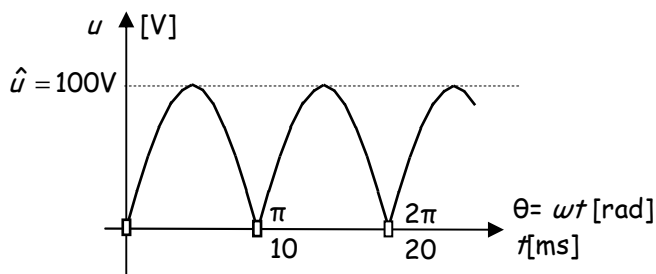


El circuito de la se alimenta con una tensión que viene dada por la siguiente ecuación:

$$u(t) = |100\text{sen}314t| \text{ V}, \quad \forall t \geq 0\text{s}$$

Determinése:

- 1 Frecuencia de la tensión ( $u$ ), corriente ( $i$ ) y potencia ( $p$ ). ¿El la misma para las tres?
- 2 Lecturas del amperímetro y vatímetro.
- 3 Forma gráfica de las funciones  $u$ ,  $i$  y  $p$ .



Ecuación de definición de la tensión:

El periodo se obtiene a partir de la onda sinusoidal de la que hemos obtenido  $u(t)$ . Y el periodo para la onda rectificada es la mitad de la onda sinusoidal de la que se obtiene.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{314} = 20\text{ms}$$

Y por tanto, el periodo de la onda rectificada es: 10ms y la frecuencia: 100Hz

$$0 \leq t \leq 10 \cdot 10^{-3} \quad u(t) = 100\text{sen}314t$$

Ecuación de definición de la corriente,

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = 200 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{d(100\text{sen}314t)}{dt} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 314 \cos 314t = 6,28 \cos 314t \text{ A}$$

La frecuencia de la corriente y de la tensión es la misma: 100Hz

Ecuación de definición de la potencia

$$0 \leq t \leq 10 \cdot 10^{-3} \quad p(t) = 100\text{sen}314t \cdot 6,28 \cos 314t = 628\text{sen}314t \cdot \cos 314t$$

Para dibujarla de forma más sencilla transformaremos la ecuación de definición de la potencia de la siguiente forma:

$$\text{sen}2\alpha = 2\text{sen}\alpha \cdot \text{cos}\alpha$$

$$0 \leq t \leq 5 \cdot 10^{-3} \quad p(t) = 314 \sin 628t \text{ W}$$

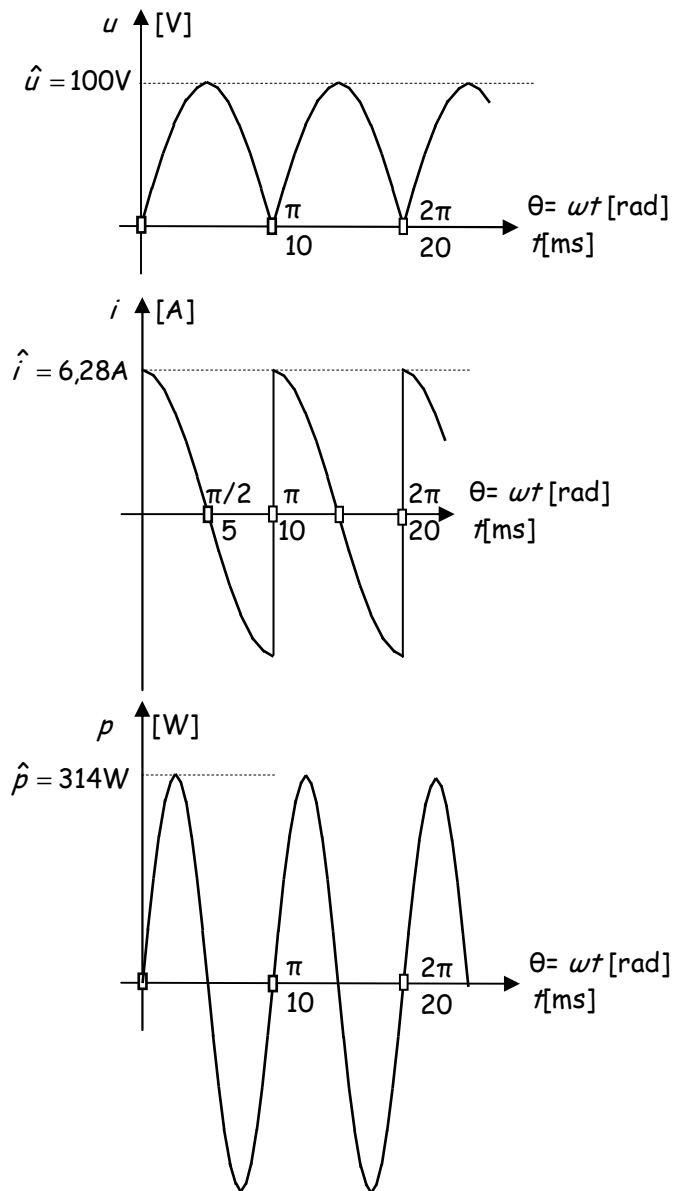
Frecuencia de la potencia:

