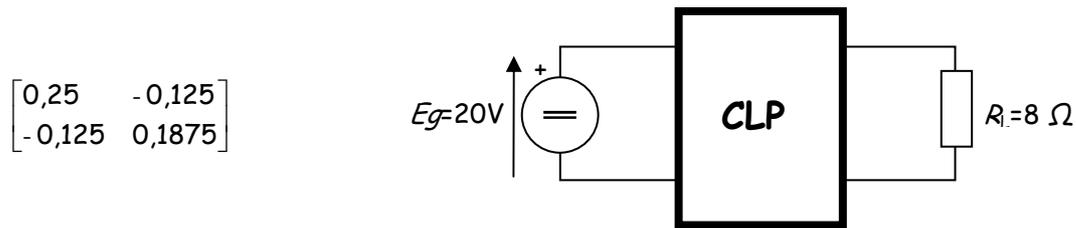


El cuadripolo de la figura viene definido por su matriz de parámetros de admitancias,



Y en la puerta 2 se cierra mediante una resistencia de carga $R_L = 8 \Omega$ y alimentado por la puerta 1 mediante una fuente ideal de tensión: $E_g = 20V$.

Con estas consideraciones se pide:

- 1 Equivalente en T del citado cuadripolo.
- 2 Impedancia equivalente vista de la puerta 1.
- 3 Ganancia de tensión y de corriente.
- 4 Potencia disipada en la resistencia de carga.

RESOLUCIÓN

1 Equivalente en T

El circuito es recíproco, pues: $y_{12} = y_{21} = -0,125S$

El circuito no es simétrico, pues: $y_{11} \neq y_{22} \rightarrow 0,25 \neq 0,1875$

Luego al ser recíproco tiene equivalente en T.

La matriz de impedancias se puede obtener como inversa de la matriz de admitancias.

$$Z = Y^{-1}$$

Para calcular Y^{-1} la, primero se obtiene el determinante de Y

$$|Y| = \begin{vmatrix} 0,25 & -0,125 \\ -0,125 & 0,1875 \end{vmatrix} = 0,046875 - 0,015625 = 0,03125$$

A continuación se transpone Y , sin embargo al ser una matriz simétrica coincide con su transpuesta: $Y = Y^t$

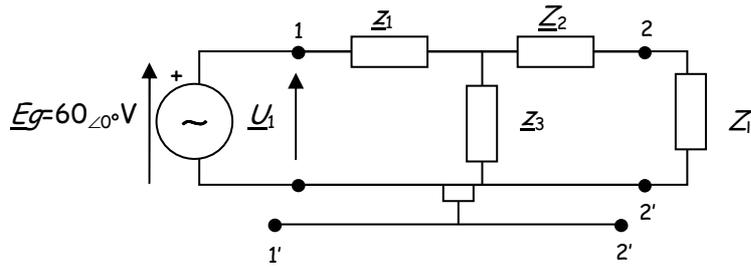
Se continúa haciendo la matriz adjunta de Y^t .

$$Y_a^t = \begin{bmatrix} 0,1875 & 0,125 \\ 0,125 & 0,25 \end{bmatrix}$$

Para finalizar se dividen todos los elementos de Y_a^t por el valor del determinante de Y .

$$Z = Y^{-1} = \frac{1}{0,03125} \begin{bmatrix} 0,1875 & 0,125 \\ 0,125 & 0,25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Conocida la matriz de impedancias, la obtención del equivalente en T es sencilla.

