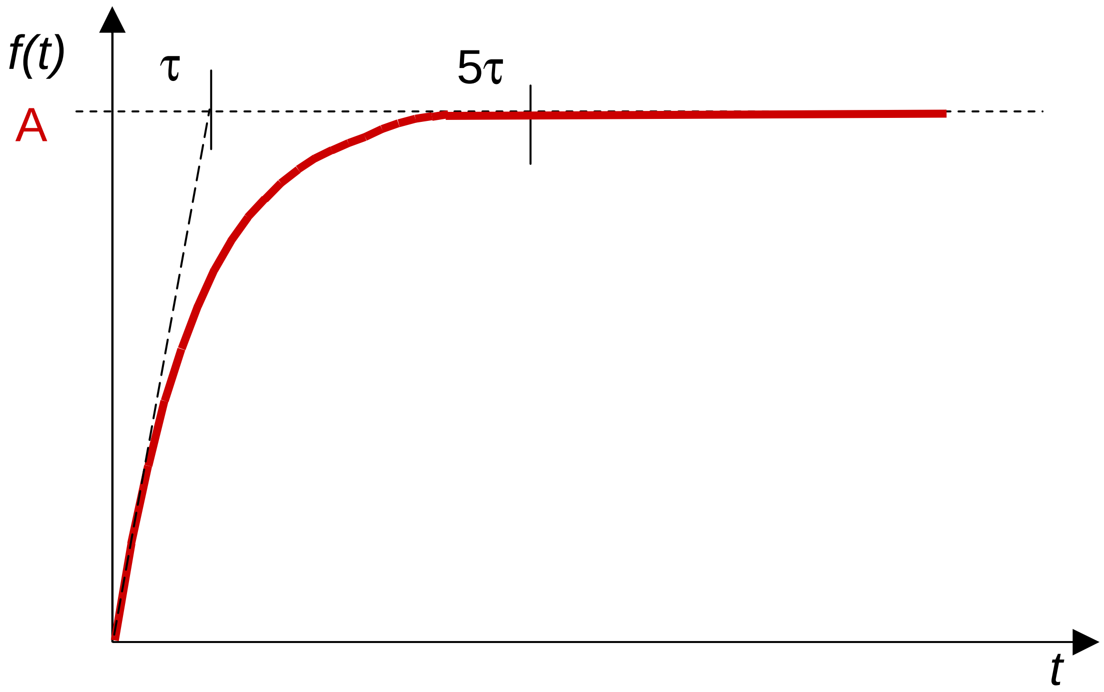
$$\left.\begin{array}{l} i_{L\infty}(t) = \dfrac{U}{R} \\ i_{L\infty}(0) = \dfrac{U}{R} \\ i_L(0) = 0 \end{array}\right\} i_L(t) = \frac{U}{R} - \frac{U}{R}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

10.3 RESPUESTA DE ELEMENTOS A ESTADO INICIAL CERO EXCITADOS POR FUENTES. (8)

10.3.1 FUENTE DE ALIMENTACIÓN DE C.C. Y CONDICIONES INICIALES NULAS.(6)

$$f(t) = \mathrm{A}\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}\right)$$

Todas las funciones que se han obtenido en las cargas del condensador y de la bobina con fuentes de c.c. tanto para tensiones como para corrientes son funciones ***exponenciales crecientes***. Veamos como es su representación gráfica.



f(t)	***t***
0	0
0,64A	τ
0,994A	5τ

Para valores mayores de 5τ se supone alcanzado régimen permanente pues el valor que toma la función es prácticamente A.

Circuito R-L

Respuesta: homg+part.

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

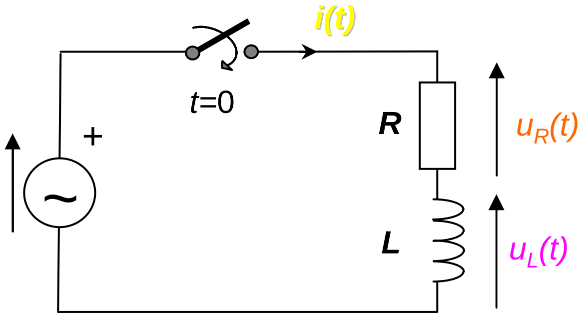
Es preferible trabajar con la corriente por no permitir la bobina saltos bruscos de corriente