$$2\pi f = \omega$$

$$f = \frac{628}{2\pi} = 100 \text{ Hz}$$

La potencia es una función que es de la misma frecuencia que la tensión y la corriente luego  $f=100\text{Hz}$ .

A continuación se representan gráficamente las tres funciones anteriores: tensión, corriente y potencia.



Lecturas de los instrumentos:

Lectura del amperímetro:

$$LA = \overline{|i_C|} = \overline{i_C} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} \int_0^{10 \cdot 10^{-3}} 6,28 \cos 314t \cdot dt = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{6,28}{314} [\sin 314t]_0^{10 \cdot 10^{-3}} = 4(0 - 0) = 0A$$

efectivamente tiene simetría de media onda:  $f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right)$

Lectura del vatímetro:

$$LW = \overline{p(t)}$$

$$LW = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} \int_0^{10 \cdot 10^{-3}} 314 \sin 628t \cdot dt = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{314}{628} [-\cos 628t]_0^{10 \cdot 10^{-3}} = 50(-1 + 1) = 0W$$

También se puede determinar la lectura del vatímetro conceptualmente: El vatímetro está conectado para medir la potencia media que consume el condensador. Como el condensador es un elemento almacenador el valor medio de su potencia deber ser nulo independientemente de la forma de onda de tensión o corriente. Luego  $LW=0W$ .

Otra forma:

La expresión de la tensión en el condensador:

$$u(t) = |100 \sin 314t| \text{ V}$$

De la expresión de la tensión se puede obtener la de la energía en el condensador:

$$W_C = \frac{1}{2} C \cdot U^2; U^2 = |U|^2$$

$$W_C = \frac{1}{2} 200 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2 \cdot \sin^2 314t = \sin^2 314t$$

Como:  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$  la expresión de la energía queda de la siguiente forma:

$$W_C = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 628t$$

Conocida la energía en el condensador se puede obtener la potencia derivando la expresión de la energía:

$$p = \frac{dW}{dt}$$

$$p = 0 - \frac{1}{2} (-628 \cdot \sin 628t)$$

$$p = 314 \cdot \sin 628t$$

Conocidas la potencia y la tensión se puede deducir la expresión de la corriente dado que:

$$p = u \cdot i$$

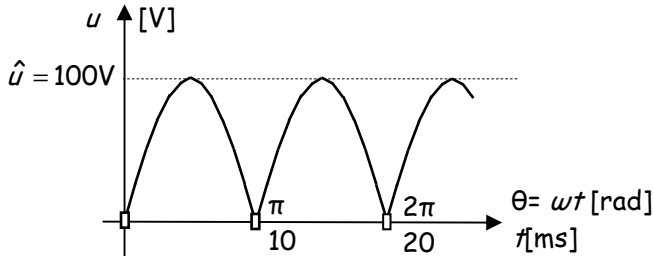
$$p = 314 \cdot \text{sen } 628t = i \cdot 100 \cdot \text{sen } 314t$$

