Tema1: GENERALIDADES SOBRE CIRCUITOS ELÉCTRICOS

- Saber la legislación actual sobre el sistema legal de unidades.
- Conocer las normas sobre símbolos de magnitudes y unidades eléctricas del Sistema Internacional.
- Observar las diferencias entre las notaciones científica y técnica en la designación de múltiplos y submúltiplos.
- Conocer las formas de onda mas comunes, tanto periódicas como no periódicas.
- Comprender el significado de los valores asociados a formas de onda periódicas y cuando pueden aplicarse.
- Aprender a calcular valores asociados a formas de onda periódicas.
- Indicar instrumentos que midan cada uno de los valores asociados.

Los símbolos de la magnitud se escriben en cursiva o itálica, mientras que los símbolos de la unidad se escriben en latina, poniéndose con mayúscula el símbolo de la unidad que deriva de un nombre propio.

MAGNITUD	SIMBOLO	UNIDAD	SIMBOLO
Tiempo	t	Segundo	s
Frecuencia	f	Hercio	Hz
Pulsación	ω	radian/s	rad/s
Ángulo de fase	φ O θ	grado o radian	º , rad
Energía	W	Julio	J
Potencia	P	Vatio	W
Carga	Q	Culombio	C
Intensidad de corriente	I	Amperio	A
Campo eléctrico	E	Voltio/metro	V/m
Tensión	U	Voltio	V
Resistencia	R	Ohmio	Ω
Inductancia	L	Henrio	H
Capacidad	C	Faradio	F
Conductancia	G	Siemens	S
Flujo	Φ	Weber	Wb

MAGNITUDES

Una magnitud se representa mediante una letra que esta normalizada en el SI de Unidades. Norma UNE 82104:1997

Hay distintas formas de representar la misma magnitud, a fin de poder diferenciar entre silos distintos estados de una magnitud, emplearemos para un mismo símbolo diferentes formas de escritura, así diferenciamos entre: el valor eficaz, el valor medio, el valor instantáneo, condiciones iniciales…etc.

Ejemplo: *q* (carga)

q: Valor instantáneo de la magnitud. $q(t)$

Q: Valor eficaz de la magnitud.

$\overline{q}$: Valor medio de la magnitud.

Q_0 o $\hat{q}$:Valor máximo de la magnitud.

q_0: Condiciones iniciales de la magnitud.

MULTIPLOS Y SUBMULTIPLOS

- Debemos también conocer los múltiplos y submúltiplos de las variables. Estos se pueden representar de dos modos:
  - Notación Científica: Con factores de $\cdot 10^{\pm n}$ (Ejm:$16 \cdot 10^{-3}$ H)
  - Notación Técnica: Mediante prefijos para los múltiplos de 3.(Ejm:16 mH)
- La notación técnica emplea prefijos con letra mayúscula para los múltiplos y con letra minúscula para los submúltiplos siendo la letra la inicial del nombre del prefijo.

NOMBRE	SIMBOLO	FACTOR MULTIPLICADOR
PETA	P	10^{15}
TERA	T	10^{12}
GIGA	G	10^{9}
MEGA	M	10^{6}
KILO	k	10^{3}
Mili	m	10^{-3}
Mikro	µ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Pico	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}

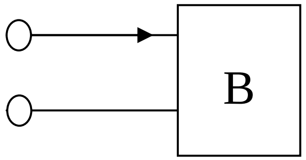
En electrotecnia en general y en teoría de circuitos en particular se consideran como variables fundamentales, la corriente, la tensión y la potencia.

•Carga: q Magnitud propia en la naturaleza; + ó – ; atraer-repeler.

•INTENSIDAD DE CORRIENTE *i, e*n Teoría de Circuitos interesa la velocidad con que se suministra la carga más que la carga en si

$$i = \frac{dq(t)}{dt} \quad \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right] \quad [\mathrm{A}]$$

Definición: Velocidad con que se suministra carga a un Bipolo.



Convenio de Signos: Sentido de la circulación ≡ circulación de la carga neta positiva.

La carga total suministrada al bipolo en el intervalo de tiempo (-∞, t) es:

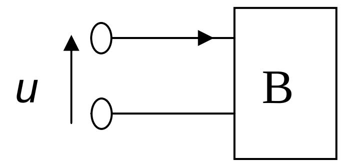
$$q = \int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t = \underbrace{\int_{-\infty}^{t_0} i(t)\mathrm{d}t}_{q_0} + \int_{t_0}^{t} i(t)\mathrm{d}t = q_0 + \int_{t_0}^{t} i(t)\mathrm{d}t$$

- **Energia:** *W* Magnitud propia;

- **En Teoría de Circuitos: TENSION** *u* [V]

  Definición: Al circular las cargas por el dipolo sufren una variación de energía; La tensión es la energía que es necesario suministrar a la unidad de carga para que circule entre los dos terminales del bipolo.

$$u = \frac{dW}{dq} \quad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}\right]$$



La tensión no depende del camino que recorra la carga.

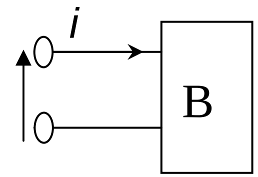
Puede haber tensión entre dos puntos a pesar de no existir corriente.

- **Energía:** *W* Magnitud propia;.

- **En Teoría de Circuitos: POTENCIA** *p* [W]

  Definición: Representa la velocidad con que se suministra energía a un bipolo. Por tanto será la variación de energía por unidad de tiempo.

$$p=\frac{dw}{dt}\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}=\mathrm{W}\right] \qquad w(t)=\int_{-\infty}^{t} p(t)\cdot dt = w_0+\int_{0}^{t} p(t)\cdot dt$$



Convenio de Signos: Con los sentidos escogidos para la *i* y la *u* *(potencia entrante)* (ver figura), si el dipolo consume energía la potencia es positiva y si la cede es negativa.

$$p=\frac{dW}{dt}\cdot\frac{dq}{dq}=\frac{dW}{dq}\cdot\frac{dq}{dt}=u\cdot i$$

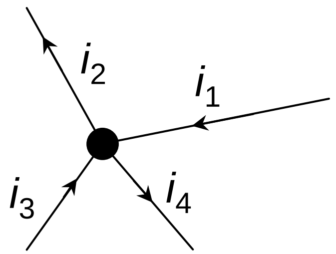
Relación entre las tres variables fundamentales

Entendemos como topología de redes la forma en que estan acoplados, unidos o asociados los elementos entre sí.

1ª Ley de Kirchhoff

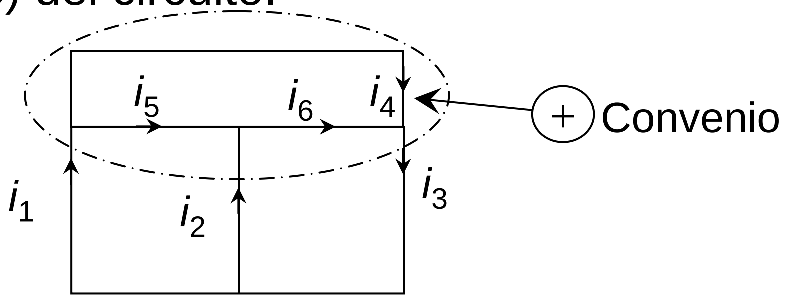
Es el principio de conservación de la carga que establece que la carga ni se crea ni se destruye.

La suma algebraica (considerando el signo) de las corrientes que entran en un nudo es nula en todo momento.



$$\sum_{j=1}^{n} i_{j\ \text{entrantes}} = \sum_{j=1}^{n} i_{j\text{salientes}}$$

1ª Ley de Kirchhoff generalizada: En lugar de considerar un solo nudo consiste en ampliarla a cualquier región (parte del circuito confinada en una superficie cerrada= Grupo de Corte) del circuito.



$$\sum_{j=1}^{n} i_{j\ \text{entrantes}} = \sum_{j=1}^{n} i_{j\ \text{salientes}}$$

$$i_1 + i_2 = i_3$$

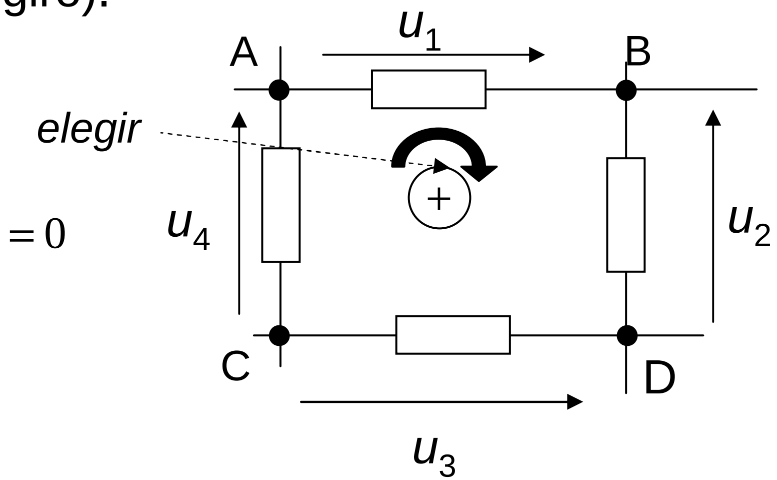
$$\text{ó}: i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

2ª Ley de Kirchhoff

Ley de la conservación de la energía.