así sabemos que: $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0$

$$i_L(t) = i_{L\infty}(t) - \left(i_{L\infty}(t_0) - i_L(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

donde $t_0 = 0,\ i_L(0) = 0 \quad y \quad \tau = \dfrac{L}{R}$

$u(t) = U\sqrt{2}\cos\omega t = U_{\angle 0^\circ}\,\text{V}$



En régimen permanente se trata de un circuito de c.a. por tanto:

$$\underline{I} = \frac{U}{R + j\omega L} = \frac{U_{\angle 0^\circ}}{Z_{\angle \varphi^\circ}} = I_{\angle -\varphi^\circ}\text{A}$$

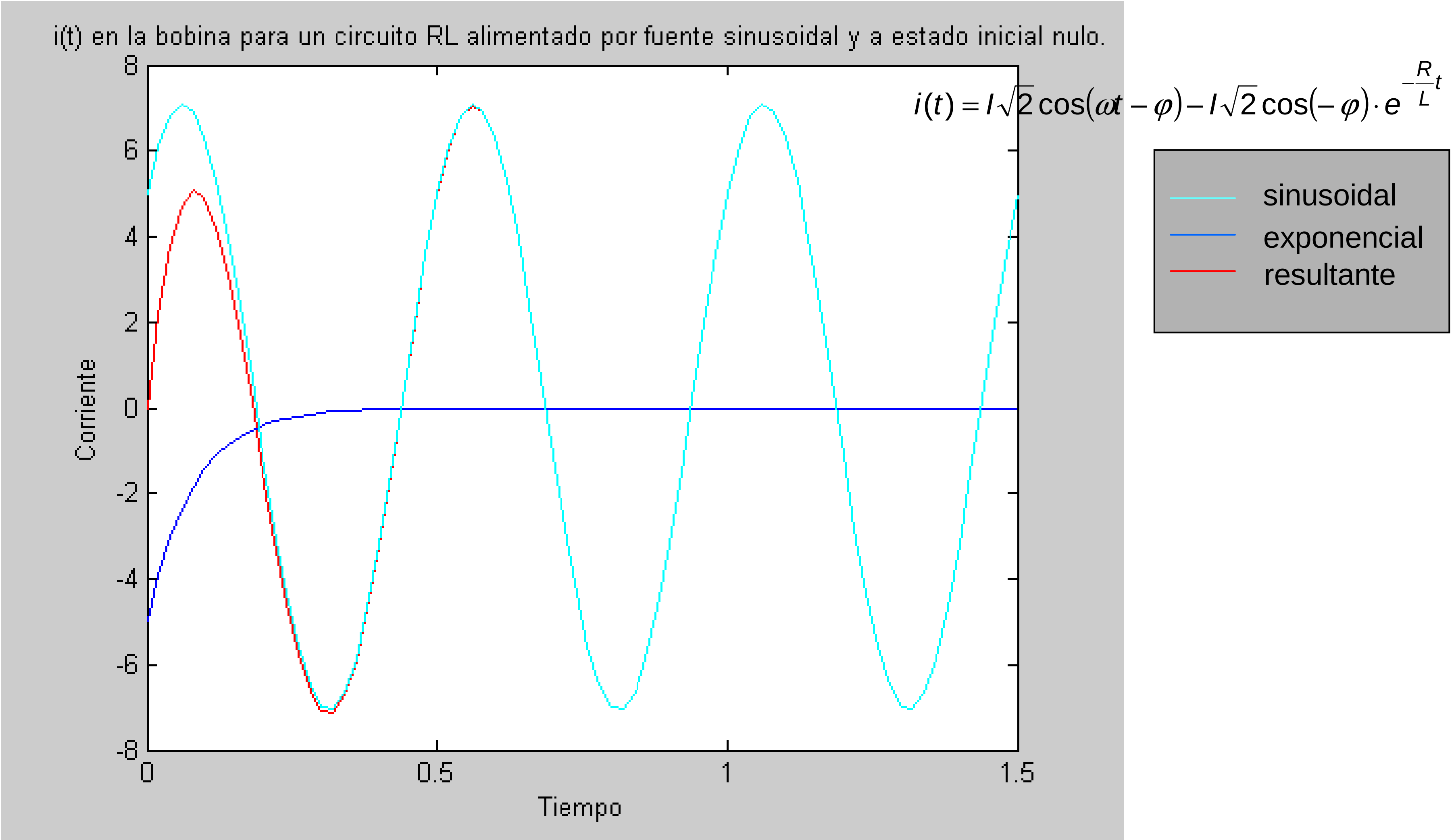
$$i_\infty(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$

y

$$i_\infty(0) = I\sqrt{2}\cos(-\varphi)$$

Respuesta: función coseno + función exponencial decreciente.

