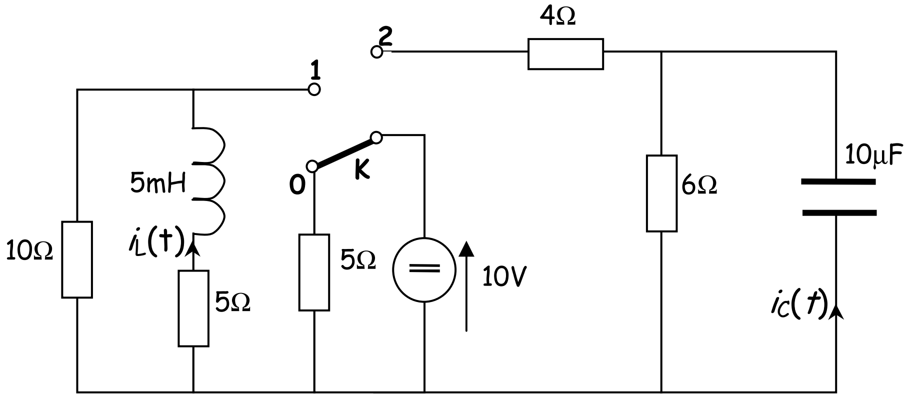
Para el circuito de la figura la secuencia del interruptor K es la siguiente:

- t<0 K está en la posición 0
- t=0 K pasa a la posición 1
- t=4 ms K pasa a l posición 2
- t=6 ms K vuelve a la posición 0

Determínese gráfica y analíticamente los valores de la corriente $i_L(t)$ e $i_C(t)$ para las distintas posiciones de K, durante todo instante de tiempo.

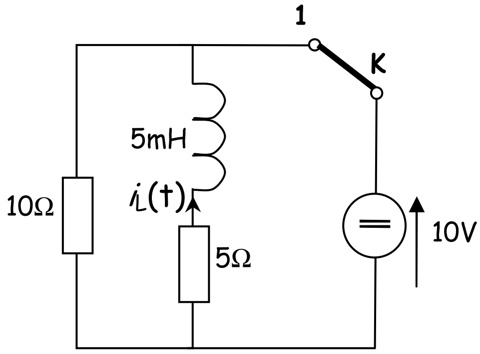


SOLUCIÓN:

Antes de t=0 nos encontramos con una bobina conectada en serie con dos resistencias, una de 10 Ω y otra de 5 Ω, por lo tanto se habrá descargado sobre las mismas, por su parte el condensador también esta conectado con una resistencia de 6 Ω por lo que cuando se conecte en t=4 ms. estará descargado.

0 ≤ t ≤ 4 ms.

El circuito por el que va a circular corriente será:

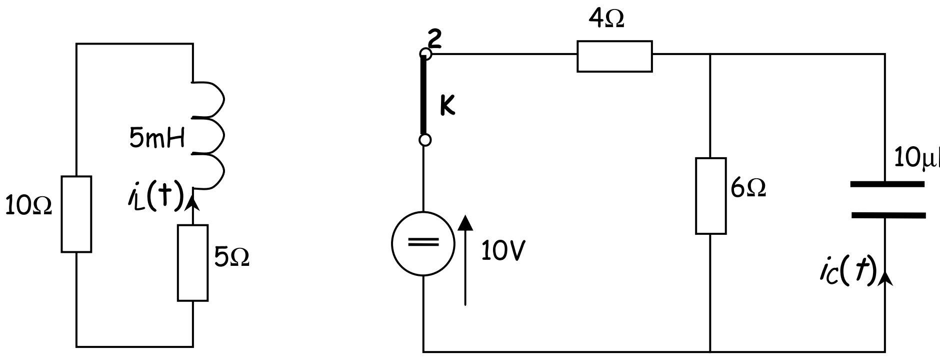


Nos encontramos con una bobina a estado cero excitada por una fuente de corriente continua, luego en el régimen permanente la corriente por la bobina valdrá $I_{L\infty}(t) = \dfrac{-10\,V}{5\,\Omega} = -2\,A$ y por otra parte tendremos que $I_{L\infty}(0) = -2\,A$, con lo que teniendo en cuenta que la constante de tiempos viene dada como $\tau = \dfrac{L}{Requ} = \dfrac{5 \cdot 10^{-3}}{5} = 1 \cdot 10^{-3}\,s$, ya podemos calcular la expresión de la corriente en la bobina

$$i_L(t) = -2 + 2 \cdot e^{-10^3 \cdot t} A \quad \text{si el tiempo cumple } 0 \leq t \leq 4 \text{ ms.}$$

Además sabemos que en t= 4 ms. no se ha alcanzado el régimen permanente, por lo tanto $i_L(4\cdot10^{-3}) = -2 + 2\cdot e^{-10^3\cdot4\cdot10^{-3}} = -1{,}9634A$, corriente que será la corriente inicial cuando el conmutador cambie de posición.

