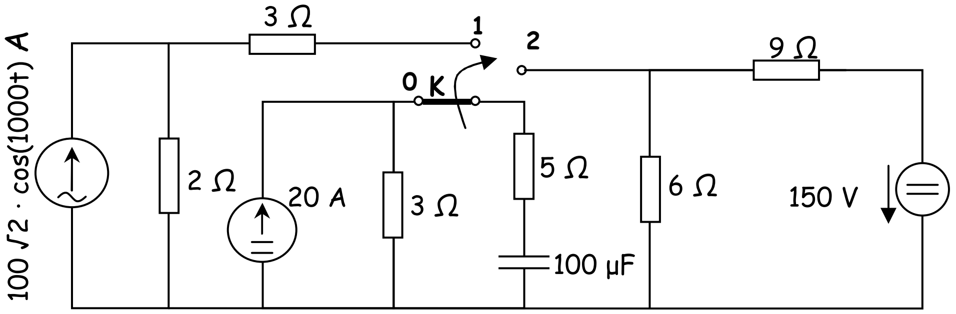
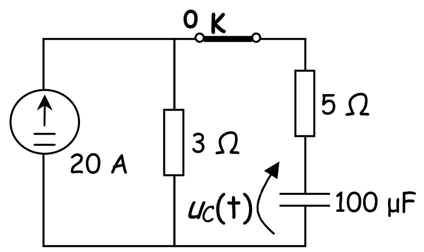
En el circuito de la figura el interruptor K lleva en la posición 0 desde un tiempo indefinido, habiéndose alcanzado el régimen permanente.
Para el instante de tiempo t = 0 s, el interruptor pasa a la posición 1, permaneciendo en ella un tiempo igual a 4π ms., instante de tiempo en que pasa a la posición 2, en la que permanecerá indefinidamente.

Se pide que, siguiendo la secuencia del interruptor, determines las expresiones analítica y gráfica de la tensión en bornes del condensador, para todo instante de tiempo



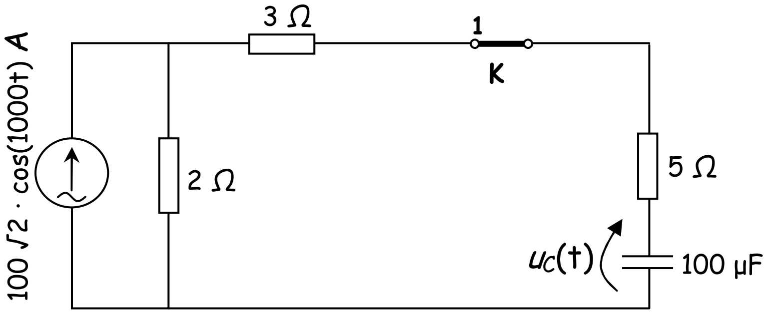
SOLUCIÓN:
Nos encontramos con un circuito cargado inicialmente que en t=0 va a pasar a estar alimentado por una fuente de corriente alterna y que a partir de t=4π ms., será excitado por una fuente de corriente continua.

La tensión inicial en el condensador la calcularemos a partir del circuito en régimen permanente para t < 0

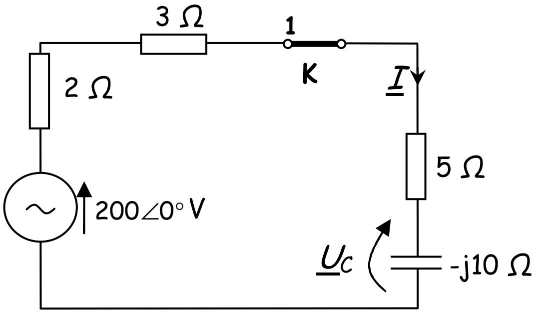


$$U_C(0) = 20\,A * 3\,\Omega = 60\,V$$

Para el tiempo comprendido entre 0 y 4π ms. el conmutador esta situado en la posición 1 y el circuito que estudiamos es el siguiente:



Estudiaremos el régimen permanente para ello transformamos la fuente de corriente en fuente de tensión para calcular la tensión en el condensador en régimen permanente.



$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 * 100 \cdot 10^{-6}} = 10\Omega$$

$$\underline{I} = \frac{200\angle 0^\circ}{10 - j10} = \frac{200\angle 0^\circ}{10\sqrt{2}\angle -45^\circ} = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ A$$

$$\underline{U}_C = 10\sqrt{2}\angle 45^\circ * 10\angle -90^\circ = 100\sqrt{2}\angle -45^\circ V$$

Con lo que podemos sacar la expresión de la tensión en función del tiempo y su valor para el instante de tiempo inicial

$$u_{c\infty}(t) = 200\cos(10^3 t - 45^\circ) \text{ y } u_{c\infty}(0) = 200\cos(10^3 \cdot 0 - 45^\circ) = 200\cos(-45^\circ) = 100\sqrt{2} \text{ V}$$

Calculamos la constante de tiempo del circuito $\tau = Requ \cdot C = 10 * 100 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-3} s$ y como vamos a permanecer un tiempo igual a 4π ms. que es mayor que $5\tau = 5 \cdot 10^{-3} s$, se alcanzará el régimen permanente.

$$u_C(t) = 200\cos(10^3 t - 45^\circ) - (100\sqrt{2} - 60)e^{-10^3 t} \quad \text{para } 0 \le t \le 4\pi \text{ ms.}$$

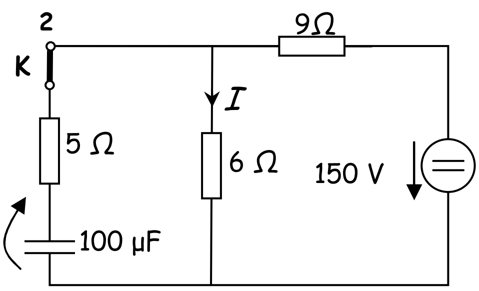
Cuando se cambie de situación en t = 4π ms., la onda de la tensión estará en un valor igual a $u_{c\infty}(4\pi \cdot 10^{-3}) = 200\cos(10^3 4\pi \cdot 10^{-3} - 45^\circ) = 200\cos(4\pi - 45^\circ) = 200\cos(-45^\circ) = 100\sqrt{2}$ V que será la tensión inicial $U_c(4\pi 10^{-3})$ para el siguiente intervalo

4π ms. ≤ t

Una vez que conocemos el valor de tensión inicial en el instante de tiempo t = 4π ms., el nuevo circuito que tenemos que estudiar cuando bascule el conmutador a la posición 2 será:

$$I_\infty = \frac{-150}{6+9} = \frac{-150}{15} = -10 \text{ A}$$

$$U_{C\infty} = -10A * 6\Omega = -60 \text{ V}$$



Calculamos la nueva constante de tiempo del circuito, sabemos que la $Requ = \frac{6\Omega * 9\Omega}{6\Omega + 9\Omega} + 5\Omega = 8{,}6\Omega$ $\tau = Requ \cdot C = 8{,}6 * 100 \cdot 10^{-6} = 0{,}86 \cdot 10^{-3} s$ y como vamos a permanecer un tiempo indefinido se alcanzará el régimen permanente, la tensión inicial en el condensador valía $U_c(4\pi 10^{-3}) = 100\sqrt{2}$ V, con lo que la tensión instantánea será

$$u_c(t) = -60 - (-60 - 100\sqrt{2})e^{-\frac{10^5}{86}(t - 4\pi 10^{-3})} \text{ V} \quad \text{para } 4\pi \text{ ms.} \le t$$

Una vez calculadas las expresiones analíticas calculamos la expresión gráfica.