$$\boxed{i(t)} = \boxed{I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)} - \boxed{I\sqrt{2}\cos(-\varphi)\cdot e^{-\frac{R}{L}t}}$$



$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi) - I\sqrt{2}\cos(-\varphi)\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Para obtener las tensiones del circuito podemos emplear la expresión de la corriente:

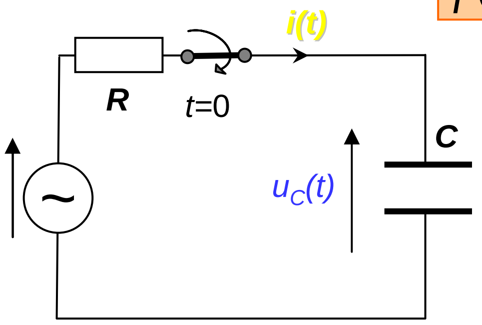
$$u_R(t) = R \cdot i_L(t)$$

$$u_L(t) = eg(t) - u_R(t) = L\frac{\mathrm{d}\, i_L}{\mathrm{d}\, t}$$

Circuito R-C

Respuesta: homg+part. $f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$

$$eg(t) = E\sqrt{2}\cos\omega t = E_{\angle 0^o}\text{V}$$



$$u_C(t) = u_{C\infty}(t) - \left(u_{C\infty}(t_0) - u_C(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

con : $t_0 = 0$, $u_C(t_0 = 0) = 0$ y $\tau = RC$

Es preferible trabajar con la tensión por no permitir el condensador saltos bruscos de tensión así sabemos que: $u_C(0^-) = u_C(0^+) = 0$

En régimen permanente se trata de un circuito de c.a. por tanto: :

$$\underline{I} = \frac{E}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{E_{\angle 0^o}}{Z_{\angle -\varphi^o}} = I_{\angle \varphi^o}\text{A}$$

$$\underline{U}_C = \left[\frac{1}{\omega C}\right]_{\angle -90^o} \cdot I_{\angle \varphi^o} = \left[\frac{I}{\omega C}\right]_{\angle \varphi - 90^o}$$