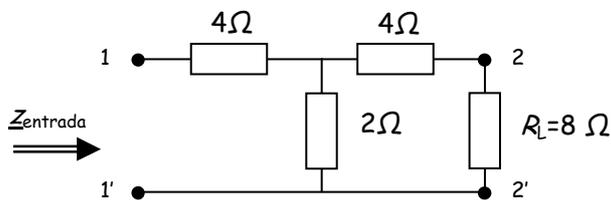


$$Z_1 = Z_{11} - Z_{12} = 6 - 4 = 2\Omega$$

$$Z_2 = Z_{22} - Z_{12} = 8 - 4 = 4\Omega$$

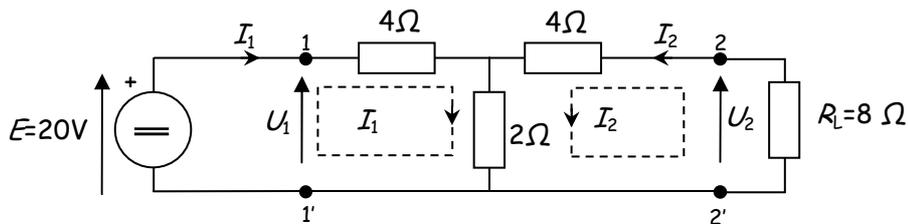
$$Z_3 = Z_{12} = Z_{21} = 4\Omega$$

2 Impedancia equivalente vista de la puerta uno.



$$Z_{\text{entrada}} = \frac{(4+8)4}{4+8+4} + 2 = 5\Omega$$

3 Ganancia de tensión y de corriente



Para determinar las ganancias es necesario resolver el circuito y obtener las incógnitas I_1 , I_2 , U_1 y U_2 :

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 20 & 4 \\ 0 & 16 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 16 \end{vmatrix}} = \frac{320}{96-16} = 4A$$

Conocida I_1 , se desarrolla la segunda fila para obtener la corriente I_2 .

$$4 \cdot 4 + 16 \cdot I_2 = 0 \rightarrow I_2 = -1A$$

$$U_1 = 20V$$

$$U_2 = -(-1) \cdot 8 = 8V$$

$$\text{Luego la ganancia de corriente: } G_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{-1}{4} = -0,25$$

$$\text{Y la ganancia de tensión: } G_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{8}{20} = 0,4$$

4 Potencia disipada en la resistencia de carga

$$P = R_L \cdot I_2^2 = 8 \cdot (-1)^2 = 8W$$

Otra forma de hacer el problema:

Se introduce en las ecuaciones características la condición de la puerta 2: $U_2 = -8I_2$

$$\begin{bmatrix} 20 \\ U_2 = -8I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

La misma "T" que antes.

2

$$Z_{\text{entrada}} = \frac{\Delta Z'}{\Delta_{11}} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 16 \end{vmatrix}}{16} = \frac{6 \cdot 16 - 16}{16} = 5\Omega$$

Por fórmula:

$$Z_{\text{entrada}} = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22} + Z_L} = 6 - \frac{4 \cdot 4}{8 + 8} = 5\Omega$$

3

Por linealidad: se supone que la corriente de la puerta dos vale 1 A

$$\begin{bmatrix} U_1' \\ -8 \cdot (I_2' = 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' = 1 \end{bmatrix}$$

Operando:

$$\begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix}$$

$$\text{Desarrollando la segunda fila: } -8 = 4 \cdot I_1' + 8 \cdot 1 \rightarrow I_1' = \frac{-16}{4} = -4A$$

$$\text{Desarrollando la primera fila: } U_1' = 6 \cdot (-4) + 4 \cdot 1 = -20V$$

$$U_2' = -8 \cdot I_2' = -8 \cdot 1 = -8V$$

$$\text{Luego la ganancia de corriente: } G_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{-4} = -0,25$$

$$\text{Y la ganancia de tensión: } G_U = \frac{U_2}{U_1} = \frac{-8}{-20} = 0,4$$

Por fórmula:

$$G_I = -\frac{z_{21}}{z_{22} + z_L} = \frac{-4}{8+8} = -\frac{1}{4} = -0,25$$

$$G_U = \frac{z_{21} \cdot z_L}{z_{11} \cdot z_L + \Delta z} = \frac{4 \cdot 8}{6 \cdot 8 + 32} = \frac{32}{80} = 0,4$$

4

$$I_2' = 1 \rightarrow -20V$$

$$\rightarrow k = -1$$

$$I_2 = -1A; \quad I_1 = 4A; \quad U_2 = 8V; \quad U_1 = 20V$$

$$I_2 \rightarrow 20V$$

$$P = R_L \cdot I_2^2 = 8 \cdot (-1)^2 = 8W$$