La suma algebraica de tensiones a lo largo de cualquier camino cerrado será nula en cualquier instante. Para realizar la suma hay que tener en cuenta la polaridad de las tensiones, esto requiere elegir previamente un sentido positivo para las tensiones (dextrógiro o levógiro).

$$\sum_{\pm j=1}^{n} u_j = 0$$



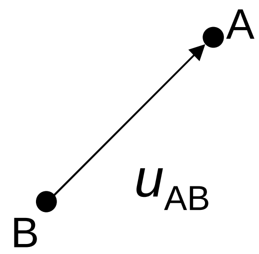
$$u_1 - u_2 - u_3 + u_4 = 0$$

$$u_1 + u_4 = u_2 + u_3$$

NOTA: Convenio para representar las flechas de las tensiones:

$u_A > u_B$ y su denominación u_{AB}

$u_{AB} = u_A - u_B$, siendo u_A la tensión más alta.



FUNCIONES DE EXCITACIÓN Y RESPUESTA

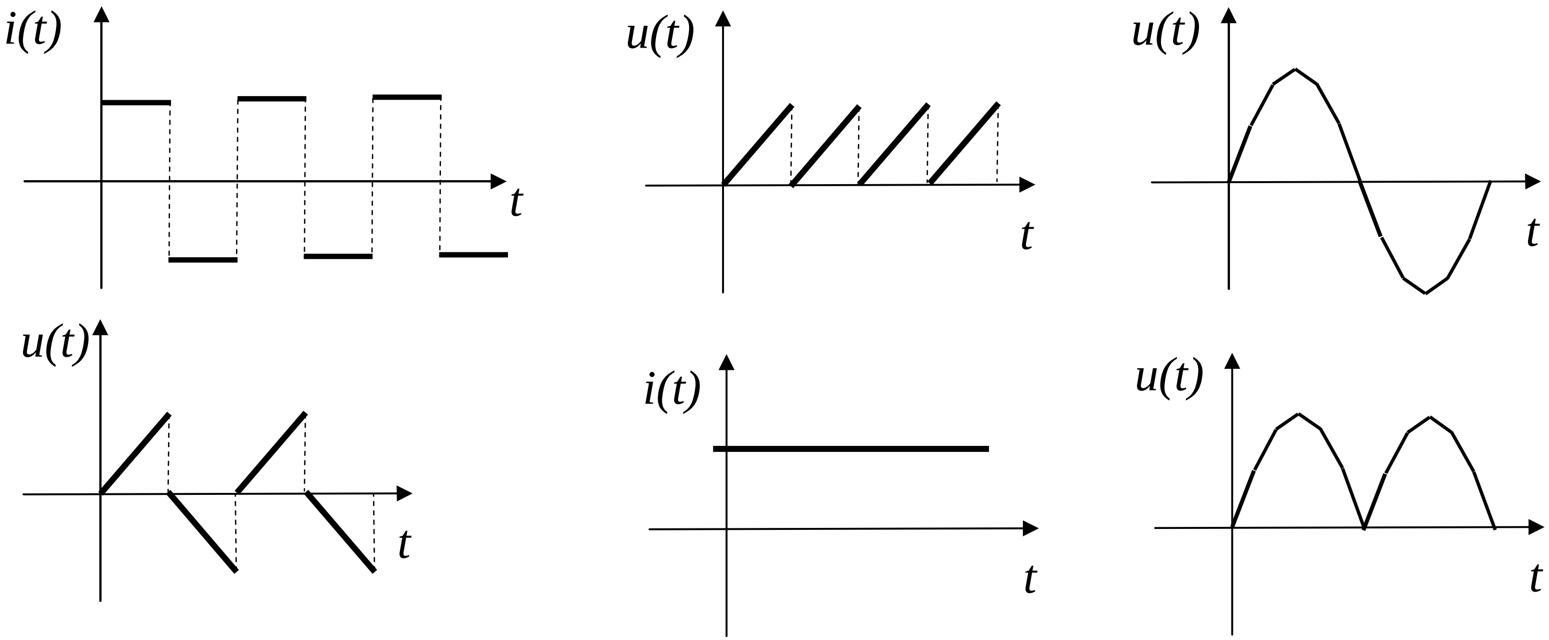
TENSIONES E INTENSIDADES VARIABLES CON EL TIEMPO

eg(t) , u(t), ig(t) e i(t)

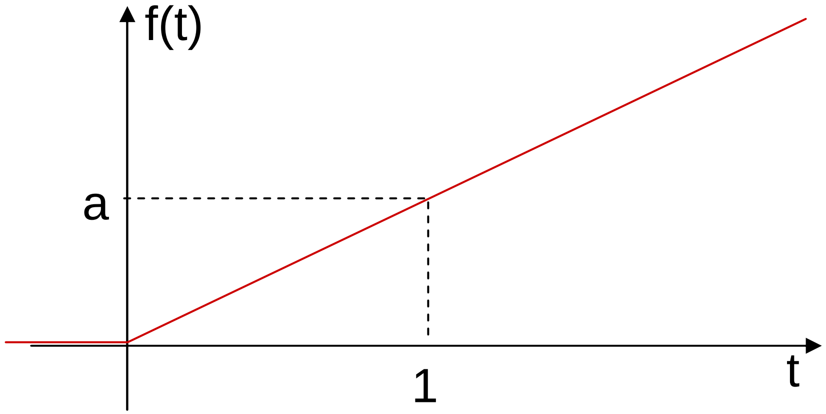
A la dependencia funcional de las variables de un circuito con el tiempo le llamamos forma de onda y puede expresarse o bien en forma analítica o bien en forma gráfica o bien en ambas formas conjuntamente

- La alimentación será la forma de onda de la corriente o la tensión que se suministra al circuito. Las variaciones que estas variables experimentan a lo largo del tiempo se pueden representar mediante funciones matemáticas o también se pueden representar gráficamente.

  Hay muchos tipos de alimentaciones:



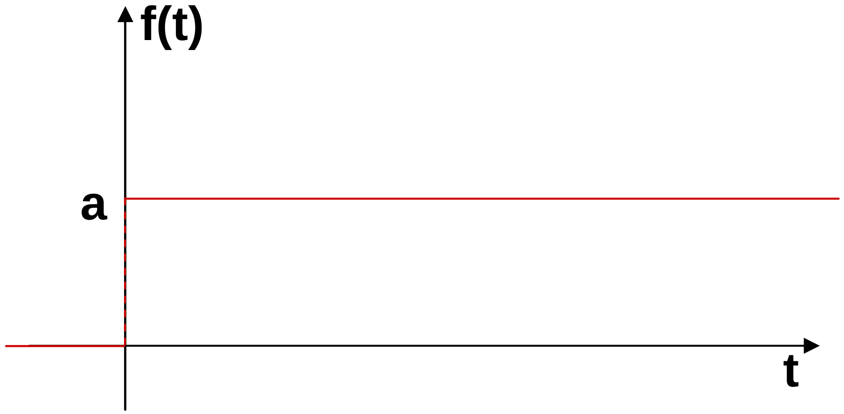
FUNCION RAMPA



$$f(t)=\begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \leq 0 \\ a \cdot t & \text{si} \quad t \geq 0 \end{cases}$$

Es una función continua que adquiere valor nulo para los valores negativos de la variable independiente y que crece constantemente para los valores positivos de la variable independiente.