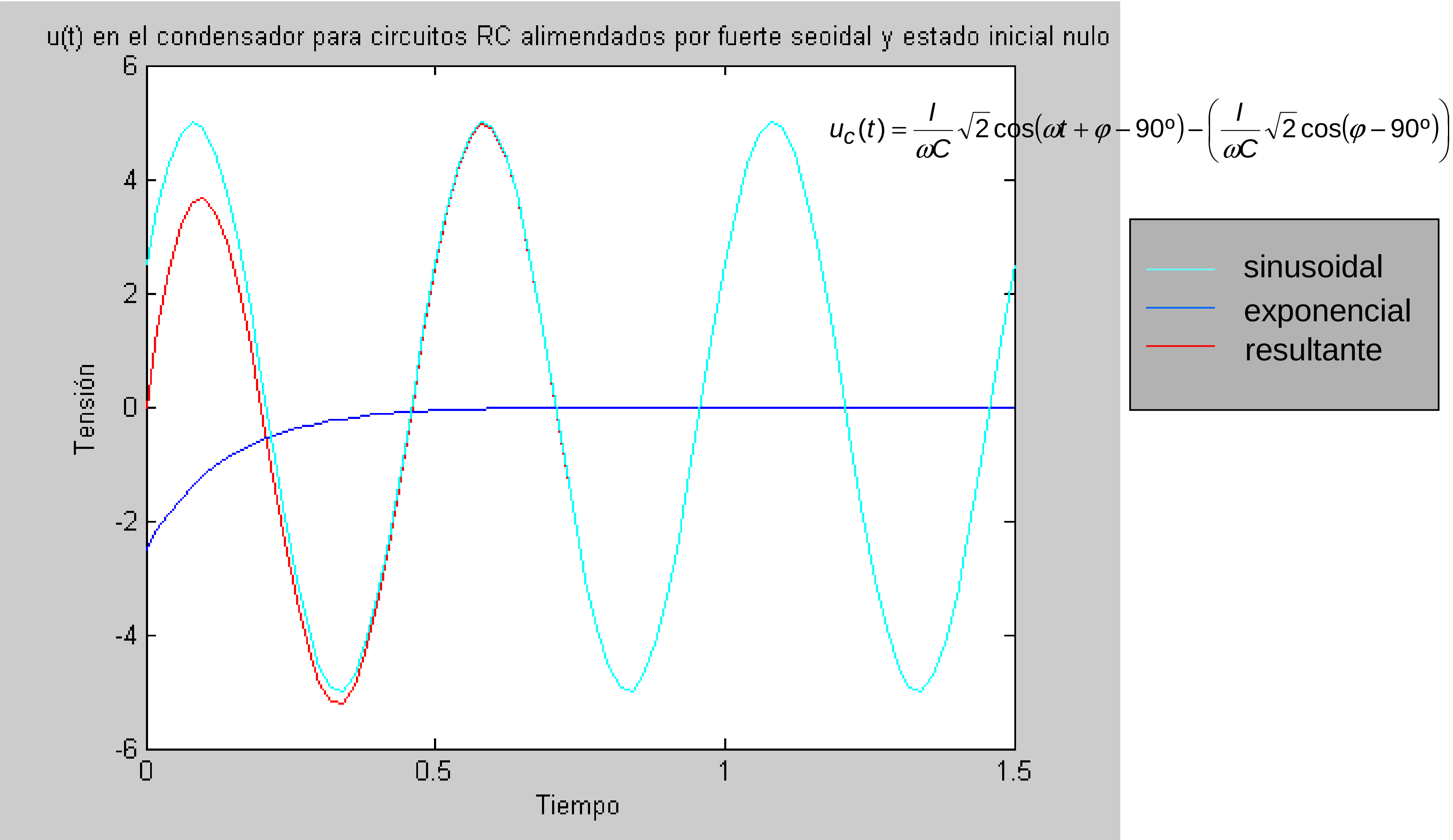
$$u_{C\infty}(t) = \frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - 90^o)$$

$$u_{C\infty}(0) = \frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\varphi - 90^o)$$

Respuesta: función coseno + función exponencial decreciente.

$$\boxed{u_C(t)} = \boxed{\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - 90^o)} - \boxed{\left(\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\varphi - 90^o)\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}}$$

10.3.1 FUENTE DE ALIMENTACIÓN DE CORRIENTE ALTERNA Y CONDICIONES INICIALES NULAS.(4)



$$u_c(t) = \frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - 90^o) - \left(\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\varphi - 90^o)\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

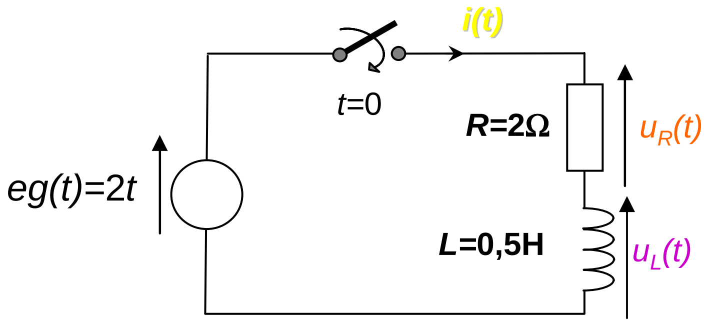
Para obtener otras variables del circuito podemos emplear la expresión de la tensión conocida $u_c(t)$:

$$u_R(t) = eg(t) - u_c(t)$$

$$i_c(t) = C \cdot \frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$$

10.3.3 CIRCUITOS CON CONDICIONES INICIALES NULAS ALIMENTADOS CON FUENTES QUE NO SON NI C.C. NI C.A.(1)

La respuesta como en todos los casos anteriores es la suma de la respuesta de la homogénea y la particular.



$$e(t) = u_R(t) + u_L(t) = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t}$$