$$i = \frac{314 \cdot \text{sen } 628t}{100 \cdot \text{sen } 314t}$$

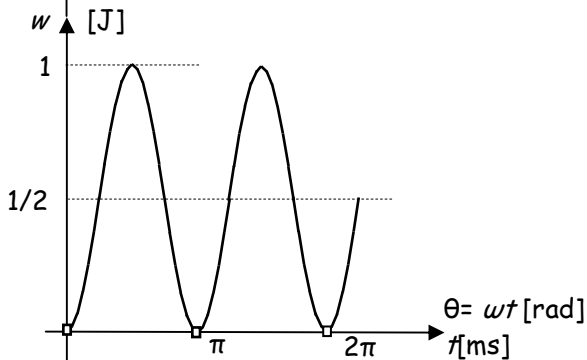
Como:  $\text{sen } 2\alpha = 2 \text{sen } \alpha \cos \alpha$

$$i = \frac{314 \cdot \text{sen } 628t}{100 \cdot \text{sen } 314t} = \frac{314 \cdot 2 \cdot \text{sen } 314t \cos 314t}{100 \cdot \text{sen } 314t} = 6,28 \cdot \cos 314t \text{ A}$$

Otra forma de obtener la lectura del vatímetro y las funciones de corriente y potencia, empleando para ello únicamente las variables fundamentales.



$$u = |100 \cdot \text{sen} 314t| \text{ V}$$

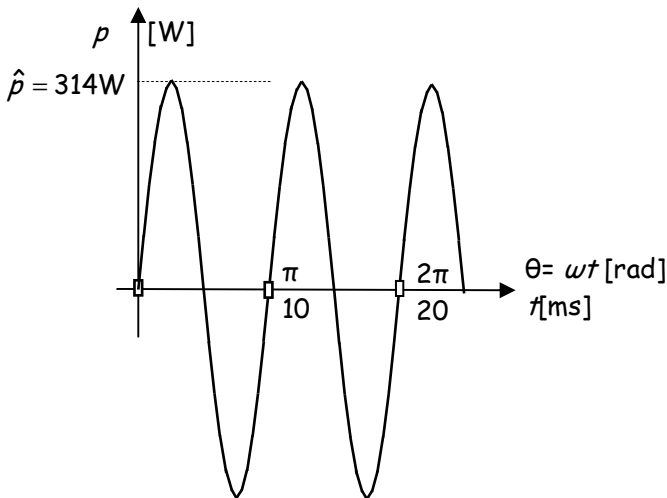


$$w_C = \frac{1}{2} C \cdot u^2; \quad u^2 = |u|^2$$

$$w_C = \frac{1}{2} 200 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2 \cdot \text{sen}^2 314t = \text{sen}^2 314t$$

$$\text{sen}^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$w_C = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 628t$$



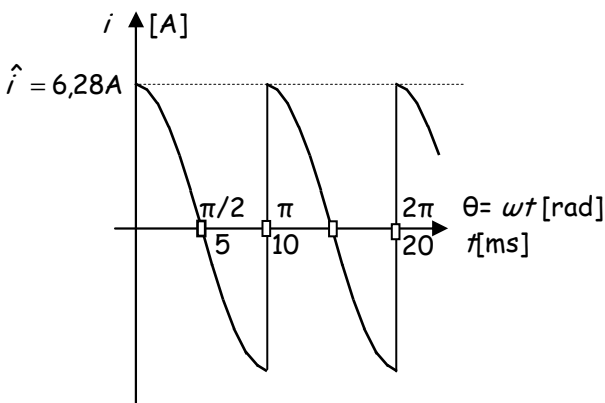
$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 628t\right)}{dt}$$

$$p = 0 - \frac{1}{2} ((- \text{sen} 628t) \cdot 628)$$

$$p = 314 \cdot \text{sen} 628t \text{ W}$$

De la representación gráfica se deduce el valor medio de la potencia que es nulo por ser el área positiva igual a la negativa en un periodo.

$$\bar{p} = 0$$



$$p = u \cdot i$$

$$314 \text{sen} 628t = 100 \text{sen} 314t \cdot i$$

$$i = \frac{314 \text{sen} 628t}{100 \text{sen} 314t}$$

$$\text{sen} 2\alpha = 2 \cdot \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$i = \frac{314 \cdot 2 \cdot \text{sen} 314t \cdot \cos 314t}{100 \text{sen} 314t} = 6,28 \cdot \cos 314t \text{ A}$$