FUNCION ESCALÓN

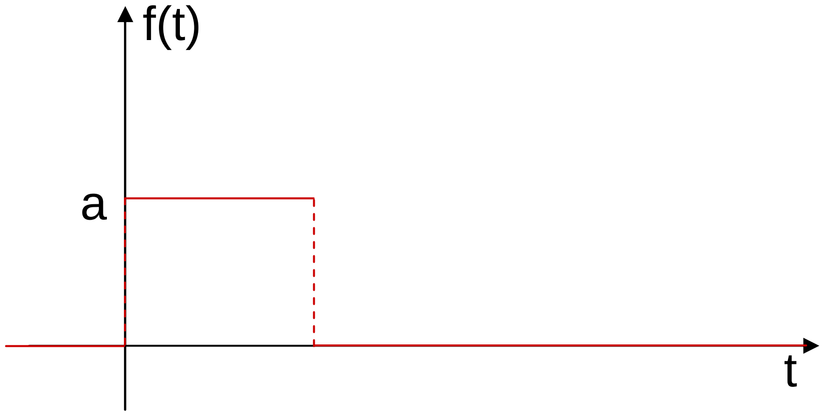


$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \text{a} & \text{si} \quad t > 0 \end{cases}$$

Es una función discontinua que adquiere valor nulo para los valores negativos de la variable independiente, que presenta un punto de discontinuidad de primera especie en t=0 y que adquiere un valor constante a para los valores positivos de la variable independiente.

Se puede afirmar que la función escalón es la derivada de la función rampa.

FUNCION PULSO RECTANGULAR



$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ a & \text{si} \quad 0 < t < t_1 \\ 0 & \text{si} \quad t > t_1 \end{cases}$$

Es una función discontinua que adquiere valor nulo para los valores negativos de la variable independiente, que presenta dos puntos de discontinuidad de primera especie, el primero en t = 0 y el segundo en $t = t_1$, y que adquiere un valor constante a para los valores positivos de la variable independiente comprendidos entre 0 y t_1.

FUNCIÓN IMPULSO O δ DE DIRAC

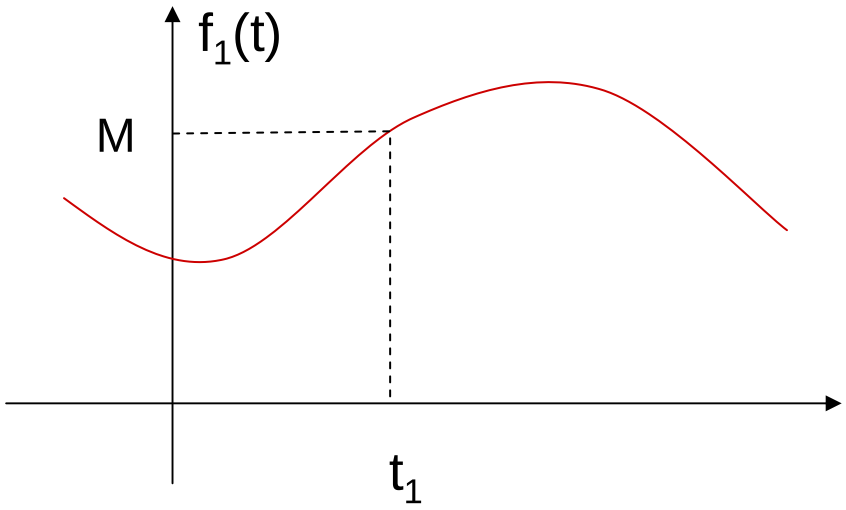
Esta función no tiene representación gráfica. Se define como una función que vale cero fuera de un intervalo muy pequeño alrededor del origen de la variable, y cuya integral vale uno cuando el intervalo de integración es un espacio muy pequeño alrededor del mismo.

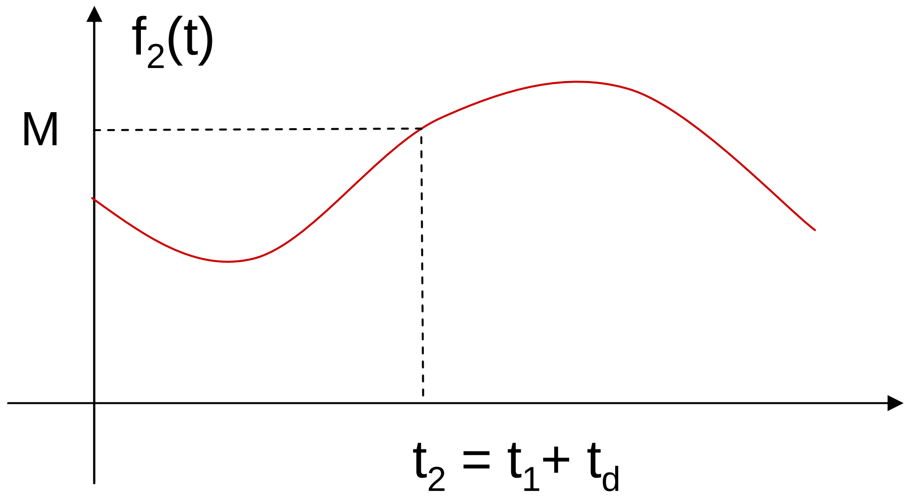
Puede considerarse como una derivada de la función pulso rectangular cuando el tiempo tiende a cero.

$$\delta(t) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & \mathrm{si} & t < 0 \\ \infty & \mathrm{si} & \mathrm{t} = 0 \\ 0 & \mathrm{si} & t > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \delta(t)dt = 1$$

Funciones desplazadas en el tiempo.

Decimos que dos funciones f_1 y f_2 son iguales pero desplazadas en el tiempo cuando se cumple para todo instante de tiempo que los valores que f_1 adquiere en el instante de tiempo t, f_2 los repite en el instante de tiempo $t+ t_d$.





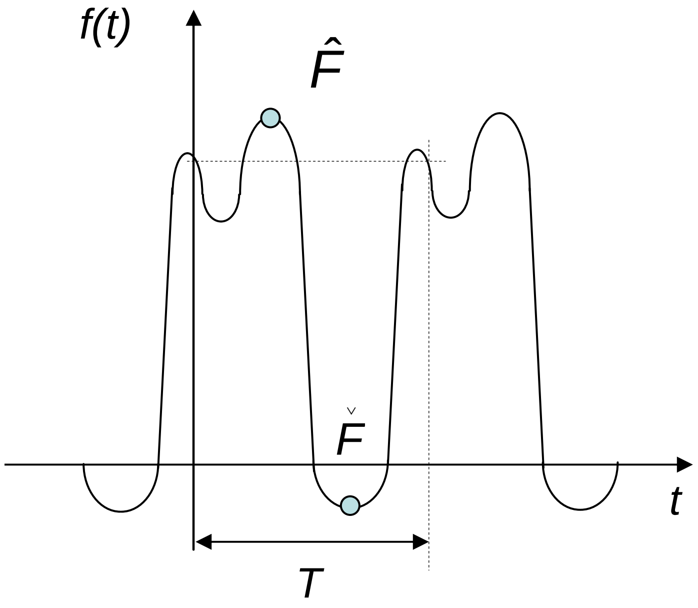
$f_1(t_1)=M$

$f_2(t_2)=M$
$t_2=t_1+ t_d$

En general por responder las dos funciones f_1 y f_2 a la misma característica, aunque desplazada en el tiempo, se les llama con el mismo nombre y diremos que si $f_1(t) = f(t)$, entonces $f_2(t) = f(t-t_d)$

1.5 FORMAS DE ONDA PERIODICAS (1)

Decimos que una forma de onda es periódica cuando sus valores se repiten a intervalos iguales de tiempo y en el mismo orden, cumpliéndose que f(t) = f(t+T) = f(t+2T) = f(t+3T) = f(t+4T) = f(t+5T) = ...= f(t+nT), al mínimo valor T que cumple esta condición se le denomina periodo de la onda periódica.