Solución de la homogénea: $i(t) = k_1 e^{-\frac{R}{L}t}$

Solución particular: Para obtener la solución del régimen permanente hay que tener en cuenta que la respuesta permanente de una ecuación diferencial lineal esta compuesta por términos proporcionales a la excitación y a sus sucesivas derivadas.

$$i_\infty(t) = k_0 e + k_1 e' + k_2 e'' + \ldots + k_n e^n + k_{n+1} 1$$

Para el ejemplo:

$$e(t) = 2t$$

$$i_\infty(t) = k_0 2t + k_1 2 + k_2 0 = \mathrm{A}t + \mathrm{B}$$

Para el ejemplo:

$$e(t) = 2t$$

$$i_{\infty}(t) = k_0 2t + k_1 2 + k_2 0 = \mathrm{A}t + \mathrm{B}$$

Para determinar los valores de A y B, vamos a sustituir esta expresión obtenida en la ecuación diferencial:

$$e(t) = R \cdot i(t) + L \frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t}$$

$$2t = 2(\mathrm{A}t + \mathrm{B}) + 0{,}5 \cdot \frac{\mathrm{d}\,(\mathrm{A}t + \mathrm{B})}{\mathrm{d}\, t}$$

$$2t = 2\mathrm{A}t + 2\mathrm{B} + 0{,}5\mathrm{A}$$

Identificando términos

$$\left.\begin{aligned} 2\mathrm{A} &= 2 \\ 2\mathrm{B} + 0{,}5\mathrm{A} &= 0 \end{aligned}\right\} \mathrm{A} = 1 \text{ y } \mathrm{B} = -\frac{1}{4}$$

Respuesta: $i(t) = k_1 e^{-4t} + \left[t - \frac{1}{4}\right]$

con $i(0) = 0$

$$0 = k_1 e^{-4 \cdot 0} + \left[0 - \frac{1}{4}\right] = k_1 - \frac{1}{4} \rightarrow k_1 = \frac{1}{4}$$

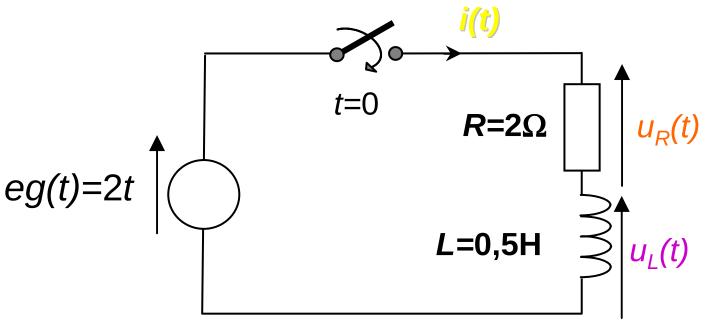
$$\boxed{i(t) = \frac{1}{4} e^{-4t} + \left[t - \frac{1}{4}\right]}$$

$$i(t) = \frac{1}{4}e^{-4t} + \left[t - \frac{1}{4}\right]$$

Para determinar las tensiones también en este caso emplearemos la expresión de la corriente:

$$u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t}$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$



Para nuestro ejemplo:

$$u_L(t) = -\frac{1}{2}e^{-4t} + \frac{1}{2}$$

$$u_R(t) = \frac{1}{2}e^{-4t} + 2t - \frac{1}{2}$$

10.4 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto y otros, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid 1990.
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. El autor, Madrid 1970. Capitulo XI, lección 29.
- W.H. Hayt. JRy J.E. Kennerly, Análisis de Circuitos en Ingeniería, Ediciones del Castillo, Madrid 1966. Segunda parte; capítulos 5 y 6.
- Z. Aginako y otros, Zirkuituen Teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2006. 8. atala.
- P. Sánchez Barrios y otros, Teoría de Circuitos, Pearson Educación, Madrid 2007. Capitulo 4.
- A. Gómez, J.A. Olivera, Problemas resueltos de Teoría de Circuitos, Paraninfo, Madrid 1990 Capitulo 4.
- A. Gómez y otros, Teoría de Circuitos, Ejercicios de autoevaluación, Thomson, Madrid 2005. Capítulo 6.
- J.A. Edminister, M. Nahvi, Circuitos Eléctricos (Problemas resueltos) McGraw Hill, Madrid 1997. Capítulo 7.