4 ms.≤ t ≤ 6 ms.
Ahora nos encontramos con dos circuitos diferenciados, por una parte una bobina cargada que se va a descargar sobre dos resistencias, y por otra parte un condensador descargado que se cargara.



Estudiamos en primer lugar el circuito de la bobina, y tenemos que $I_{L\infty}(t) = 0\ A$, por lo que $I_{L\infty}(4\cdot10^{-3}) = 0\ A$ y por otra parte como ya habíamos calculado la corriente inicial es $I_L(4\cdot10^{-3}) = -1{,}9634A$, y la nueva constante de tiempos será $\tau = \frac{L}{Requ} = \frac{5\cdot10^{-3}}{15} = \frac{1}{3}\cdot10^{-3}s$, luego el tiempo necesario para que se descargue la bobina es de 1,66 ms. y la bobina se habrá descargado antes de que se termine este intervalo de tiempo

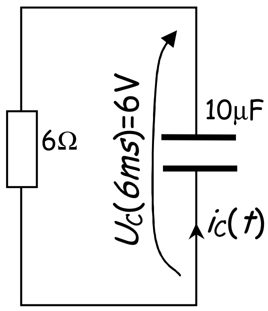
$$i_L(t) = -1{,}9634\cdot e^{-3\cdot10^3\cdot(t-4\cdot10^{-3})}A \quad \text{para 4 ms.} \le t \le 6 \text{ ms.}$$

Estudiamos ahora el comportamiento del condensador, la constante de tiempo será $\tau = Requ\cdot C = \frac{4*6}{4+6}*10\cdot10^{-6} = 24\cdot10^{-6}s$, luego como $5\tau = 120\cdot10^{-6}s = 0{,}120\,ms$ tiempo menor que los 2 ms. que permanecemos en esta posición, entonces se alcanzara el régimen permanente y el condensador se cargará con una tensión de 6 V.
Calculamos la corriente por el condensador en este intervalo de tiempo para ello sabemos que en t= 4ms., para evitar un salto brusco de tensión, el condensador se comporta como un cortocircuito por lo que $I_C(4\cdot10^{-3}) = -2{,}5\ A$, mientras que en el régimen permanente el condensador se comportará como un circuito abierto y tenemos que $I_{C\infty}(t) = 0\ A$ y por lo tanto $I_{C\infty}(4\cdot10^{-3}) = 0\ A$ también.
Con estos datos podemos decir que

$$i_C(t) = -2{,}5\cdot e^{-4{,}16\cdot10^4\cdot(t-4\cdot10^{-3})}A \quad \text{para 4 ms.} \le t \le 6 \text{ ms.}$$

6ms.≤ t
A partir de este instante de tiempo nos encontramos con que el circuito vuelve a la posición de reposo, y lo hace con la bobina descargada y el condensador cargado con una tensión de

6 voltios, en este caso solamente nos va a interesar estudiar la parte del condensador para calcular la corriente ene le mismo durante el proceso de la descarga, por ello estudiamos:



Tenemos un condensador cargado que se descara sobre la resistencia, la constante de tiempo valdrá $\tau = R \cdot C = 6 * 10 \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 10^{-6}\,s$ y el tiempo necesario para la descarga es de $5\tau = 300 \cdot 10^{-6}\,s = 0{,}3\,ms$ luego el condensador estará descargado en t = 6,3 ms., la tensión en bornes del condensador y por tanto de la resistencia es de

$$u_C(t) = 6 \cdot e^{-1{,}666 \cdot 10^4 \cdot (t-6 \cdot 10^{-3})} V \quad \text{para el tiempo} \quad 6ms. \leq t$$

Luego podemos decir que con el sentido de la corriente:

$$i_C(t) = \frac{u_C(t)}{6\Omega} = \frac{6 \cdot e^{-1{,}666 \cdot 10^4 \cdot (t-6 \cdot 10^{-3})}}{6} = 1 \cdot e^{-1{,}666 \cdot 10^4 \cdot (t-6 \cdot 10^{-3})} A \qquad \text{para el tiempo} \quad 6ms. \leq t$$