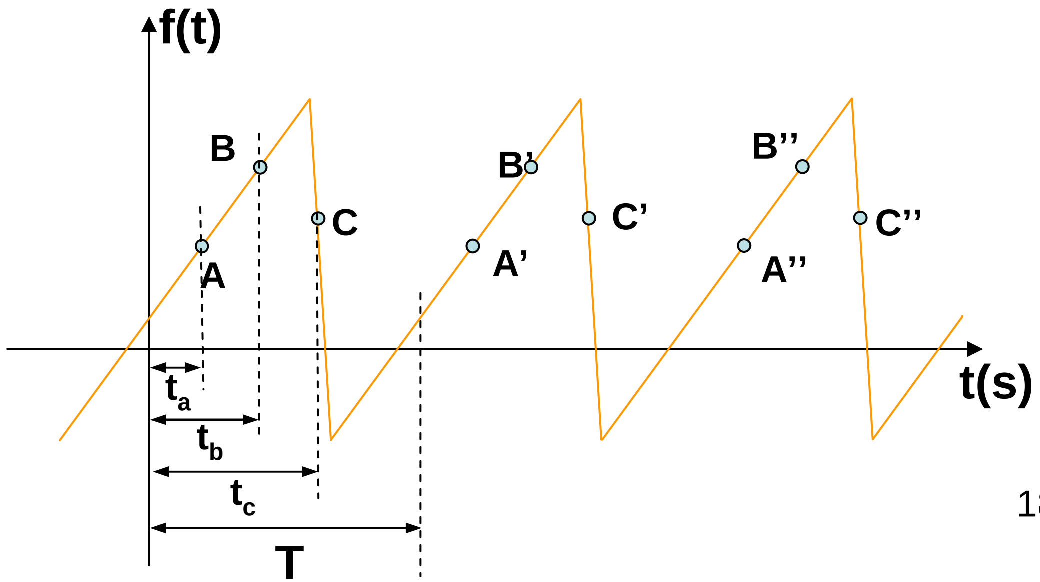


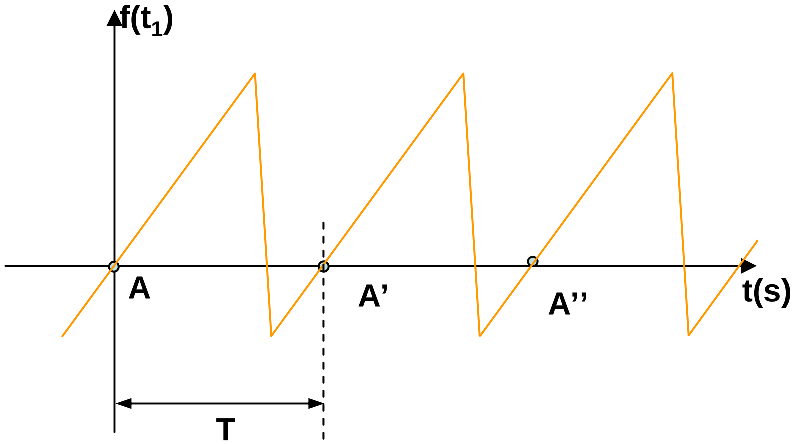
CICLO.- parte de onda correspondiente a un espacio de tiempo igual a un periodo, es decir ente t y t +T

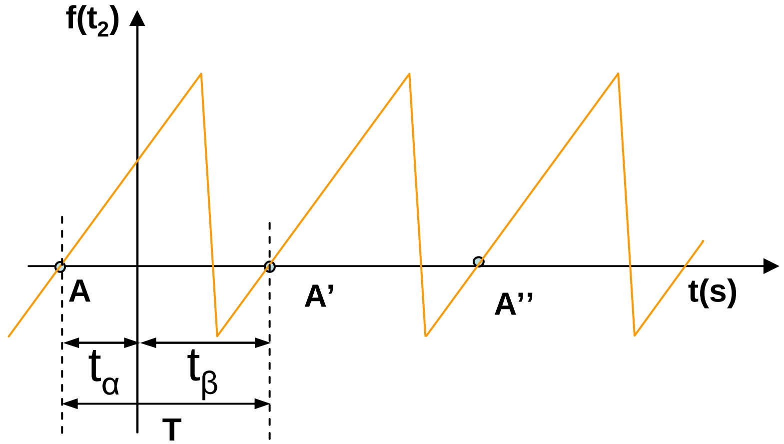
FRECUENCIA.- numero de ciclos que tiene lugar en la unidad de tiempo. f·T=1

FASE.- fracción de tiempo transcurrido para cada punto de la onda desde el instante de tiempo tomado como referencia. Cada punto de un ciclo representa una fase y cada fase se repite en cada uno de los periodos.

Dentro de un ciclo no hay dos puntos que tengan la misma fase



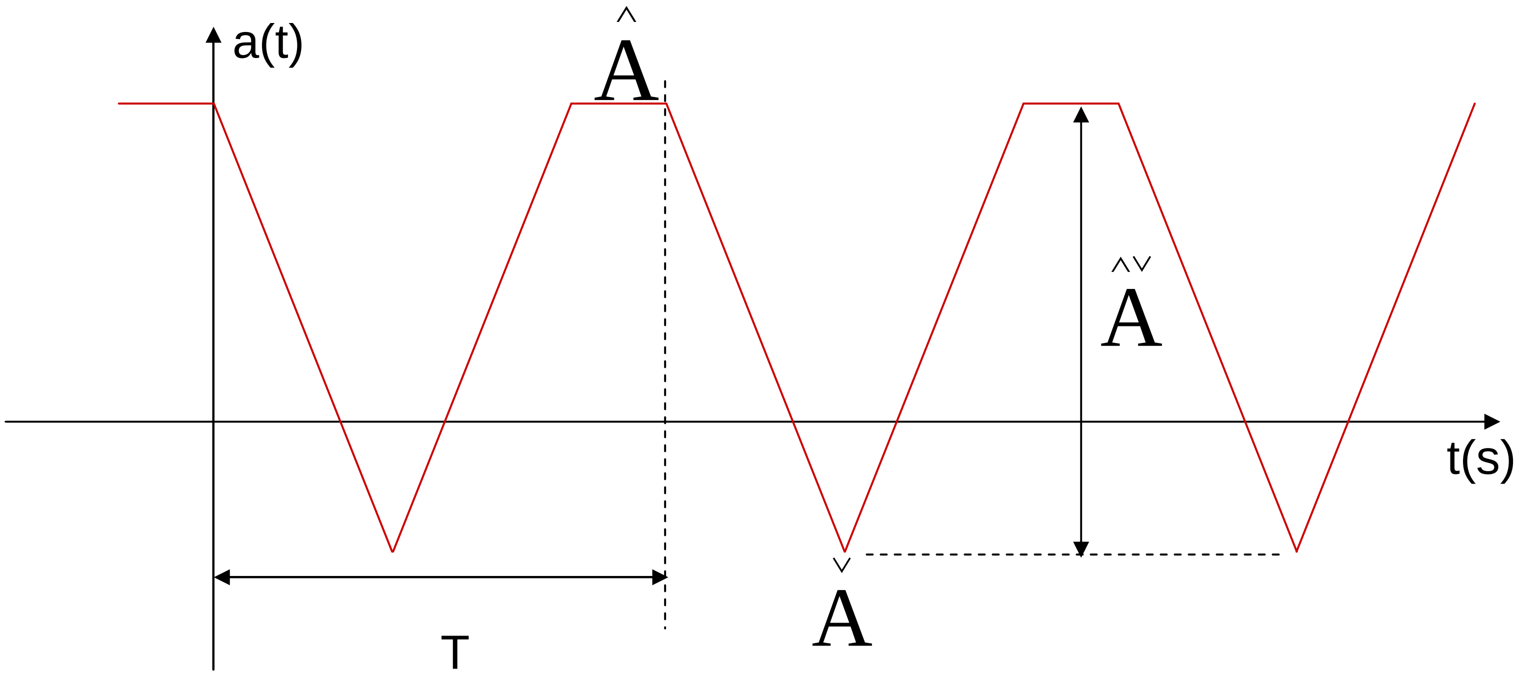




$t_\alpha < T/2 < t_\beta$

1.5 FORMAS DE ONDA PERIODICAS (3)

Valores asociados a las formas de onda periódicas

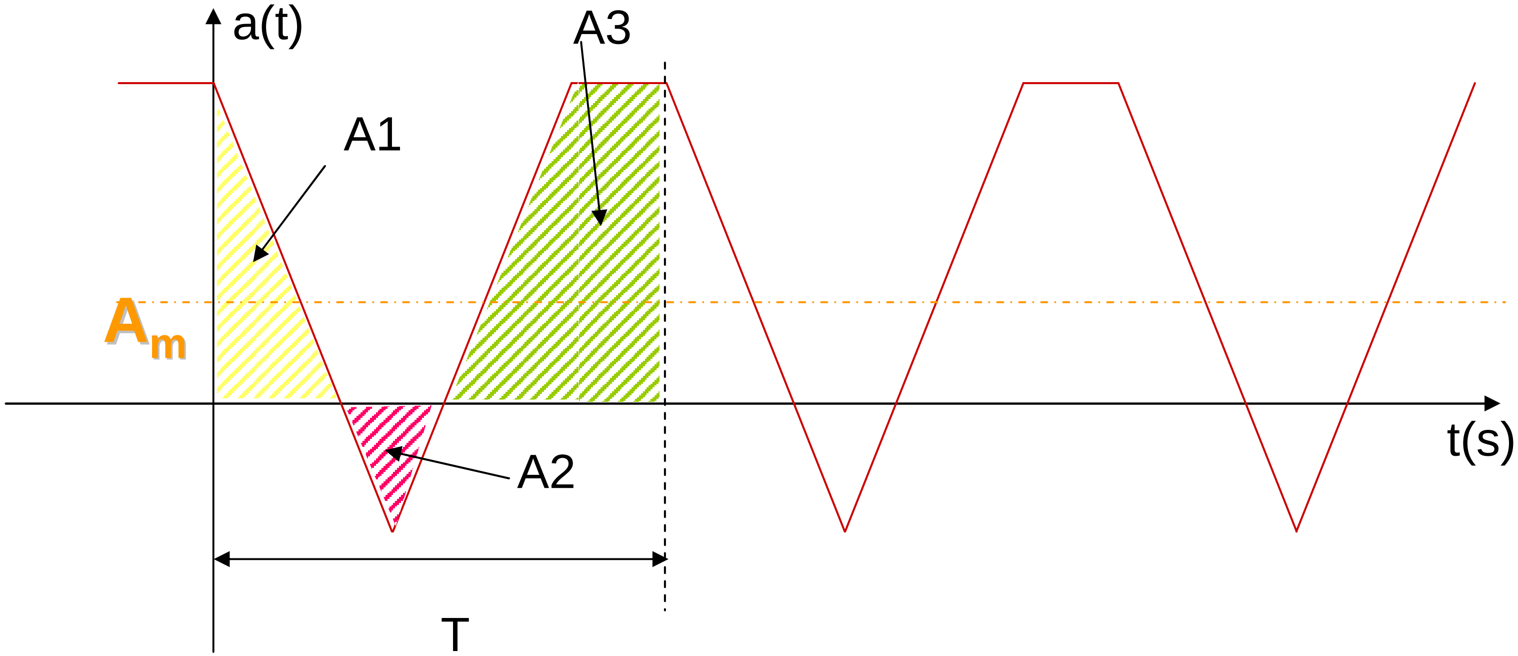


$\hat{A}$ Valor de cresta: Máximo valor que adquiere la función periódica en un periodo

$\check{A}$ Valor de valle: Mínimo valor que adquiere la función periódica en un periodo

$\hat{\check{A}}$ Valor de cresta a valle: Es la diferencia entre los valores de cresta y valle en un periodo

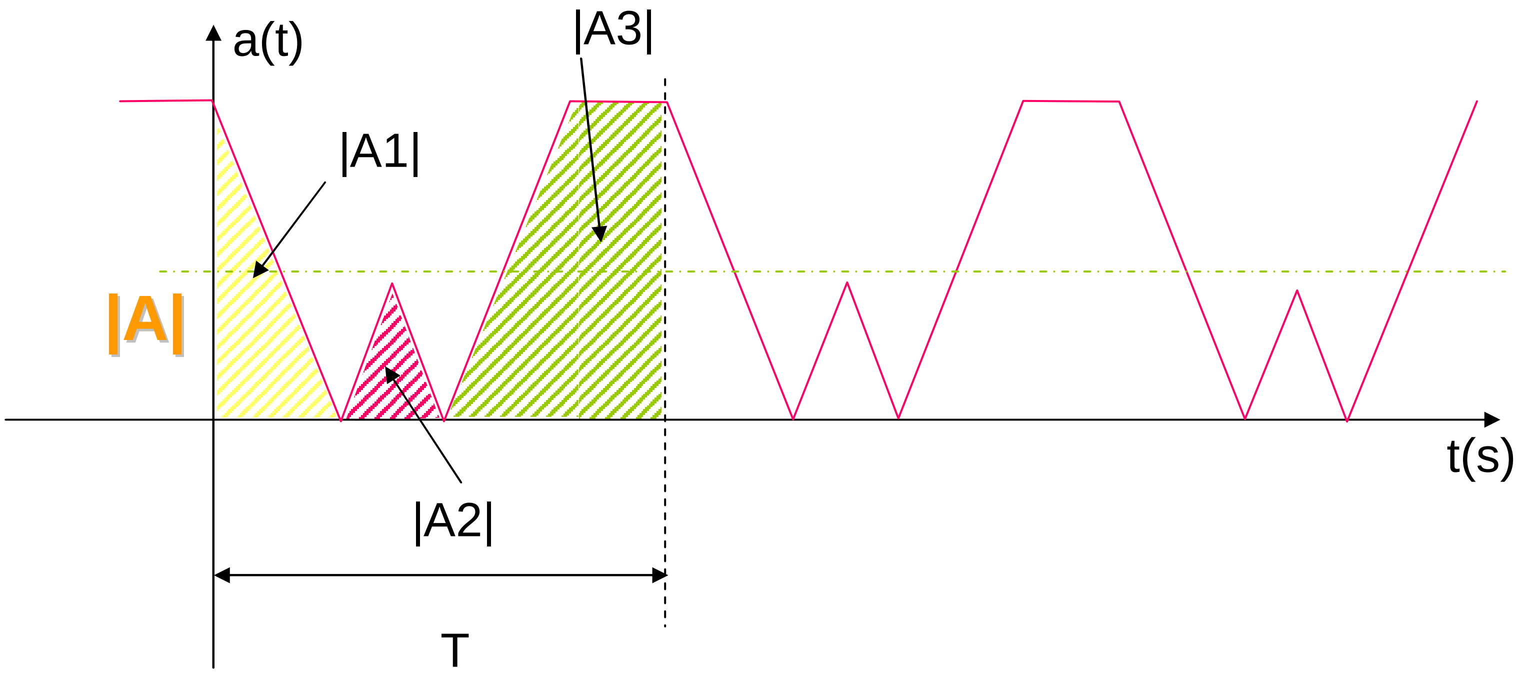
Valores asociados a las formas de onda periódicas: VALOR MEDIO



Valor medio: es la media aritmética de los valores instantáneos de la función durante un periodo. Se corresponde con la altura de un rectángulo que encierra el mismo área que la función.

$$\mathrm{Am} = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_{a}^{a+T} a(t)\,dt = \frac{1}{\mathrm{T}} (\mathrm{A1} + \mathrm{A2} + \mathrm{A3})$$

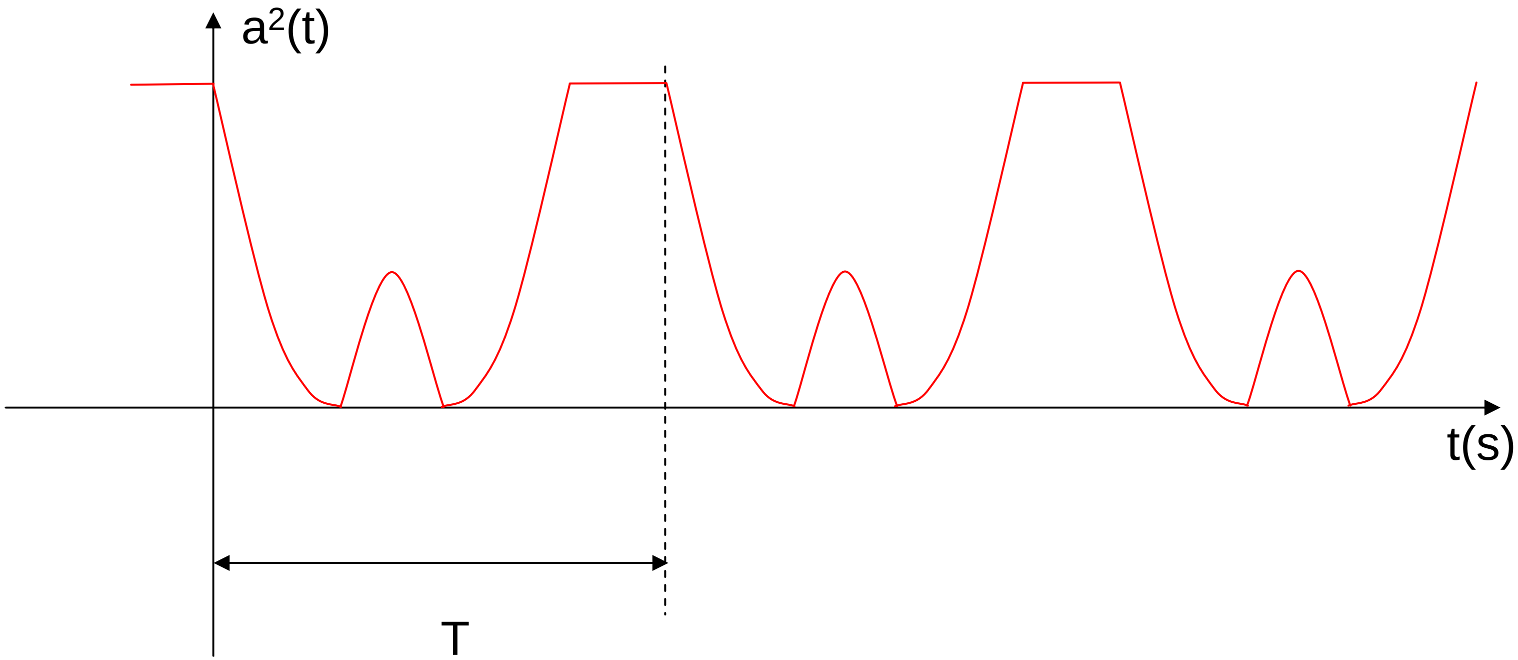
Valores asociados a las formas de onda periódicas: VALOR MEDIO RECTIFICADO



Valor medio rectificado: es la media aritmética de los valores absolutos de la función durante un periodo. Se corresponde con la altura de un rectángulo que encierra el mismo área en valor absoluto que el valor absoluto de las áreas que encierra la función.

$$|\mathrm{A}| = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_a^{a+T} |a(t)|dt = \frac{1}{\mathrm{T}}(|\mathrm{A1}| + |\mathrm{A2}| + |\mathrm{A3}|)$$

Valores asociados a las formas de onda periódicas: VALOR EFICAZ



Valor eficaz: es la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de los valores instantáneos de la función durante un periodo. No puede ser nunca negativo y siempre es mayor o igual que el valor medio.

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{a}^{a+T} a(t)^2\,dt}$$

Factor de cresta: es la relación entre el valor de cresta y el valor eficaz de una función periódica.

$$F_c = \frac{\hat{A}}{A}$$

Factor de forma: es la relación entre el valor eficaz y el valor medio rectificado de una función periódica.

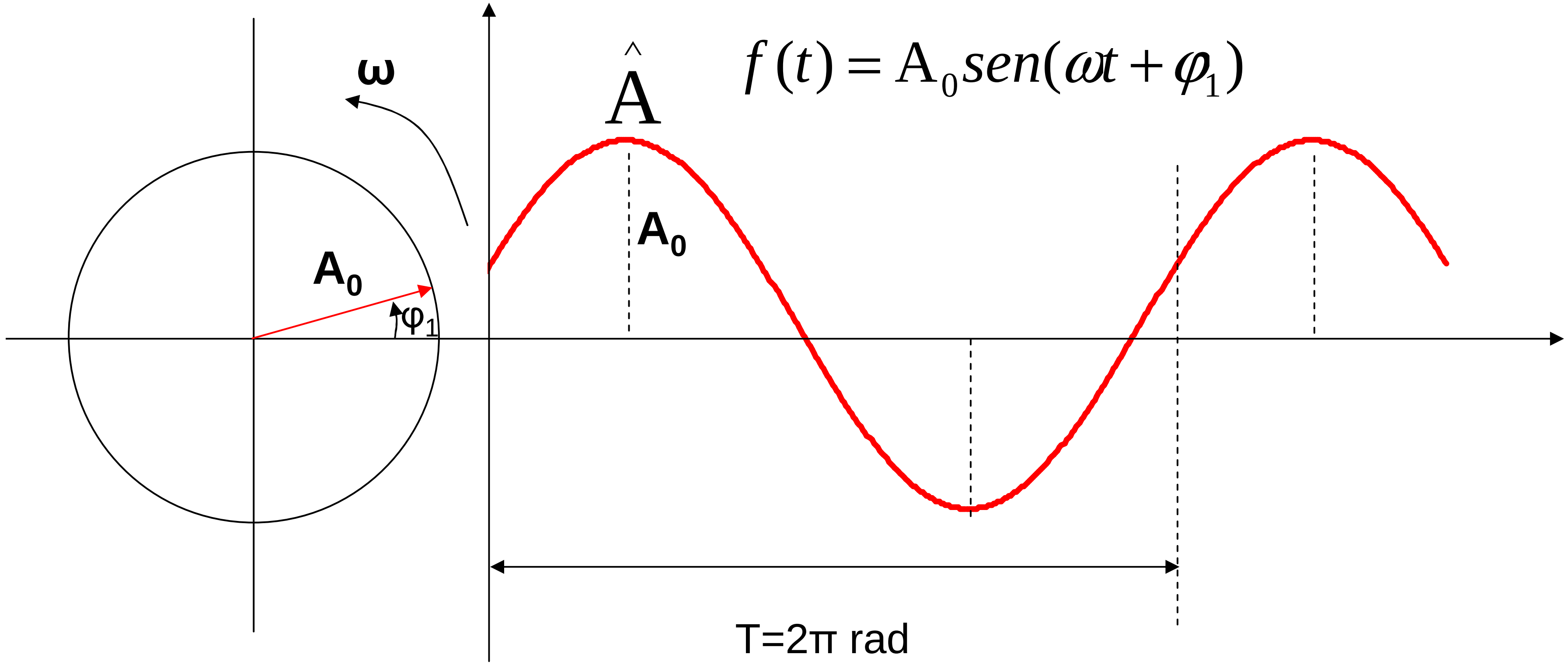
$$F = \frac{A}{|A|}$$

Factor de rizado o rizado: es la raíz cuadrada del cuadrado del factor de forma menos 1.

$$r = \sqrt{F^2 - 1}$$

FORMAS DE ONDA PERIODICAS SINUSOIDALES

$$f(t) = \mathrm{A}_0 sen(\omega t + \varphi_1)$$



f(t): valor instantáneo

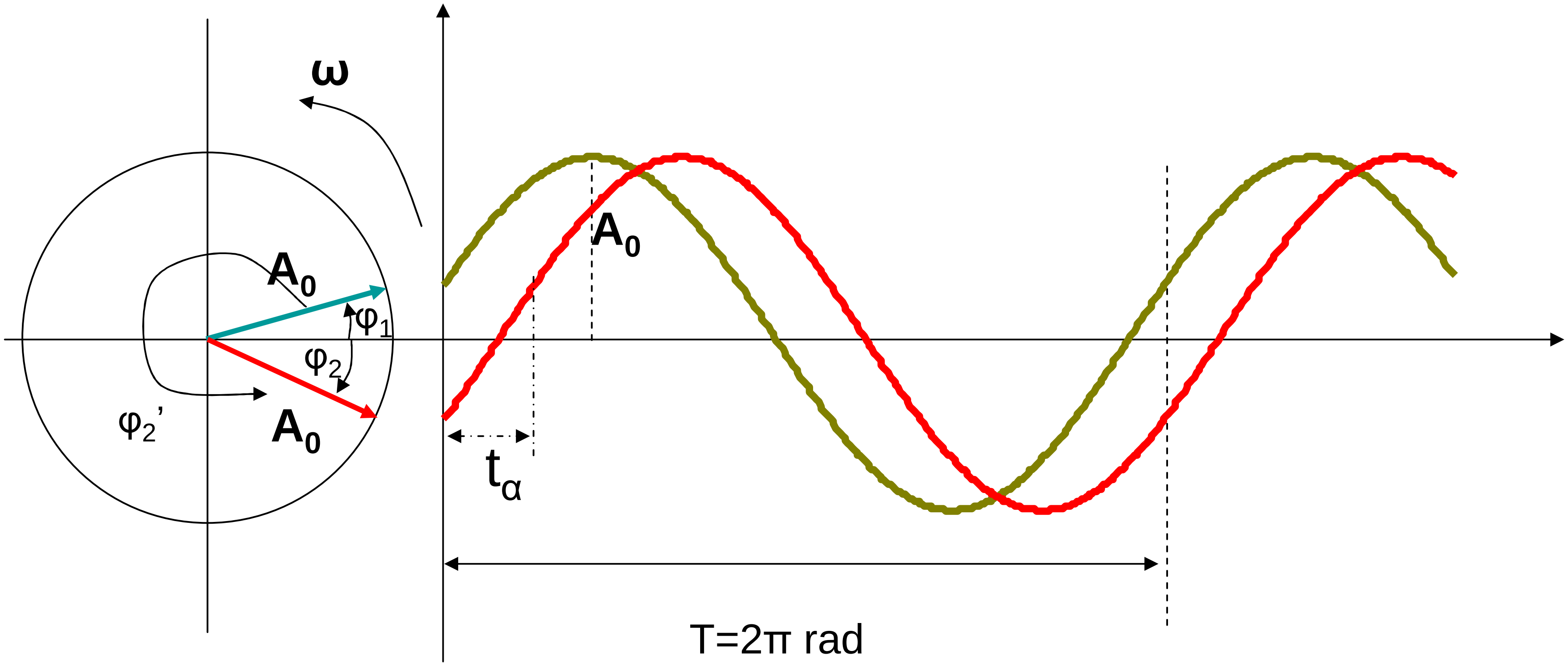
Valor de cresta o Amplitud: se corresponde con el máximo valor que adquiere la onda en un periodo le llamamos A_0 y coincide en valor absoluto con el valor de valle con lo que el valor de cresta a valle vale $2A_0$.

ω: Pulsación angular medida en rad/seg.

φ: ángulo de fase inicial, se toma desde el origen, no debe de ser superior a T/2

ωt + φ: fase en cada instante $\omega \mathrm{T} = 2\pi \Rightarrow \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{1}{f} = \mathrm{T} \Rightarrow \omega = 2\pi f$

FORMAS DE ONDA PERIODICAS SINUSOIDALES



Concordancia de fase

$$\omega t_1 + \varphi_1 = \omega t_2 + \varphi_2 \Rightarrow t_1 - t_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\omega} = \frac{\mathrm{T}}{2\pi}(\varphi_2 - \varphi_1) \Rightarrow \varphi_2 > \varphi_1 \Rightarrow t_2 < t_1$$

Por tanto la segunda función adelanta respecto a la primera, adelanta la función que tenga ángulo de fase mayor siempre que este ángulo no sobrepase a T/2.

En nuestro caso $f(t_2)$ retrasa un ángulo $(\varphi_1 + \varphi_2)$ respecto a $f(t_1)$

1.6 VALORES ASOCIADOS A FORMAS DE ONDA PERIODICAS (10)

Importancia de este tipo de funciones

- ✓ Si un circuito constituido por elementos lineales se excita con un fuente sinusoidal, todas las variables del circuito son funciones sinusoidales de la misma frecuencia pero de distintas amplitudes y con distintos ángulos de fase iniciales.
- ✓ La suma de funciones sinusoidales, así como sus derivadas e integrales son funciones sinusoidales de la misma frecuencia.
- ✓ Son fáciles de generar y además debido a la facilidad que representa la variación de sus valores a través de los transformadores permiten que el transporte se realice a alta tensión y con corrientes más bajas de las que se necesitarían en continua. Además las perdidas serán menores.

Valores asociados a las formas de onda periódicas sinusoidales

Valor medio $\mathrm{Am} = \frac{1}{T}\int_0^T A_0 \cdot sen(\omega t) = -\frac{1}{2\pi}\left[A_0 \cos(\omega t)\right]_0^{2\pi} = -\frac{A_0}{2\pi}[1-1] = 0$

Valor medio rectificado $\left|\overline{a(t)}\right| = \left|A_0 \cdot sen\,\omega t\right|$ $\quad \left|\overline{f(\alpha)}\right| = \frac{1}{T}\int_0^T \left|A_0 \cdot sen\,\omega t\right| \mathrm{d}t = -\frac{1}{\pi}\left[A_0 \cos\omega t\right]_0^{\pi} = -\frac{A_0}{\pi}[-1-1] = \frac{2A_0}{\pi}$

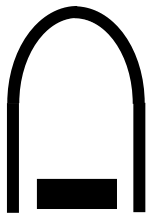
Valor eficaz $a^2(t) = A_0^2 \cdot sen^2 \omega t$ $\quad F = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T A_0^2 \cdot sen^2 \omega t \cdot \mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{A_0^2}{\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\right)\mathrm{d}t} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$

Factor de cresta $F_C = \frac{A_0}{A_0/\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

Factor de forma $F = \frac{A_0/\sqrt{2}}{2A_0/\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

Factor de rizado $r = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\right)^2 - 1} = 0{,}48$

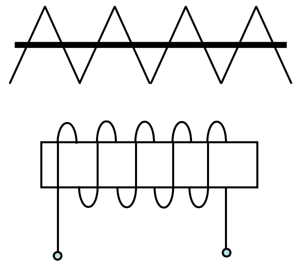
Significado de los símbolos que aparecen en los aparatos analógicos de medida



CUADRO MÓVIL

VALOR MEDIO

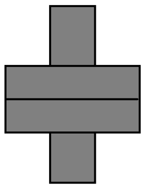
(tiene polaridad)



HIERRO MÓVIL

VALOR EFICAZ

(no tiene polaridad)



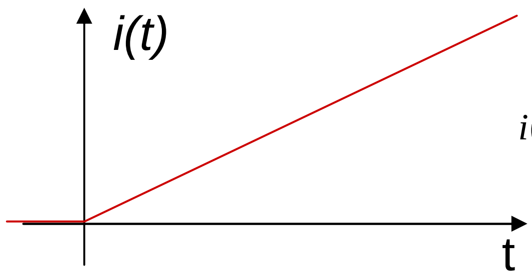
ELECTRODINÁMICO

VALOR MEDIO DEL PRODUCTO DE LA TENSIÓN POR LA CORRIENTE.

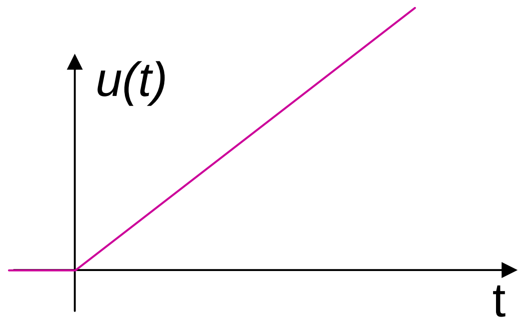
(tiene polaridad)

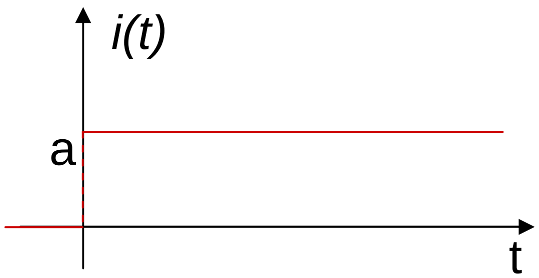
RESISTENCIA

$$u(\mathrm{t}) = R \cdot i(\mathrm{t})$$

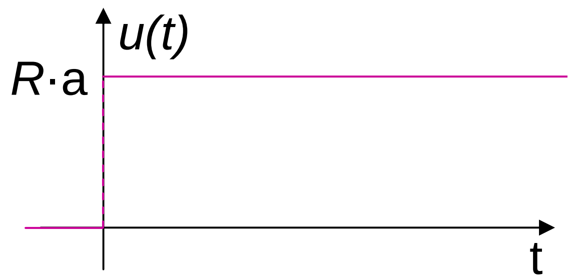


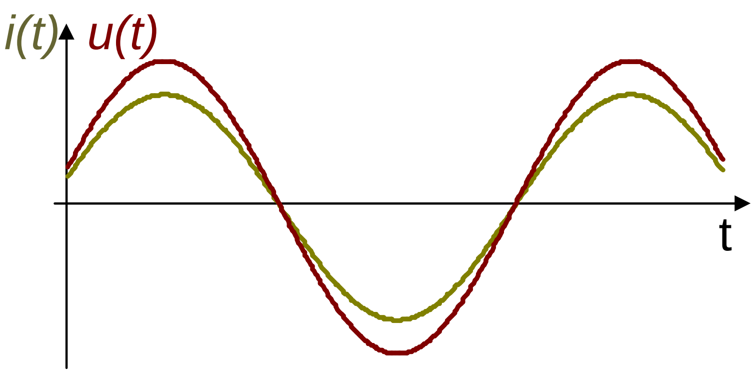
$$i(t)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad t\le 0\\ \mathrm{a}\cdot t & \text{si}\quad t\ge 0\end{cases} \Rightarrow u(t)=\begin{cases}0 & \text{si}\quad t\le 0\\ R\cdot \mathrm{a}\cdot t & \text{si}\quad t\ge 0\end{cases}$$





$$i(t)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad t< 0\\ \mathrm{a} & \text{si}\quad t> 0\end{cases} \Rightarrow u(t)=\begin{cases}0 & \text{si}\quad t< 0\\ R\cdot \mathrm{a} & \text{si}\quad t> 0\end{cases}$$

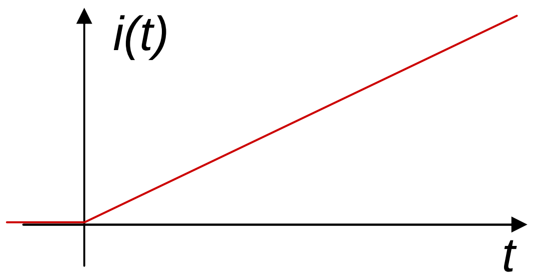




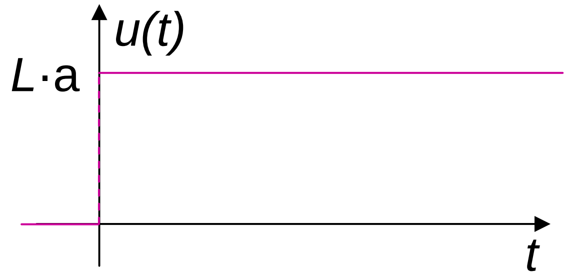
$$i(t) = I_0 sen(\omega t + \varphi_1) \Rightarrow u(t) = R \cdot I_0 sen(\omega t + \varphi_1)$$

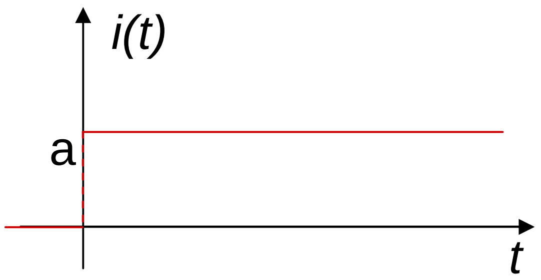
BOBINA

$$u(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t)$$

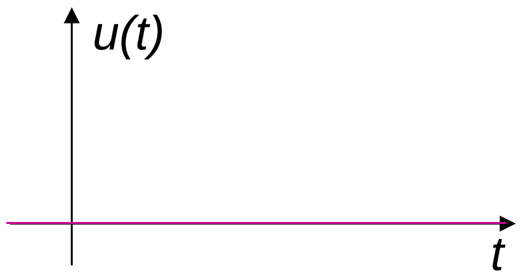


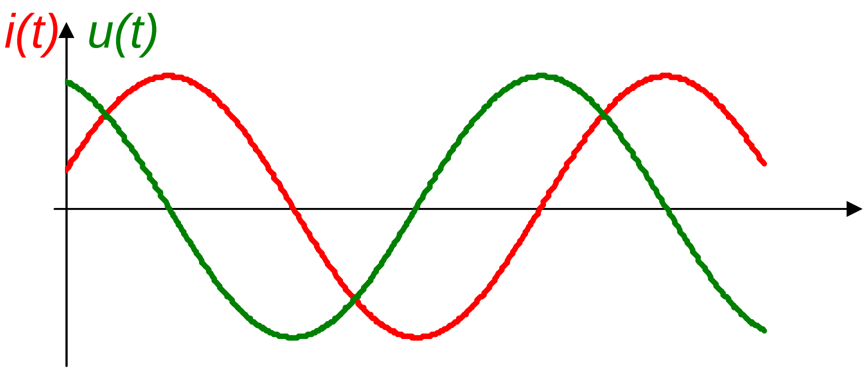
$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \leq 0 \\ \mathrm{a} \cdot t & \text{si} \quad t \geq 0 \end{cases} \Rightarrow u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ L \cdot a & \text{si} \quad t > 0 \end{cases}$$





$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \mathrm{a} & \text{si} \quad t > 0 \end{cases} \Rightarrow u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ 0 & \text{si} \quad t > 0 \end{cases}$$

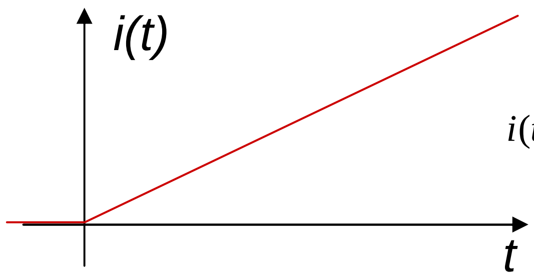




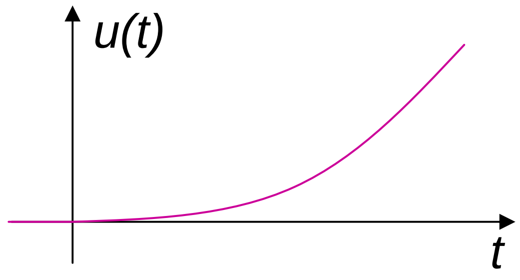
$$i(t) = I_0 sen(\omega t + \varphi_1) \Rightarrow$$
$$u(t) = L \cdot \omega \cdot I_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

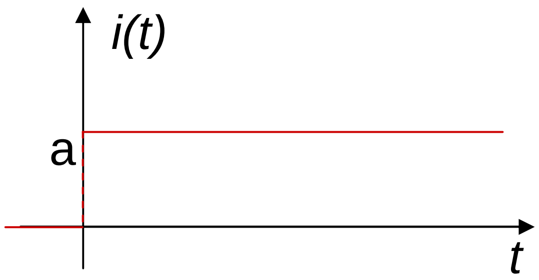
CONDENSADOR

$$u(\mathrm{t}) = \frac{1}{C}\int i(t)\cdot dt$$

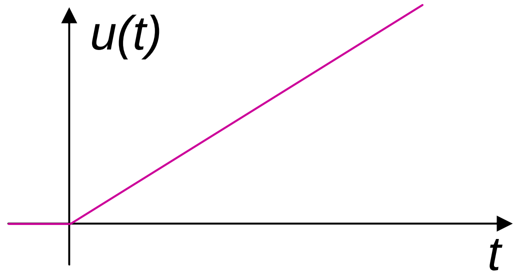


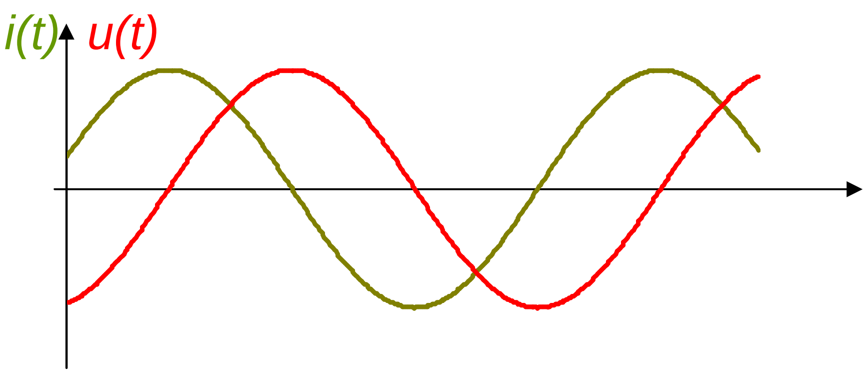
$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \le 0 \\ \mathrm{a}\cdot t & \text{si} \quad t \ge 0 \end{cases} \Rightarrow u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \dfrac{1}{2}\dfrac{a\cdot t^2}{C} & \text{si} \quad t > 0 \end{cases}$$





$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \mathrm{a} & \text{si} \quad t > 0 \end{cases} \Rightarrow u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < 0 \\ \dfrac{\mathrm{a}\cdot t}{C} & \text{si} \quad t > 0 \end{cases}$$





$$i(t) = I_0 sen(\omega t + \varphi_1) \Rightarrow$$

$$u(t) = -\frac{1}{\omega\cdot C}\cdot I_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

1.8 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto y otros, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid 1990. Tema I y Tema V.
- J. Fraile Mora, Electromagnetismo y Circuitos eléctricos, Mc Graw Hill. Madrid, 2005. Capítulo 3 y apéndice 2.
- Z. Aginako y otros, Zirkuituen Teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2006. 1. atala.
- Ley 88/1967, de 8 de noviembre, declarando de uso legal en España el denominado Sistema Internacional de Unidades de Medida, S.I. (BOE 10-11-1967).
- Decreto 1257/1974, de 25 de abril sobre modificaciones del Sistema Internacional de Unidades, denominado S.I. vigente en España por ley 88/1967 de 8 de noviembre. (BOE 8-5-1974).
- Real Decreto 1317/1989, de 27 de octubre, por el que se establece el Sistema Legal de unidades de medida, BOE (3-11-1989). Corrección de errores BOE(24-1-1990).
- Real Decreto 1737/1997, de 20 de noviembre, por el que se modifica el Real Decreto 1317/1989, de 27 de octubre, por el que se establecen las Unidades Legales de Medida.
- UNE 82100 Magnitudes y unidades.
- UNE 82103 Unidades SI y recomendaciones para el empleo de sus múltiplos y submúltiplos y de algunas otras unidades.
- UNE 82104 Tratamiento de la información. Representación de las Unidades del Sistema Internacional y de otras unidades en los sistemas con conjuntos de caracteres limitados.